MEMORIE

DELL'I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

VOLUME V

MILANO

1856

MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

S. 1104. E. 10.

MEMORIE

DELL'I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI

VOLUME QUINTO

MILANO

DALLA TIPOGRAFIA BERNARDONI

1856.

NATURAL HISTORY

NATURAL HISTORY

ELENCO

DEI

MEMBRI ATTUALI

DELL'I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

PRESIDENTE.

Rossi dottor Francesco, Bibliotecario dell'I. R. Biblioteca in Milano, Membro corrispondente dell'Accademia Imperiale delle scienze in Vienna.

VICE PRESIDENTE.

Verga dottor Andrea, Direttore dell'Ospedale Maggiore di Milano, Membro di varie Accademie scientifiche.

SEGRETARIO.

Veladini ingegnere Giovanni, Professore ordinario di matematica e Vice-Direttore dell'I. R. Ginnasio-Liceale di S. Alessandro in Milano, Membro di varie Accademie scientifiche.

VICE SEGRETARIO.

Curioni nobile dottor Giulio, Membro di varie Accademie scientifiche.

MEMBRI ONORARJ.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Francesco Carlo Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giovanni Battista Giuseppe Fabiano Sebastiano, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa, dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Luigi Giuseppe Antonio, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ecc., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria, ecc.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Leopoldo Lodovico Maria Francesco Giulio Eustachio Gerardo, cav. del Toson d'oro e del Real Ordine Sardo dell'Annunziata, Gran Croce dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, ecc.

S. A. S. il Principe Clemente Venceslao Lottario di Metternich-Winneburg, Grande di Spagna di prima Classe, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di S. Stefano d'Ungheria (in brillanti), Gran Croce dell'Onor civile, ecc.

S. E. il signor conte Francesco Antonio di Kolowrat-Liebsteinsky, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Croce d'oro dell'Onor Civile, Balio onorario e Gran Croce dell'Ordine sovrano di S. Giovanni di Gerusalemme, ecc.

S. E. il signor conte Carlo d'Inzaghi, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, e dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, Gran Croce e Balio onorario dell'Ordine sovrano di S. Giovanni di Gerusalemme, Socio di varie Accademie, ecc.

S. E. il signor conte Francesco di Hartig, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, ecc.

S. A. il principe Carlo di Schwarzenberg, Tenente Maresciallo, cav. di più Ordini, I. R. Luogotenente civile e militare di Transilvania, ecc.

S. E. il signor conte Giuseppe Radetzky di Radetz, Feld-Maresciallo, cav. di più Ordini, Governatore civile e militare del Regno Lombardo-Veneto, ecc.

S. E. il signor conte Leone di Thun, Ministro del culto, e dell'Istruzione pubblica, ecc.

S. E. il signor barone Alessandro Bach, cav. di più Ordini, Ministro dell'Interno, ecc.

S. E. il signor barone Andrea Baumgartner, Presidente dell'Accademia Imperiale delle scienze in Vienna, ecc.

S. E. il signor conte Michele di Strasoldo, I. R. Luogotenente del Ducato di Stiria, ecc.

S. E. il signor conte Francesco Gyulai di Maros-Nemeth e Nadaska, Generale d'artiglieria, I. R. Comandante militare della Lombardia, ecc.

S. E. il signor barone Federico Maurizio di Burger, I. R. Luogotenente di Lombardia, ecc.

S. E. monsignore Bartolomeo Carlo Romilli, Prelato domestico di S. S., Assistente al soglio Pontificio, Gran Dignitario, Cappellano della Corona di ferro del Regno Lombardo-Veneto, Arcivescovo di Milano, ecc.

Vacani di Fort'Olivo barone Camillo, cav. di più ordini, Tenente-Maresciallo, Socio onorario delle II. RR. Accademie di belle arti di Milano e di Venezia, ecc.

De Hammer-Purgstall barone Giuseppe, commendatore dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. e commendatore di più altri Ordini, Membro di molte Società scientifiche e letterarie.

Manzoni nobile Alessandro, Socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ecc.

MEMBRI EFFETTIVI PENSIONATI.

(*Nominati e pensionati il* 26 *novembre* 1839.)

Carlini Francesco, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Membro dell'Imperiale Accademia delle scienze di Vienna e di altre Accademie nazionali e straniere, primo Astronomo e Direttore dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano.

Bordoni Antonio, commendatore dell'Ordine di Francesco Giuseppe, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Direttore della facoltà matematica presso l'I. R. Università di Pavia, Membro dell'Imperiale Accademia delle scienze di Vienna, e di varie altre nazionali e straniere.

Panizza cav. Bartolomeo, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Professore ordinario di anatomia umana nell'I. R. Università di Pavia, Membro corrispondente dell'Imperiale Accademia delle scienze di Vienna e Membro di varie altre nazionali e straniere.

Belli dottor Giuseppe, cav. del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Professore ordinario di fisica nell'I. R. Università di Pavia, Membro corrispondente dell'Imperiale Accademia delle scienze di Vienna, e socio di varie altre Accademie nazionali e straniere.

Ferrario padre Ottavio, cav. dell'Ordine di Francesco Giuseppe, Provinciale dei Padri Ospitalieri, Membro di varie Accademie scientifiche.

(*Nom. e pens. il* 26 *settembre* 1840.)

Balsamo-Crivelli nobile dottor Giuseppe, Professore di storia naturale speciale nell'I. R. Università di Pavia, Membro di varie Accademie scientifiche nazionali e straniere.

(*Nom.* 21 *gennajo* 1843. — *Pens.* 13 *luglio* 1844.)

Zambelli nobile dottore Andrea, Professore ordinario di scienze e leggi politiche nell'I. R. Università di Pavia, Socio corrispondente dell'Ateneo Italico, dell'Accademia de' Georgofili di Firenze, ecc.

(*Nom.* 26 *novembre* 1839. — *Pens.* 13 *luglio* 1844.)

De Cristoforis nobile Luigi, Vice-Presidente onorario della Società Universale di Londra, ecc.

(*Nom.* 21 *gennajo* 1843. — *Pens.* 25 *aprile* 1846.)

Ambrosoli professore Francesco, consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ecc.

(*Nom.* 26 *settembre* 1840. — *Pens.* 31 *maggio* 1850.)

Frisiani nobile Paolo, Professore ordinario, secondo Astronomo dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano, Membro della Società italiana residente in Modena.

(*Nom.* 21 *gennajo* 1843. — *Pens.* 31 *maggio* 1850.)

Borgnis dottor Giuseppe Antonio, cav. del Regio Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Professore emerito di matematica applicata nell'I. R. Università di Pavia.

(*Nom.*ⁱ 13 *luglio* 1844. — *Pens.*ⁱ 31 *maggio* 1850.)

Lombardini ingegnere Elia, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Direttore delle pubbliche costruzioni in Lombardia, Socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ecc.

Curioni nobile dottor Giulio, anzidetto.

(*Nom. S. C.* 3 *marzo* 1841, — *M. E.* 19 *apr.* 1848, — *Pens.* 31 *maggio* 1850.)

Veladini ingegnere Giovanni, anzidetto.

(*Nom.*ⁱ 13 *luglio* 1844. — *Pens.*ⁱ 12 *ottobre* 1854.)

Rossi dottor Francesco, anzidetto.

Vittadini dottor Carlo, Medico-chirurgo degli esposti, Membro di varie Accademie nazionali e straniere.

(*Nom. S. C.* 19 *dic.* 1844, — *M. E.* 12 *ott.* 1854, — *Pens.* 11 *febbr.* 1856.)

Magrini dottor Luigi, Professore di fisica nell'I. R. Ginnasio-Liceale di Porta Nuova in Milano, Membro di varie Accademie.

(*Nom. S. C.* 19 *dic.* 1844, — *M. E.* 19 *apr.* 1848, — *Pens.* 11 *febbr.* 1856.)

Verga dottor Andrea, anzidetto.

(*Nom. S. C.* 19 *dic.* 1844, — *M. E.* 25 *apr.* 1846, — *Pens.* 11 *febbr.* 1856.)

Gianelli dottor Giuseppe Luigi, I. R. Consigliere di Governo, Professore emerito di medicina legale e polizia medica, Membro di varie Accademie nazionali e straniere.

(*Nom. S. C.* 19 *die.* 1844, — *M. E.* 12 *ott.* 1854, — *Pens.* 11 *febbr.* 1856.)

Polli dottor Giovanni, Professore di chimica nell'I. R. Scuola Reale Superiore, Membro di varie Accademie nazionali e straniere.

MEMBRI EFFETTIVI NON PENSIONATI.

(*Nom.* 26 *settembre* 1840.)

Gherardini dottor Giovanni.

(*Nom. S. C.* 19 *dicembre* 1844, — *M. E.* 22 *settembre* 1846.)

Porta dottor Luigi, Professore ordinario di clinica chirurgica e di terapia speciale nell'I. R. Università di Pavia, ecc.

(*Nom.* 15 *giugno* 1847.)

Jan Giorgio, cav. dell'Ordine Costantiniano di S. Giorgio di Parma, Direttore del Museo civico di storia naturale in Milano, Professore emerito di botanica nella Ducale Università di Parma.

(*Nom.* 12 *ottobre* 1854.)

Mainardi dottor Gaspare, Professore ordinario di matematica pura sublime nell'I. R. Università di Pavia, Membro di varie Accademie nazionali e straniere.

(*Nom. S. C.* 3 *marzo* 1841, — *M. E.* 12 *ottobre* 1854.)

Cattaneo dottor Francesco, Professore d'architettura civile e stradale nell'I. R. Università di Pavia.

(*Nom.* 12 *ottobre* 1854.)

Garovaglio dottor Santo, Professore ordinario nell'I. R. Università di Pavia, Membro di varie Accademie scientifiche.

(*Nom.* S. C. 19 *dicembre* 1844, — *M. E.* 12 *ottobre* 1854.)

Strambio dottor Giovanni, Medico municipale, Membro di varie Accademie.

Biondelli dottor Bernardino, Direttore dell'I. R. Gabinetto Numismatico, Professore d'archeologia e numismatica, Consigliere straordinario dell'I. R. Acca-

demia di belle arti in Milano, Membro di varie Accademie nazionali e straniere.

(*Nom. S. C.* 25 *agosto* 1853, — *M. E.* 12 *ottobre* 1854.)

Codazza dottor Giovanni, Professore ordinario di geometria descrittiva nell'I. R. Università di Pavia, Socio corrispondente della R. Accademia delle scienze di Torino.

(*Nom. S. C.* 3 *marzo* 1841, — *M. E.* 11 *febbrajo* 1856.)

Possenti ingegnere Carlo.

(*Nom.* S. C. 17 *agosto* 1854, — *M. E.* 11 *febbrajo* 1856.)

Cantù cav. Cesare, Membro di varie Accademie.

Chiozza Luigi, Professore di chimica tecnica presso la Società d'Incoraggiamento d'arti e mestieri in Milano.

(*Nom. S. C.* 25 *agosto* 1853, — *M. E.* 11 *febbrajo* 1856.)

Cornalia dottor Emilio, Direttore aggiunto presso il Museo civico di Storia naturale, Membro di varie Accademie, in Milano.

(*Nom.* 11 *febbrajo* 1856.)

Gori dottor Pietro, I. R. Consigliere aulico.

SOCJ CORRISPONDENTI IN LOMBARDIA.

(*Nom.* 3 *marzo* 1841.)

Cenedella dottor Attilio, Chimico-farmacista dell'Ospedale maggiore di Brescia.

Pezza Rossa sacerdote Giuseppe, Professore nel Seminario Vescovile di Mantova.

Arrivabene ingegnere Antonio, in Mantova.

Cossa nobile dottor Giuseppe, primo Sotto-bibliotecario dell'I.R. Biblioteca di Brera, Professore di paleografia e diplomatica, Membro di varie Accademie, in Milano.

Turroni Girolamo, Professore ordinario di storia universale ed austriaca, ecc. nell'I. R. Università di Pavia.

Piantanida dottor Carlo, già Direttore dell'Ospitale maggiore e LL. PP. uniti di Milano, Membro di varie Accademie, ecc., in Milano.

Geromini dottor Felice, Direttore dell'Ospedale maggiore di Cremona.

(*Nom.ⁱ* 19 *dicembre* 1844.)

De Billi dottor Felice, nobile di Sandorno, cav. dell'Ordine Pontificio di S. Gregorio Magno, Professore ord. presso l'I. R. Scuola d'ostetricia, Membro di varie Accademie scientifiche, in Milano.

Cesati barone Vincenzo, Membro di varie Accademie, ecc.

Colombani ingegnere Francesco.

Krentzlin nobile Galeazzo, emerito Aggiunto per le acque presso l'I. R. Direzione Lombarda delle pubbliche costruzioni, in Milano.

Restelli avvocato Francesco, in Milano.

Rusca conte Luigi, I. R. Consigliere di Governo, Membro di varie Accademie, in Milano.

(*Nom.ⁱ* 25 *agosto* 1853.)

Cavalleri padre Giovanni Maria, Professore di fisica nel Collegio de' Barnabiti, in Monza.

Bussedi dottore Giovanni Maria, I. R. Consigliere di Luogotenenza, Professore emerito, Bibliotecario presso l'I. R. Università di Pavia, e Direttore della Facoltà filosofica presso l'Università medesima.

Maggi dottor Pietro Giuseppe, in Milano.

(*Nom.ⁱ* 17 *agosto* 1854.)

Sacchi dottor Giuseppe, decorato della medaglia d'oro del Merito Civile, Segretario dell'I. R. Ispettorato delle Scuole Elementari, ecc., in Milano.

Castiglioni dottor Cesare, Direttore dell'Ospedale de' pazzi alla Senavra, Membro di varie Accademie, in Milano.

Dubini dottore Angelo, Membro di varie Accademie, in Milano.

Hajeck dottor Camillo, Professore ordinario di fisica e meccanica nell'I. R. Ginnasio-Liceale di S. Alessandro in Milano.

Monti sacerdote Pietro, parroco di Brunate nella provincia di Como.

(*Nom.ⁱ* 26 *luglio* 1855.)

Brioschi Francesco, dottore in Matematica, Professore Ordinario di Matematica applicata nell'I. R. Università di Pavia.

Tatti ingegnere Luigi, in Milano.

Strambio dottore Gaetano, in Milano.

Corvini dottore Lorenzo, Ripetitore presso l'I. R. Istituto Veterinario di Milano.

Biffi dottore Serafino, Direttore del privato manicomio *Villa Antonini*, in Milano.

Mora dottore Antonio, Vicesegretario della Camera di Commercio e d'Industria della Provincia di Milano.

SOCJ CORRISPONDENTI FUORI DI LOMBARDIA.

Alessandrini dottor Antonio, Professore di anatomia comparata nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Amici cav. Giambattista, Professore d'astronomia nell'I. R. Museo di storia naturale in Firenze. - Firenze.

Avogadro di Quaregna conte Amedeo, Professore emerito di fisica sublime nella R. Università di Torino. - Torino.

Berghaus professore Enrico. - Gotha.

Bertoloni cav. Antonio, Professore di botanica nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Biot cav. Professore Giovanni Battista. - Parigi.

Bonaparte Carlo Luciano, principe di Canino e di Musignano. - Parigi.

Bufalini cav. Maurizio, Professore di clinica medica nell'I. R. Arcispedale di Santa Maria Nuova a Firenze. - Firenze.

De la Rive Augusto, Professore di fisica nell'Accademia di Ginevra. - Ginevra.

De Notaris cav. Giuseppe, Professore di botanica nella R. Università di Genova. - Genova.

Ferrero della Marmora conte Alberto, Maggiore-generale, Comandante la R. Scuola di marina, ecc. — Genova.

Gazzera abate cav. Costanzo, Professore di filosofia, Segretario della R. Accademia delle scienze di Torino. - Torino.

Giorgini cav. Gaetano, Soprintendente agli studj del Granducato di Toscana, Professore onorario e Provveditore generale dell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Humboldt barone Alessandro. - Berlino.

Jacobi cav. M. H. - Pietroburgo.

Kreil Carlo, Direttore dell'I. R. Istituto centrale di meteorologia e magnetismo in Vienna, ecc. - Vienna.

Liebig professore Giusto. - Monaco.

Marianini cav. Stefano, Professore di fisica nella Ducale Università di Modena, Presidente della Società Italiana delle scienze, ecc. - Modena.

Matteucci cav. Carlo, Professore di fisica nell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Mazzarosa marchese Antonio, Direttore della pubblica istruzione nel Ducato di Lucca, ecc. - Lucca.

Medici dottor Michele, Professore di fisiologia nella pontificia Università di Bologna, ecc. - Bologna.

Moris cav. Giuseppe Giacinto, Professore di materia medica e botanica nella R. Università di Torino. — Torino.

Mossotti cav. Ottaviano Fabrizio, Professore di fisica e meccanica celeste nell'I. R. Università di Pisa. — Pisa.

Orioli professore Francesco. — Roma.

Pareto marchese Lorenzo. — Genova.

Pezzana commendatore Angelo, Bibliotecario della Ducale Biblioteca di Parma, ecc. - Parma.

Plana commendatore Giovanni, Professore d'analisi nella R. Università di Torino, ecc. - Torino.

Promis Carlo, Regio Archeologo, Professore di architettura civile nella R. Università di Torino. - Torino.

Quetelet Adolfo, Direttore dell'Osservatorio astronomico e Segretario della R. Accademia delle scienze ecc. di Brusselles. - Brusselles.

Racmer Federico, Professore di scienze storico-filosofiche nella R. Università di Berlino, ecc. — Berlino.

Repetti Emanuele, Bibliotecario e Socio ordinario dell'I. R. Accademia dei Georgofili di Firenze, ecc. - Firenze.

Ridolfi marchese Cosimo, Professore di agraria e pastorizia nell'I. R. Università di Pisa, ecc. - Pisa.

Selys de Longchamps Edmondo. - Liegi.

Serra di Falco duca don Domenico. - Palermo.

Spinola marchese Massimiliano. - Genova.

Studer Bernardo, Professore di geologia nell'Università di Berna. - Berna.

REGISTRO DELLE TAVOLE

Carlini. — *Macchinetta per risolvere un problema di Keplero*	Tavola 1.	Pag. 100
Lombardini. — *Rappresentazione grafica delle oscillazioni del Tevere*	Tavola 1.	» 210
Veladini. — *Meccanismi di orologi*	Tavola 1.	» 234
Verga. — *Spaccati del cranio umano*	Tavole 2.	» 304
Curioni. — *Terreno triasico in Lombardia*.	Tavole 3.	» 344
Panizza. — *Nervo ottico*.	Tavole 2.	» 390
Verga. — *Vitello cielope*	Tavola 1.	» 396
Verga. — *Apparato ventricolare del setto lucido, ecc.* . .	Tavola 1.	» 478

				ERRORI	CORREZIONI
Pag.	312	lin.	8	SO	SE
»	339	»	14	Friedrichshall	Friederichshall
»	»	»	33	potessero	potesse
»	340	»	2	la numerosa	le numerose
»	455	»	26	prevedere	precedere

MEMORIE

INTORNO

AL DIRITTO ITALICO PRIMITIVO IN GENERE

MEMORIA

DI FRANCESCO ROSSI

Letta nelle adunanze del gennajo e del febbrajo 1854.

La cognizione delle istituzioni dei popoli, donde la società romana si compose o ricevette influenza, fu già avvertito in altro scritto (1) che possa essere spiegazione e complemento della storia del diritto romano, poichè questo diritto risulterebbe come un modo od una specie del diritto di quei popoli, e la sua origine sarebbe trovata nelle forme delle società da essi costituite. Ma se il diritto romano si farebbe per tal modo compiuto ne'suoi primordj, potrebbe anche, poichè è di quella specie ora indicata, svolgendosi nella sua vita storica essere riguardato come una continuazione di questo stesso diritto e dal suo canto compire nella successione e nel termine la storia di esso; donde potrebbe formarsi un sistema di diritto omogeneo, di cui gli elementi stando tra loro in rapporto di causa e di effetto si somministrerebbero una reciproca illustrazione.

A fornire i mezzi di quella spiegazione e di quel complemento che riguarda soltanto la parte anteriore di cotesto diritto complessivo mira (2) la presente trattazione, la quale vorrebbe consistere nell'esibire le notizie che si ponno raccogliere intorno agli elementi che compongono l'idea del diritto di quelle società, onde il diritto romano trasse i germi a costituirsi e ad informarsi.

---

(1) Vedi il Vol. IV di queste *Memorie*, pag. 163, 164.

(2) Questo intento avverte della diversità del proposito del presente discorso dall'opera del Sigonio: *De antiquo jure Italiæ*, la quale tratta di una specie del diritto romano.

Ma per quest'uopo vorrebbesi da prima determinare fin dove dovrebbero essere spinte le ricerche, perchè non si estendano in un territorio al di là dei confini del presente argomento. Una medesima regione geografica, collocando nelle medesime od in simili circostanze fisiche e morali i popoli che l'abitano, può generare somiglianza di sentimenti e somiglianza d'istituzioni: ma questa cagione può essere disturbata od impedita da altre, tra le quali è frequente quella della condizione etnologica, per cui le nazioni sogliono portare con sè e conservare più o meno lungamente il carattere di vita proprio della loro origine.

I popoli d'Italia adunque ricordati in un antecedente scritto (1) ponno distinguersi, per rapporto alla presente questione, in tre specie, cioè 1.° di quelli di cui non si ha traccia intorno al loro vivere civile, e sono i Liguri e quelli che vengono sotto al nome d'Illirj, dei quali però i Veneti è detto che avessero adottato costumi ed abito celtico (2), di poi le popolazioni messapiche, tra le quali gli Apuli avrebbero assunte costumanze greche (3), indi gli Enotro-Pelasgi prima delle invasioni sannitiche, e gli Umbri prima e distinti dagli Etruschi e distinti pure dai Sabini che sono detti loro affini;—2.° di quelli che evidentemente portarono con sè in Italia leggi o consuetudini già formate nel paese donde emigrarono, e questi furono i Greci ed i Galli;—3.° di quelli altri in fine i quali, penetrati in Italia in tempi più o meno rimoti senza alcun indizio di precedente loro costituzione civile e trovati da poi vivere in questo paese con ordini civili più o meno formati, hanno apparenza di avere qui primamente costituita la loro società e qui prodotto e svolto il loro diritto. Questi sono gli Etruschi, i Sabello-Oschi ed i Latini. Della prima specie di questi popoli, come di cosa ignota, non occorre tenere discorso. Per ciò che spetta ai Greci ed ai Galli, perchè vennero in Italia colle leggi o consuetudini del paese donde erano usciti, ponno essere riguardati come che formassero sistema colle leggi e consuetudini dei loro paesi primitivi, e quindi sarebbe da tenersi la loro influenza nella società romana che fosse nei medesimi termini delle istituzioni greche e galliche in genere. Che se si volesse supporre che la loro dimora in Italia potrebbe avere modificato le loro istituzioni primitive, e che con queste istituzioni così modificate avessero influito sulla società romana, vorrebbesi suggerire che siffatte modificazioni dovrebbero essere state secondo lo spirito e l'indole delle società primamente nate e costituite nel paese, e quindi

(1) *Memorie dell'I. R. Istituto Lomb.*, Vol. IV, p. 170 e segg.
(2) Polybius, II, 17.
(3) Mommsen, *Die unteritalischen Dialekte*. Leipzig, 1850, p. 91.

che la loro influenza per questo rispetto dovrebbe essere confusa con quella che esercitarono queste società. Circa al primo caso pertanto, se non avvenne, come non appare, una comunicazione della vita greca e gallica colla romana da modificare essenzialmente il carattere della società romana, si fa stima che non sia necessario lo studio delle istituzioni greche e celtiche all'uopo di meglio chiarire il diritto romano, come non sarebbe altrimenti richiesto quello delle istituzioni delle altre nazioni per questo scopo; e circa al secondo caso vorrebbesi pronunziare che la influenza di quelle istituzioni, modificate secondo lo spirito di quelle nate nel paese, sia da considerarsi come una medesima cosa con queste, e quindi da essere per queste stesse rappresentata. Ma con ciò non intendesi di negare che dove apparisse una qualche accidentale contribuzione od influenza positiva di codeste istituzioni non sia da essere introdotta con tutto il corredo delle notizie necessarie, siccome di qualunque altra che per alcun caso pure occorresse. Ma ben diversa per il rapporto in questione è la condizione dei popoli che formarono in Italia la loro società. Di questi secondo i cenni dati in altro scritto (1) e secondo la nota deposizione della storia, i Latini fornirono i primi rudimenti alla società romana, di poi i Sabini vi contribuirono il loro elemento, e la società etrusca vi esercitò influenza coll'esempio e con qualche emigrazione, se non con dominio diretto. Ma ed altri popoli affini o derivati dai Sabini, siccome i Sabelli e quelli di lingua osca, formarono pure al medesimo modo la loro società. Qui il principio etnologico o della comunanza di origine può essersi congiunto con quello della comunione della regione geografica ed avere rinforzato quell'effetto di questa che fu di sopra avvertito; e quindi, sebbene di alcuni di codesti popoli non appaia una influenza positiva diretta sulla società romana, pure, a differenza dei Greci e dei Galli che facevano sistema sociale coi popoli di altro paese, può, per la somiglianza degli effetti che sarebbero proceduti da una causa comune, utilmente essere rintracciata la loro vita civile per lo scopo d'illustrare la società romana. Per questa ragione, oltre ai Sabini ed agli Etruschi, vuolsi adoperare di raccogliere le notizie, comunque scarse, che ci rimangono intorno le società sannitiche, lucane e bruzie (formate dalle popolazioni di lingua osca), e, se pure vi ha qualche vestigia, del vivere civile dei Sabelli. Tutti questi popoli, perchè vissero in quelle società, formate nei modi e nelle circostanze di sopra indicate, potrebbero chiamarsi più propriamente italici, ed italico quindi il diritto o meglio l'idea del diritto che in essi si svolse.

---

(1) *Memorie dell'I. R. Istituto Lomb.* l. c.

Per indicare ora l'ordine, con cui queste società dovrebbero essere rappresentate, pare che l'andamento del principio o del pensiero legale per entro di esse potrebbe segnare la norma dell'esposizione. Questo principio apparirebbe nei rapporti di derivazione dell'una dall'altra società, ed in questa derivazione naturalmente sarebbe involta anche l'affinità di costituzione. Dove però una siffatta derivazione non emergesse, ma la comunanza o prossimità di origine per gli indizj storici non fosse messa in dubbio, si converrà di rimanere contenti al solo carattere di affinità. Con questo principio si vorrebbe esporre da prima la società etrusca, come quella che presenta meno stretti e meno abbondanti rapporti di derivazione di popolazione indisputati colle altre società preallegate, ma solo esibisce indicazioni di affinità di costituzione; di poi la società sabina con un cenno intorno a ciò che si può raccogliere circa le società sannitiche, lucane, bruzie e le sabelliche; in fine la società latina, donde più direttamente derivò la società romana.

Determinato l'ordine di trattazione delle società fra loro, vuolsi ora stabilire l'ordine delle materie in ciascuna società. La via naturalmente da percorrersi in questo argomento sarebbe quella di prendere il pensiero legale alla sua origine e di seguirlo in tutti i suoi svolgimenti, sia direttamente negli ordini legali, sia in tutte quelle istituzioni od atteggiamenti che rendono qualche cenno indiretto del concetto del diritto, i quali possano essere adottati od assunti da un popolo nel suo vivere sociale. Ma quando le famiglie umane compajono nella storia già formate in società civili, allora l'edifizio sociale è già costituito in tale reciprocanza di azione che gli ultimi atti civili hanno modificato quei rapporti domestici e sociali, donde è derivato lo stato attuale di società. Vi ha in questo procedere un'azione e reazione, si può dire, ad ogni passo, poichè la famiglia genera la tribù, e la tribù reagisce sulla famiglia; le tribù si riuniscono a formare la città, e la città reagisce sopra le tribù, e così di seguito ciascun ordine civile sopra i suoi antecedenti. La famiglia adunque, la tribù o gente sono civilmente modificate nella città. Non si può più considerare la famiglia nello stato puro, non si può più esaminare la gente o tribù nella sua semplicità patriarcale. La questione è complessa dell'elemento primitivo domestico e tribale e della modificazione civile. Quindi allorchè le famiglie umane si presentano in istato civile, se non si vuole in una storia positiva del diritto costruire da prima una storia *a priori* della famiglia e della patriarchia nella loro condizione primigenia usando la sintesi a costituire con questi elementi in fine la città, il che non è conforme al carattere di quella storia, si richiede dell'analisi prendendo primamente a decomporre quel corpo che si presenta come già composto all'esterno osservatore. In questa analisi discendendo dal

più composto, siccome da quello stato che ha o può avere modificato nel loro complesso tutte le condizioni sociali e domestiche, discendendo, si dice, al meno composto ed al semplice, è lecito ed è debito di tenere conto dei principj e dei modi, con cui potè comporsi la famiglia, la tribù e la città, insomma di considerare anche il possibile processo sintetico in confronto col risultamento civile, quale si presenta nella storia. Così adoperando, si crede di potere raggiungere in qualche modo l'andamento del pensiero legale del popolo, e poichè le società italiche si presentano più o meno già composte nella storia, così dallo stato di composizione, in cui fanno la loro prima apparizione, sarà da cominciarne il discorso.

In quanto agli altri elementi, dai quali si può pur cavare in modo indiretto qualche indicazione dell'idea del diritto in un popolo, come sono la religione, le arti, la letteratura, la filosofia, se ve ne ha, i costumi, la moralità del popolo, questi non ponno presentarsi che in un atteggiamento collaterale allo sviluppo diretto dagli ordini civili, e poichè alcuni di essi ponno apparire tra loro contemporanei, ed altri sono di un carattere fondamentale che rappresentano tutta l'idea, siccome p. e. la moralità del popolo, la quale in fine è tale o tale altra secondo l'idea che il popolo ha della giustizia, così l'ordine da seguirsi potrebbe essere quello della successione logica dell'elemento, e dove si mostra un elemento fondamentale, che sia da tenerlo in quel luogo finale, dove riassume tutti gli altri.

Un siffatto ordine sarà pure seguito anche nelle società italiche per quella parte dove questi elementi diano indizio della loro presenza.

LA SOCIETA' ETRUSCA. (1)

Il popolo etruseo ci è rappresentato negli stessi miti in una forma come già politica, poichè è asserito da Censorino (2) che il demone Tagete cantasse la disciplina dell'estispicio, la quale fu dai Lucumoni, allora potenti di Etruria, traseritta; il che fa supporre la sussistenza di una società civile. Mancano le notizie dirette intorno alla famiglia ed ai rapporti sociali. Se qualche lume si può raccogliere sopra questa materia, è per la via d'induzione, massimamente da certi rapporti della città. Ma qui pure, per averne la notizia meno imperfetta, è necessario di procedere sino alla confederazione, nella quale la città etrusca è compresa.

Federazione.

È asserito che in tutte e tre le Etrurie, nella centrale e prima, nella circumpadana e nella campana, abbia prevalso il sistema federale. Per l'Etruria centrale vi ha tale copia di testimonianze dirette ed indirette, ed è cosa così consentita, che non porterebbe il pregio di addurne speciali prove (3). Per le altre due Etrurie vi ha l'asserzione di qualche scrittore (4) e l'argomento di analogia in comune; ma per la circumpadana particolarmente occorre anche il passo di Virgilio già citato in altro luogo (5) al proposito della questione etnologica, tolto dal X dell'Eneide ai versi 201 e segg.: il quale però essendo assai controverso e potendo essere interpretato come una esposizione di una costituzione di città, anzichè della federazione, sarà riprodotto in discussione al luogo degli ordini degli Stati particolari. Intanto perchè

---

(1) Fra gli scrittori che hanno già trattato o toccato questo argomento in opere più o meno complessive, dei quali, secondo le occorrenze, furono avvertite o citate le opinioni, vuolsi ricordare Gio. M. Lampredi, di cui uscì in luce nel 1760 un' opera apposita intitolata: *Discorso del governo civile degli antichi Toscani.*

(2) *De die natali*, cap. IV. Lugd. Batav., 1767. *Nec non in agro Tarquinensi puer dicitur divinitus exaratus (exortus) nomine Tages, qui disciplinam cecinerit extispicii; quam Lucumones, tum Etruriæ potentes, excripserunt.*

(3) Dionys. Halic., *Antiqu.*, VI, 75. Τυρρηνίαν ἅπασαν εἰς δώδεκα νενεμημένην ἡγεμονίας. Liv. VI, 23. *Omnis Etruria XII populis*, etc.

(4) Müller, *Die Etrusker*, II, 1, 2.

(5) *Memorie dell' I. R. Istituto Lomb.*, l. c., pag. 209, nota 2.

dell'Etruria centrale solamente si ha qualche notizia particolare intorno agli ordini federali, sarà da tenersi di preferenza discorso della di lei federazione, quasi anche come di rappresentante in genere del sistema federale etrusco.

È cosa certa adunque che l'Etruria centrale era una federazione di dodici Stati; ma non è egualmente fuori di questione, quali fossero i membri di questo sistema, perchè passando in rassegna le città, che od ebbero apparenza di essere state delle principali e quindi poterono essere federali, o che furono direttamente nominate come tali, se ne troverebbero diciassette. Queste città furono Cortona, Perugia, Arezzo, Volseno, Tarquinii, Clusio, Volterra, Rusella, Vetulonia, Pisa, Fiesole, Vej, Cere, Falerii, Aurinia o Caletra, Vulci e Salpino (1). Ciò potè avvenire, rimanendo pur sempre il numero di dodici Stati nella federazione, perchè le città federali non furono per avventura sempre le medesime, forse anche perchè alcune tra loro indipendenti ed autonome fossero però insieme legate in modo che nell'assemblea federale rappresentassero un' unità federale, e forse intervenne che apparissero come principali alcune che erano in dipendenza di altra città, la quale fosse la vera federale, ossia che dasse il nome allo Stato federale (2). Vi ha qualche dubbio ancora, se tutta l'Etruria fosse nella confederazione, perchè Livio sembra insinuare (3), che il territorio al mezzogiorno del Cimino non appartenesse alle dodici città. Il territorio che non dava rappresentanti federali poteva essere indipendente dalla federazione, come avveniva appo i Dorj e gli Eoli dell'Asia minore, dove soltanto una parte delle città apparteneva alla lega, ma poteva anche essere suddito di quella.

Non si conosce per la storia, nè a traverso ai pochi cenni mitologici, in che modo siasi stabilita la confederazione etrusca. Corito, Tarquinii sono indicate come stazioni principali del popolo; pare anche che siano state successivamente città egemone o capitane della federazione; di Tarquinii almeno questo privilegio è più riconosciuto; ma il fatto per sè di una confederazione grande come l'Etruria e secondo le apparenze in tal quale forma regolare fa supporre nel popolo una vita anteriore non breve di esperienze per costituirsi in questo stato.

In effetto, la federazione è uno dei modi con cui gli uomini tendono ad

---

(1) Müller, *Die Etrusker*, II, 1, 3.

(2) VI, 10, *Nepesinorum principes.*

(3) IV, 23. I Vejenti ed i Falisci mandarono legati *circa XII populos;* ma il Drakenborchio osserva che la lezione di alcuni manoscritti più d'una volta fu presa per *X populos.* All'incontro si potrebbe soggiungere che gli Stati potevano essere stati diminuiti dal numero di XII, e nondimeno nominarsi continuamente quel numero come il legale primitivo.

unirsi tra loro. Essa suppone qualche cosa di antecedente tra i federati che li abbia condotti a questo fatto, e questo antecedente potrebbe essere facilmente la comunanza di origine. Movendo con questo spirito, la federazione può essere talvolta niente altro che una preparazione, un grado alla società civile, ossia la società civile può essere ne'suoi primordj una federazione di tribù. Andando innanzi per questa via ne viene fuori da poi una società civile unitaria. Talvolta però alcuni popoli che si tengono della medesima origine ponno fare soltanto, e lo fecero realmente, qualche atto comune a tempi periodici che ricordi questa loro comunanza e stringersi in qualche vincolo comune a questa foggia. Ciò avviene massimamente quando codesti popoli si riuniscono a celebrare qualche festa religiosa, a tener mercati e cose somiglianti. Le loro società civili sono costituite; ma la loro federazione rimane larga, si attua soltanto per qualche scopo di preferenza religioso ed economico, e non procede, perchè non lo ponno o non ne avvertono l'importanza, a formare un corpo uno politico e regolare. Ma una confederazione che non procedette a formare uno Stato unitario, che comprende società civili o città di già costituite, che si estende sopra una superficie oltre le dimensioni ordinarie dei territorj dei singoli Stati, che forma un corpo uno politico e regolare, mentre fa congetturare prima un'equipollenza di forze nei singoli Stati componenti del sistema federale, la quale determinò la sanzione di eguali diritti politici, permette anche di credere che abbia avuto luogo da prima una serie di esperienze ed uno sviluppo di sapienza politica nel popolo, che valse ad ordinare un corpo politico forte al di fuori, mantenendo in modo soddisfacente la sovranità delle singole società civili che esso aveva di già formate. Un siffatto ordinamento non può essere adunque che il prodotto della vita politica già avanzata del popolo, e con ciò vorrebbesi dire che la confederazione etrusca, così come appare nella storia, non sia dei primi tempi della società etrusca. Forse il popolo che diventò l'etrusco, era un'unione di tribù tra loro di egual forza, delle quali ciascuna costituì da sè una città o società civile e col processo del tempo, nei modi e per le cagioni di sopra congetturate, si ordinò in una confederazione.

Il luogo dell'assemblea federale era il tempio della dea Voltunna (*Fanum Voltumnæ*), la cui posizione, se si mettono da parte le invenzioni di Annio da Viterbo, non è ancora stabilita (1). Quivi alle assemblee federali affluiva probabilmente il popolo etrusco da ogni parte, perchè vi erano in queste occasioni feste religiose e mercati; ma i deputati dei dodici Stati, deliberanti in

(1) Cluverius, *Ital. Antiqu.* lib. II, p. 563.

questo congresso, pare che non fossero che gli aristocrati, i quali erano detti *principi* dai Latini (1), ed assai probabilmente *lucumoni* dagli Etruschi. Il nome di *principi* potrebbe anche indicare un grado superiore di nobiltà.

Le assemblee erano ordinarie e straordinarie. Le straordinarie si convocavano per mozione di Stati singolari e talvolta anche di popoli stranieri (2). Le assemblee ordinarie si convocavano ogni anno in primavera, cioè al principio dell'anno militare. Queste assemblee avevano due scopi, l'uno religioso, l'altro politico. L'assemblea tosto che era radunata eleggeva un supremo sacerdote federale. Questi faceva l'offerta federale, consacrava l'assemblea presente e con essa tutta l'Etruria ivi rappresentata per i suoi deputati. Quando l'Etruria perdette la sua indipendenza politica, continuò pure a radunarsi in questo luogo per celebrare una festa di federazione religiosa e di ricordanza nazionale. In quanto allo scopo politico, si dice che fosse la conservazione e difesa della potenza ed indipendenza dell'Etruria al di fuori, donde la guerra e la pace erano i principali oggetti delle deliberazioni di questa assemblea. Se era deliberata una guerra federale, eleggevasi un capitano federale. Questi in segno della sua potestà aveva dodici littori, dei quali ciascuno Stato federale ne forniva uno. Siffatti littori potevano essere stati un'insegna degli antichi re etruschi rimasta appo i magistrati successivi, se non che Livio dice che questi sergenti erano dati al re creato in comune (3), cioè al re federale.

Questa denominazione però che, se la potestà regia era forte, pare contraria anche allo spirito di una istituzione federale, che nelle notizie etrusche non occorre che una o due volte, e veramente in modo che può sembrare inesattezza di espressione, può riferirsi forse al capitano supremo di tutta la federazione. Vero è che Dionigi parla direttamente degli antichi re etruschi, uno dei quali, quando era radunato l'esercito comune dei dodici popoli, cioè il federale, ne prendeva il comando ed assumeva i dodici littori in segno della sua autorità (4); ma in questo caso non sarebbe stato un re federale nominato

---

(1) Liv. VI, 2: *Etruriæ principum ex omnibus populis conjurationem de bello ad fanum Voltumnæ factam mercatores afferebant.* Conf. id., X, 16.

Müller, *Die Etrusker*, IV, 1, 3.

(2) I Vejenti ed i Falisci mandano intorno appo tutti i dodici Stati per ottenere che fosse intimata una assemblea a Voltunna. Liv. IV, 23.

L'esercito sannitico dimanda *principum Etruriæ concilium.* Liv. X, 16.

(3) I, 8.... *et ita habuisse Etruscos (scilicet XII lictores), quod ex duodecim populis communiter creato rege, singulos singuli lictores dederint.*

(4) III, 61: Τυρρηνὸν γὰρ ἔθος ἐδόκει ἑκάστου τῶν κατὰ πόλιν βασιλέων ἕνα προηγεῖσθαι ῥαβδοφόρον, ἅμα τῇ δέσμῃ τῶν ῥάβδων πέλεκυν φέροντα· εἰ δὲ κοινὴ γένοιτο τῶν δώδεκα πολέων στρατιὰ τοὺς δώδεκα πελέκεις ἑνὶ παραδίδοσθαι τῷ λαβόντι τὴν αὐτοκράτορα ἀρχήν.

per la guerra, ma un re di uno Stato federale nominato a comandante delle armi della federazione, il quale perchè era re nel suo Stato, potè anche conservare questo titolo alla testa della federazione. Queste insegne dei littori avrebbero durato anche da poi che la potestà reale fu abrogata in Etruria; il che suole avvenire per consuetudine di cose passate.

Se il capitano federale era nominato per una guerra, pare che la sua autorità cessasse al finire di quella. Così se il supremo sacerdote era eletto per la consacrazione federale dell'assemblea, avrebbe dovuto pur cessare con quelle cerimonie. Le notizie mancano intorno alla durata di queste cariche: ma certe conseguenze richiedono certe premesse; e si dimanda quindi chi intimava le assemblee federali, chi trattava cogli Stati esteri nei rapporti della federazione che prima di una guerra e dopo potevano pur emergere? Se non vi fu una potestà perpetua o di lunga durata, chè ciò è contrario allo spirito di un sistema di Stati sovrani, vi doveva pur essere un'autorità federale permanente, se la federazione sussisteva come un corpo uno e regolare; vi doveva essere il potere esecutivo della federazione; e questo potere, pare verisimile che dovesse di preferenza trovarsi in quel capo politico che nominavasi il supremo comandante dell'armi.

Furono accennati di sopra i due scopi delle assemblee di Voltunna per trarne fuori la notizia dei capi della federazione; ora per toccare più specialmente delle attribuzioni di queste vorrebbesi dire che vi ha apparenza che siffatte assemblee fossero come il corpo legislativo della federazione. Entrando di poi nei particolari, trovasi primamente qualche indizio che le costituzioni dei singoli Stati dovessero essere approvate dall'assemblea federale, perchè a Vej, che avrebbe restituita la potestà regia contro il parere della federazione, si racconta che sarebbe stata negata, quantunque più per odio contro la persona del re che contra il regno, l'assistenza federale nelle sue guerre contro Roma (1). Ma questa mancanza di ajuto può forse essere interpretata più ragionevolmente supponendo che la federazione ne fu impedita dall'assalto dei Galli che allora seguiva nella circumpadana (2), poichè ad ogni modo non poteva essere indifferente per la federazione di perdere un avamposto così importante come era Vej verso Roma. Di poi data anche la negativa, sarebbe da verificarsi se ciò avvenisse per un accidente anzichè in forza di una legge

---

(1) Liv. V, 1.

(2) Liv. V, 11.... *nunc jam pro se fortunam suam illis (Vejentibus) negare (auxilium). maxime in ea parte Etruriæ gentem inusitatam, novos accolas Gallos esse, cum quibus nec pax satis fida, nec bellum pro certo sit.*

federale per avere violata la costituzione. Se la preallegata condizione dell'approvazione della costituzione non era di legge in Etruria, era questo un difetto non piccolo, perchè una federazione dovendo pur avere un'unità d'azione, un principio uno dirigente, importa che sia composta di elementi omogenei, e quindi può ricevere un imbarazzo dalla parziale alterazione di un suo elemento.

Si crede anche che fosse tenuto per principio che niuno Stato federale potesse intraprendere una guerra per proprio conto senza l'assenso della federazione. Ciò apparirebbe dal fatto che essendo stretta Vej dalle armi romane, ed i Capenati ed i Falisci facendo istanza presso l'assemblea di Voltunna, perchè con intento comune fosse porto soccorso a quella città, fu loro risposto che (1) *antea se id Vejentibus negasse, quia, unde consilium non petissent super tanta re, auxilium petere non deberent* (2).

Una guerra però decretata dall'assemblea era obbligatoria per tutti gli Stati, e quello che vi si rifiutava poteva essere escluso dalla federazione. Ma nondimeno mancavano talvolta dei singoli popoli alle imprese generali (3). Talvolta anche si trova che l'assemblea rifiutandosi d'intraprendere una guerra federale, permetteva però ad uno Stato particolare ed anche agli individui di farla per conto proprio (4).

La condizione dell'assenso federale, perchè uno Stato potesse fare la guerra per proprio conto, è al tutto necessaria per una federazione; ma la sanzione del rifiuto di soccorso era insufficiente al suo scopo. Questa sanzione si risolve in ciò, che ogni Stato particolare poteva liberamente intraprendere una guerra per proprio conto con uno Stato estero, purchè si accomodasse di farla colle proprie forze. Ora questa facoltà poteva far perdere un membro alla federazione, se questa in una guerra disgraziata non voleva intraprenderne la difesa, o strascinarla in una guerra che essa non aveva voluto intraprendere. Delle conseguenze dannose di queste guerre particolari a tutto il corpo etrusco vi hanno più esempj nella storia romana, dove diversi popoli singolari negli

---

(1) Liv. V, 11.

(2) Da prima al passo succitato di Livio (V, 1) fu negato l'ajuto ai Vejenti finchè erano sotto al regno! È questa un'obblivione di Livio? Ad ogni modo debbe tenersi per fondato in legge etrusca il motivo di negativa *unde consilium non petissent super tanta re, auxilium petere non deberent?* Ma se non aveva un tal fondamento, avrebbe Livio addotto un tal motivo?

(3) Liv. IX, 32: *Omnes Etruriæ populi præter Arretinos ad arma ierunt.*

(4) Liv. V, 11: *Sanguini tamen, nominique, et præsentibus periculis consanguineorum id dari, ut si qui iuventutis suæ voluntarii ad id bellum eant, non impediant.*

Dionys. III, 51.

accordi di pace dovettero rendersi, siccome, p. e., i Falisci, deditizj di Roma (1). I fatti sopraccennati, oltre i difetti ora avvertiti, rilevano uno spirito d'indipendenza nei membri della federazione che non si era ancora piegato ad una unità federale veramente regolare o che già tendeva a dissolverla.

L'adunanza dei deputati federali al tempio di Voltunna, non capo-luogo di alcuno Stato federale e poco importante per sè, potrebbe far credere che i singoli Stati esercitassero nella federazione un'autorità equipollente. Nondimeno si udì pure parlare di egemonia in cotesta federazione, e prima di Tarquinii, per tacere di Corito, poi di Volseno, ed in fine anche di Chiusi. Una tal quale egemonia di fatto in una federazione sembra inevitabile, perchè sembra inevitabile che una città per circostanze più felici diventi la più popolosa, la più ricca, la più colta, la più potente della federazione. Di qui un'influenza morale, un'iniziativa, una parola d'ordine per gli altri Stati della federazione, la quale può risolversi in una tal quale direzione od egemonia di fatto. Negli Stati Uniti di America non vi ha certamente alcuno Stato capitano, ma quello che ha la città più popolosa, più ricca, e più intelligente, forse Nuova York, non può a meno di far già sentire più fortemente che gli altri la sua opinione. Una tale egemonia può esercitarsi anche fuori del proprio Stato, in un luogo terzo di riunione, a Washington, come a Voltunna. Ma questa circostanza del luogo terzo di riunione non si vede che possa impedire anche una egemonia di diritto, e l'egemonia riconosciuta di Atene fu esercitata anche al consiglio degli Anfizioni, onde Tarquinii anche colle forme legali potè essere capitana alle assemblee di Voltunna.

L'egemonia di Tarquinii rappresenta lo stato della federazione, in cui prevaleva il principio aristocratico genealogico o lucumonico. I rapporti che ebbe la federazione allora con Roma sono stati discussi in altro luogo (2). Si congettura dal Müller che l'egemonia di Tarquinii si tramutasse da poi in Volseno, e ciò addivenisse per i cambiamenti dei rapporti sociali e dei principj politici seguiti negli Stati della federazione, prevalendo la ricchezza o la timocrazia sopra l'originarie famiglie che fondarono la società, ossia sopra la nobiltà genealogica o lucumonica. Questo fatto sarebbe rilevato dal congetturato carattere dei movimenti di Celio e di Vibenna, nomi di famiglie che trovavansi in Volseno, di che già fu disputato in altro luogo (3). Un somigliante passaggio delle società civili dall'una

---

(1) Liv. V, 27.
(2) *Memorie dell' I. R. Istituto Lomb.*, l. c., p. 193 e segg.
(3) L. c.

all'altra costituzione è certamente attestato da molte storie, e la costituzione centuriata di Roma che viene dopo la curiata è una conferma di questa asserzione. Se il fatto è avvenuto in qualche luogo, è fattibile ed è certamente conforme alle solite speculazioni *a priori* intorno alle modificazioni della società civile; ma che un tale fatto sia proprio avvenuto in Etruria, non vi ha che la congettura del Müller ad indicarlo. Dall'altra parte l'ordine di certe truppe che avevano una sembianza feudale, come si vedrà in seguito al luogo della milizia, che durò lungamente dentro i tempi romani, sembra deporre contro una modificazione della costituzione da aristocratica in timocratica. La spedizione di Larte Porsenna a Roma per rimettervi dentro i Tarquinii ha fatto pur credere, che essendo egli re o capo di Chiusi, in quel tempo questo Stato tenesse l'egemonia. Certamente che se l'impresa era federale, vi ha grande apparenza che Chiusi fosse allora la capitana della confederazione, ma ciò non è detto, nè appare dalla storia; e se i Tarquinii non erano quei magistrati etruschi inviati a governar Roma etrusca, come congettura il Müller, potè bene la spedizione di Larte Porsenna non essere che un atto parziale, donde cadrebbe l'ipotesi dell'egemonia clusina che vi sarebbe stata di sopra appoggiata.

La Milizia. — Il significato essenziale di un esercito sta propriamente nei rapporti della difesa esterna e del diritto delle genti, e quindi se i rapporti di pace e di guerra in uno Stato federale appartengono in principio alla federazione, è qui il luogo di parlarne.

Quando gli uomini si raccolgono primamente in società, lo fanno per la loro sociabilità ed anche per difendersi, e sia per un motivo sia per l'altro vogliono mantenere questa loro società. Per questo scopo la società adunque si tiene armata, e se tale è lo scopo del suo esercito, le armi non saranno affidate se non a chi ha interesse nella conservazione della società e secondo che gli interessa. Da qui viene che se la milizia è un dovere, è anche un diritto. L'esercizio dell'armi rappresenta anche un diritto politico, e l'organizzazione di un esercito può rappresentare le condizioni politiche dei suoi componenti. La riunione degli uomini adunque che costituisce la società civile o la città, sarà anche l'esercito: secondo la quantità di partecipazione alla cosa pubblica potrà essere l'armamento e l'armatura dei cittadini, e cotesti cittadini secondo la loro capacità a combattere usciranno a guerreggiare alla campagna o difenderanno la città dal di dentro. Molte società, e forse nella loro prima costituzione tutte, hanno presentato ad un tempo compenetrata nell' ordine politico l'organizzazione di un esercito attivo e di riserva. In alcune società greche il capo dello Stato nominavasi col solo nome di condottiero dell'esercito (στρατηγός). Siffatta espressione di rapporti politici che si crede di riconoscere

nell'organizzazione di un esercito sta quando l'esercito è composto di cittadini e per quella parte che i militi vi sono come cittadini: ma se l'esercito è mercenario, in tutto od in parte, nazionale o straniero, non occorre di avvertire che esso per il rapporto della mercede rappresenta la forza dell'elemento politico che per propria autorità gliela paga.

Il Müller(1) facendo appoggio sulla forma dell'esercito urbano dei comizj centuriati di Servio Tullo congettura che un somigliante ordinamento doveva esistere in Etruria, e sembra quindi portare opinione che vi fosse una specie di falange ellenica, in cui i cittadini benestanti comparissero come opliti, armati di compiuta armatura, e costituissero il nerbo dell'esercito, mentre la classe inferiore dei poveri, più leggermente od imperfettamente armata, si stringeva alla parte posteriore per rinforzare l'impeto dell'insieme e dare ajuto in qualche modo. Se ciò fosse stato, l'esercito etrusco avrebbe rillesso anche una costituzione politica timocratica.

Ma con questo esercito così congetturato dal Müller compajono anche certe coorti di genti di campagna, come Livio ne dà cenno (2). Cotesta gente pare che fosse in dipendenza di clientela (3) o vassallaggio o famulato dai proprietarj del suolo, ai quali prestava la coltura del terreno ed anche il servigio militare. Poteva essere quella popolazione umbrica che fu soggiogata dai Pelasgi-Tirreni.

Di poi si trova che talvolta nell'esercito etrusco, siccome nell'anno 444 di Roma al Vadimone, per legge sacrata raccolto l'esercito, ciascuno si sceglieva il suo compagno (4). Questo ordine fa congetturare che la milizia fosse composta di uomini a cui stesse ben a cuore la conservazione dello Stato, che fosse nazionale e di cittadini politici.

In fine ricordasi che gli Etruschi avessero truppe mercenarie (5), e si parla di Porsenna che avesse distribuito la paga ai suoi soldati. Ma in questo caso è da esaminarsi, se la mercede non fosse un fatto isolato, un ὀψωνιασμός, un indennizzo di vitto, e non una paga sistematica. Tuttavolta pare che la nobiltà si fosse presto ritirata dalla milizia (6).

---

(1) *Die Etrusker*, II, 3, 1, 3.

(2) IX, 36. *Agrestes Etruscorum cohortes.*

(3) Dionys., IX, p. 562. Συνελήλυθεσαν γὰρ ἐξ ἁπάσης Τυρρηνίας δυνατώτατοι τοὺς ἑαυτῶν πενέστας ἐπαγόμενοι.

(4) Liv. IX, 39: *Etrusci, lege sacrata coacto exercitu, cum vir virum legisset (sibi periculi socium. v. Turneb., I.* 27 *adv. c.* 7, *et Vict. I.* 18 *var. lect. c.* 19) *quantis nunquam alias ante simul copiis, simul animis dimicarunt.*

(5) Dionys., V, 28.

(6) Müller, II, 3, 8.

Se si può raccogliere qualche cosa da queste indicazioni, vorrebbesi scorgere primamente che sussistendo quelle coorti di genti di campagna che avevano sembianza di essere truppe feudali sino agli ultimi tempi di Etruria, l'aristocrazia lucumonica avrebbe sussistito ancora, e quindi ogni ordine militare doveva essere compatibile con questa aristocrazia. Perciò quell'esercito di benestanti o timocratico, congetturato dal Müller, di cui il nerbo era costituito dagli opliti, non pare troppo probabile che potesse consistere con quella. Ma se non si può facilmente ammettere che i cittadini liberi, benestanti, non nobili, in tempo di aristocrazia costituissero la parte più importante dell'esercito, pare probabile però che gli Etruschi avessero un esercito di quella armatura di sopra descritta, poichè nelle battaglie contro i Romani più volte fecero valida resistenza alle legioni romane, e legioni sono anche nominate da Livio le loro ordinanze. Di qual gente adunque, se un siffatto esercito sussisteva, era composto? Non dei clienti o vassalli, perchè i patroni od i signori lo avrebbero trovato più forte di qualunque armamento essi avessero potuto formare. Di poi al modo con che sono accennate quelle truppe (*cohortes agrestes*, πενεσται) da Livio e da Dionigi non pare che fossero disposte nell'ordinanza delle legioni o della falange. Non sembra nemmeno probabile, che quelle schiere di opliti fossero della nobiltà, perchè dovendo essere le più numerose, ed essendo la nobiltà in minoranza numerica in rapporto al rimanente della popolazione, non poteva bastare all'uopo. Inoltre dove l'aristocrazia dura, e l'arte della guerra riduce la milizia in forme severe, faticose, poco brillanti, la nobiltà suole allontanarsene. Essa può somministrare gli individui per i posti di ufficiali superiori, come pare facesse l'aristocrazia di Cartagine, ma non costituisce l'essenza dell'esercito. La cavalleria del medio evo potè comporsi di nobili, ma i fanti armati di picche e poi di moschetto che risultarono nel seguito le truppe permanenti, assoldate, e formarono il nerbo degli eserciti di Europa, non furono di nobili. In fine, vuolsi ripetere ciò che fu già accennato di sopra, che la nobiltà etrusca si era assai per tempo ritirata dalla milizia. Dopo queste negazioni e questi cenni si potrebbe insinuare la congettura, che se sussisteva veramente in Etruria quell'esercito di opliti di sopra descritto, potesse essere di mercenarj, pagato e forse anche capitanato dall'aristocrazia.

Colle truppe feudali e colle mercenarie poteva meglio consistere quell'esercito che si raccoglieva con legge sacrata, perchè nella parte superiore poteva comporsi di nobili, dei quali ciascuno si eleggesse un suo compagno o fedele, conciossiachè in questo caso chi era scelto ed aderiva alla scelta, dasse indizio di essere in condizione inferiore dell'elettore.

Nella somma di questi cenni si vorrebbe adunque conchiudere che

sussistendo l'aristocrazia, poichè il fatto delle coorti agresti sembra significarlo, vi poteva essere un esercito, in cui si trovassero milizie mercenarie ai soldi dell'aristocrazia, di poi truppe feudali, forse in supplimento, e negli estremi casi colla legge sacrata un esercito lucumonico anche di carattere feudale.

Diritto delle genti. — Sebbene i singoli Stati della federazione potessero di fatto, come fu di già avvertito, fare la guerra indipendentemente dall'autorità federale, e quindi ne risultasse per essi la possibilità di fare anche trattati per conto proprio; pure, siccome il diritto di eseguire questi atti e transazioni sembrava ritenuto in principio come appartenente alla federazione, così essa è da riguardarsi come l'unità ed il rappresentante del popolo etrusco in rapporto alle nazioni straniere; e qui adunque al luogo della materia federale si può toccare del diritto delle genti etrusco. Fu disputato se l'ordine dei Feciali, specie di sacerdoti ambasciatori che intervenivano nelle relazioni estere, fosse d'istituzione etrusca ed originasse da Falerii per quella denominazione che ebbe di *Equum Faliscum*. Ma questo nome sembra evidente (1) che derivasse dalla posizione della nuova città falisca al piano, da poi che i Romani avendo distrutto il Falerii vecchio al monte, non permisero ai Falisci di rifabbricare la loro città in luogo forte, onde però pare che la derivazione dell'istituzione dei Feciali da Falerii riposi sopra una falsa spiegazione di parole.

Le relazioni estere di pace dopo la guerra, di alleanza e somiglianti sono fondate sui trattati: ma prima dei trattati e senza i trattati vi è un modo di vedere questi rapporti secondo la ragione dei popoli. Il concetto dei rapporti di eguaglianza tra i membri dell'umana famiglia è una generalizzazione che non potè nascere, se non dopo che furono considerati i rapporti di nazioni determinate. Prima che le società, non i soli filosofi, si formassero quel concetto generale, i popoli vivevano tra loro senza legge. Le religioni nazionali dell'antichità favorivano inoltre l'isolamento dei popoli materiale e morale. Trovasi nella storia che se non interveniva tra loro qualche trattato positivo, i popoli si trattavano reciprocamente con molta facilità come nemici. Un tal quale diritto delle genti naturale non appariva che tra i popoli della medesima origine, che avevano un qualche culto comune, poichè l'eguaglianza di origine, frequentemente divina secondo le mitologie, involgeva anche eguaglianza di religione; ma quivi il diritto delle genti teneva della natura del diritto federale, o meglio rappresentava un sentimento di parentela che conduceva a stringere una federazione od anche a formare una città unitaria, piuttosto che a fermarsi

(1) Müller, *Die Etr. Einl.* 2, 14.

a riguardare i popoli della medesima origine sotto il punto di vista generale di membri eguali della famiglia umana. Gli Etruschi non erano per rispetto al diritto naturale delle genti in condizioni migliori degli altri popoli, chè anzi la pirateria che esercitavano, dà indizio che tenevano certamente i popoli stranieri fuori della loro legge. Tuttavolta se i popoli tra loro stranieri dell'antichità venivano ai trattati, chè pure ci venivano, ciò implica pure in sè qualche idea di diritto antecedente al trattato stesso. Imperciocchè, sebbene nei trattati che stipulavan tra loro sembra che non mirassero direttamente ad altro che a privarsi della facoltà di commettere certe azioni materiali o ad imporsi certe azioni materiali, pure l'atto per sè di scendere ad un trattato anche con solennità religiose pare che contenga una ricognizione implicita di stipulare con un essere della medesima natura (1).

STATI PARTICOLARI.

La federazione etrusca era composta di dodici Stati, dei quali ciascuno inviava i suoi deputati alla assemblea federale. Non si conosce il numero, nè tampoco in che proporzioni questi rappresentanti erano eletti da ciascun membro della federazione. Ma sembra che alcuni di questi Stati fossero internamente costituiti di più parti distinte, le quali componevano un corpo politico che nella federazione compariva come un'unità. Di questa condizione vuolsi adunque discorrere prima di discendere all'ordinamento interno di ciascuno Stato.

Alcune di queste unità federali risultavano da una federazione subalterna di altri corpi politici fra loro indipendenti che si riunivano a formare un elemento solo per la federazione generale. Essi avrebbero amministrata la loro società rispettiva per sè, e quindi avrebbero avuto tutti i loro ordini civili ed i loro lucumoni. Pare però che in queste federazioni subalterne vi fosse una egemonia di diritto, almeno per la denominazione della federazione, perchè esse sono ricordate nella federazione generale per il nome solo di una

---

(1) Parlando della società etrusca si parla di tempi assai rimoti, nei quali non pare inverisimile che il diritto naturale fra tutti gli uomini fosse appena implicitamente sentito; nondimeno anche l'antichità stessa avrebbe avuto popolarmente questo concetto, se Livio, nel noto caso del maestro di scuola di Falerii, forse non attribuisse a Camillo le idee de' suoi tempi. Così nel V, 27. Camillo a quel maestro che gli voleva mettere in mano per tradimento i figli dei principali della città, tra le altre cose disse.... *nobis cum Faliscis quæ pacto fit humano, societas non est: quam ingeneravit natura, utrisque est, critque.*

città che mostra di essere la principale. Si crede che Nepet fosse certamente di questi Stati indipendenti o sovrani che non si mostrano col loro nome nella federazione generale, perchè Livio (1) ricorda i principi di Nepet. Il Müller inoltre stima di poter inferire che vi fosse una confederazione tra questo Nepet, Sutrio, Capena e Fidene colla città di Vej, perchè dopo la conquista di Vej queste città compajono immediatamente come confederate e socie di Roma, quasi che nel loro sistema federale avessero voluto o dovuto stringersi con quella città ch'era subentrata alla loro città capitana.

Con queste federazioni subalterne e senza di esse può consistere anche un rapporto di sudditanza e di signoria tra città e città e fra terre e città, sicchè formassero tra le une e le altre un corpo solo politico (2). Così Sabate, il cui territorio costituì da poi sotto i Romani la tribù sabatina, pare che formasse parte dell'*ager vejentanus* sotto a Vej; e così forse Gravisca era dipendente da Tarquinii ed Aurinia da Caletra (3).

---

(1) VI, 10, *Nepesinorum principes.*

(2) Müller, *Die Etr.*, I, 2, n. 30.

(3) I PP. Marchi e Tessieri nell'opera dell'*Aes grave* del Museo Kircheriano, Roma, 1839, a pag. 6 dicono: « Due città che pare fossero madri di altre città, rinvenuto che ebbero quel simbolo, il quale o rappresentava il loro nome od altra cosa al nome loro somigliante, lo scolpirono su amendue le faccie del loro asse, e lo ripeterono costantemente sulle altre cinque monete, nelle quali l'asse dividevasi. Le diverse città, figliuole a queste due metropoli, ritennero tutte nel diritto di loro monete l'insegna della madre, e sul rovescio ciascuna impresse quel simbolo ch'era il più acconcio ad indicare loro stesse. Questa semplicità di linguaggio simbolico pare propria degli Etruschi, ed in parte anche degli Umbri Iguvini ».

E più sotto i medesimi autori a pag. 94-95, riferendosi dalla tavola III alla IX dell'Atlante, producono le monete che hanno la ruota su i due lati, poi quelle che hanno la ruota da un lato e la bipenne dall'altro, indi quelle che hanno la ruota da un lato ed un vase dall'altro, ed in fine quelle altre che hanno la ruota da un lato e l'áncora dall'altro. Dopo di ciò asseriscono « essere facile di avvedersi che la serie della ruota ripetuta nel diritto e nel rovescio era il prototipo delle altre. Perciò conchiudemmo, dicono, che metropoli esser doveva la città che l'ebbe in uso, e che l'altre esser dovevano colonie uscite dal suo seno ». Dimostrano da poi che questa metropoli doveva essere Cortona.

A queste conchiusioni del Marchi e del Tessieri il Lepsius nel suo discorso: = *Ueber die Verbreitung des Italischen Münzsystems von Etrurien aus.* Leipzig, 1842, pag. 62-63 = assente così esprimendosi « *Wir stimmen hierin ganz der Ansicht der Verfasser bei, dass die mit dem Rade verbundenen zweiten Embleme Städten angehörten und zur Unterscheidung dienen sollten, welche Cortona entweder auch politisch, oder wenigstens in Bezug auf ihren Münzfuss als Metropole ansahen.* »

Questo dotto, quantunque accolga la possibilità che Cortona fosse metropoli soltanto per

Siffatte dipendenze erano stabilite anche col mezzo delle colonie, le quali formavansi dentro del territorio stesso della federazione, siccome si dice che Populonia fosse colonia di Volterra (1).

Qui sorge naturalmente la dimanda, se l'Etruria circumpadana e la campana, le quali secondo le testimonianze degli scrittori e le tradizioni mitiche (2) furono fondate dall'Etruria centrale, e le quali pur si dice che si reggessero in federazione, stessero anche in qualche rapporto coloniale colla madre patria. Dalla tradizione di Felsina, già avvertita altrove (3), sarebbe stata fatta qualche induzione che forse ogni Stato dell'Etruria centrale fornì il suo contingente a costituire la circumpadana, e quindi che questo corpo politico sia stato una vera colonizzazione di quella Etruria. Sembrerebbe inoltre che nell'assalto dato dai Galli alla circumpadana un qualche ajuto fosse stato porto a questa regione dalla sua madre patria. Almeno cotesta ne avrebbe accolto i suoi nazionali fuggitivi. Ma oltre questi cenni e queste induzioni non traspare alcuna traccia che cotesta Etruria fosse in qualche modo dipendente dalla centrale. Del pari non si conosce, se sussistessero rapporti di dipendenza della campana dalla centrale. Vi furono stabilimenti etruschi in Corsica, siccome ad Aleria, e forse anche in Sardegna, per tacere dell'isola d'Elba che si può riguardare come terra unita all'Etruria centrale, e si sa essere stata dipendenza di Vetulonia; ma ignoransi i rapporti con cui quegli stabilimenti stavano con questa Etruria. In genere poi non sono conosciute le leggi di dipendenza delle città o terre, suddite sia per la condizione di colonie sia per qualsivoglia altro motivo, dal loro stato dominante. Ma vi ha un altro rapporto, il quale se primitivamente formossi sulle basi dell'eguaglianza, potè degenerare e costituirsi in un vincolo di dipendenza, e nella società romana certamente si costituì in questo modo, ed è quello del municipio (4).

---

il titolo della moneta, ammette però che potesse essere anche metropoli politica delle altre città che avevano moneta portante il simbolo di Cortona ed il loro proprio. Questo fatto numismatico che dà indizio, comunque non esclusivo, di una metropoli politica di un gruppo di città dentro l'Etruria generale di mezzo, non può essere ricusato come confermativo in qualche modo delle asserzioni del testo.

(1) Müller, *Die Etr.*, II, n. 14. *Alii Populoniam Volaterranorum coloniam tradunt*, nei *Commentarii in Virgilium Serviani*, etc. *Accedunt Virgilii interpretes a Majo primum editi*, etc. Gottingæ, 1826. *In Virg. Æneid.*, lib. X, 172.

(2) Tarconte, dopo aver fondato l'Etruria centrale, sarebbe passato a fondare la circumpadana. Vedi Virgilii *Intpp. veteres ex Palimpsesto Veronensi. Ext. in Class. Auct. e Vatic. cod. edit.*, *curante* A. M., T. VII, p. 303. Romæ, 1833.

(3) *Memorie dell'I. R. Istituto Lomb.*, l. c., p. 202-203.

(4) Sigonius, *De antiquo jure Italiæ*. Cap. VI *De Municipiis*.

Il municipio è rassomigliato alla isopolizia greca, cioè a quell'ordine per il quale i cittadini di uno Stato o città godono in altro Stato gli stessi diritti dei cittadini proprj, salve di solito alcune eccezioni di diritti sovrani. Questo rapporto fra Stati esteri nacque certamente per un atto del diritto delle genti positivo, il quale da poi trasmutossi in materia di diritto pubblico rispettivo dei due Stati. Così la società romana accordando diritti romani limitati a Stati da prima esteri ed imponendo loro gravi doveri sociali verso di sè, li costituiva in una limitata dipendenza dal suo governo. Il municipio si governava internamente da sè, ma non esercitava alcuna azione al di fuori, se non col braccio dello Stato superiore.

Di siffatti municipj per analogia d'istituzione poterono formarsi anche in Etruria sia in rapporto ai singoli Stati, sia in rapporto a tutta la federazione; il quale ultimo rapporto per ciò si risolveva in tanti rapporti speciali coi singoli Stati federali. Non deve qui essere ricordata Cere, che fu il primo municipio romano, perchè facendo parte col sistema romano deve essere riferita al diritto romano. Ma forse il diritto municipale od isopolitico, se non in tutta la sua somiglianza, con poca limitazione, fu reciprocamente esercitato fra gli Stati della federazione.

Discendendo ora propriamente all'ordinamento interno dello Stato, occorrono alcune indicazioni circa le disposizioni degli ordini sociali, che ci ponno dare qualche lume intorno al carattere della costituzione civile. Festo riferisce che nei libri rituali degli Etruschi (1) era indicato il modo con cui, fra le altre cose, erano fondate le città, divise le tribù, le curie, le centurie; donde emergerebbe che l'ordinamento della città etrusca fosse per tribù e per curie. Si dice per verità che cotesti rituali siano stati composti nell'età romana e per i Romani; ma da ciò non viene necessariamente, che in essi siano stati sostituiti gl'istituti romani agli etruschi e che con nomi etruschi siano state rappresentate costumanze romane. Tuttavolta se la composizione di questi libri cadde nei tempi romani, e coll'intento ora avvertito, non può negarsi che la loro autorità circa alle cose etrusche non ne venga diminuita come conferma delle notizie ora addotte. Invece si ha da un Volnio, scrittore etrusco, citato da Varrone (2), che i

---

(1) *Rituales. Conf.* Müller, *Die Etr.*, III, 2, 5.

(2) *De LL.* X, c. 55, ed. Müller. Per verità Varrone dice: *Ager romanus primum divisus in parteis tris, a quo tribus appellata Tatiensium, Ramnium, Lucerum: nominatæ, ut ait Ennius, Tatienses a Tatio, Ramnenses a Romulo, Luceres, ut Junius* (forse *Graccanus*) *a Lucumone. Sed omnia hæc vocabula tusca, ut Volnius, qui tragœdias tuscas scripsit, dicebat.* Ma se queste tribù romane erano sistemi di famiglie, come è certo, la divisione

nomi delle prime tribù romane dei *Ramnenses, Tatienses, Luceres* sarebbero vocaboli tolti dalla lingua etrusca. Cotesta divisione romana era veramente per tribù, e coteste tribù erano pur suddivise in curie ed in decurie o genti. Se una tale denominazione adunque era etrusca, vi ha un indizio che un somigliante ordine potesse trovarsi anche in Etruria, donde questi nomi furono tolti (1).

In fine si conviene di riprendere in mano il brano di Virgilio già citato altrove per uno scopo etnologico (2). Il brano è il seguente:

> « *Mantua dives avis; sed non genus omnibus unum;*
> *Gens illi triplex, populi sub gente quaterni;*
> *Ipsa caput populis, tusco de sanguine vires* ».

Lasciando stare le voci *avis* e *genus* che renderebbero un significato etnologico, l'ordinamento della città comincerebbe con la parola *gens*, la quale se *genus* avrebbe significato *nazione*, come altrove si adoperò di dimostrare(3), dovrebbe rappresentare un'altra idea. Le parole *gens illi triplex* pare proprio che si riferiscano alla città di Mantova; e se *gens* non è nazione, non sarebbe arrisicato il dire che significando anche in linguaggio di diritto pubblico romano una divisione dello Stato gentilizia, la divisione della curia in genti o decurie, potrebbe pure qui significare una divisione della popolazione di Mantova. Ma qui la gente compare in primo grado di divisione, e potrebbe adunque equivalere a quella che in Roma era la divisione nelle tre tribù della costituzione curiata. Viene di poi la parola *populus*. In altro luogo (4) fu detto essere manifesto che Virgilio qui parlasse dei dodici popoli che formavano l'Etruria settentrionale. In effetto, i quattro popoli sotto a ciascuna delle tre genti o tribù conducono all'usitato numero *dodici* dei popoli della federazione. Ma cotesti popoli o Stati che dipendevano per quattrena da

---

territoriale indicata da Varrone si compenetra colla gentilizia, ed i nomi etruschi di queste tribù ponno applicarsi anche a questa divisione. Forse il nome gentilizio fu applicato alla divisione territoriale.

(1) Orioli adopera di dimostrare che questi nomi delle tribù romane erano anche propri delle tribù etrusche, *Delle tre prime tribù romane*, nel *Giornale Arcadico*, Vol. 382, 83, 84, 1852, pag. 169 e segg.

(2) *Æn.* X, v. 201.

Memorie dell' I. R. Istituto Lomb., l. c., p. 207.

(3) Ibid. l. c.

(4) Ibid. l. c.

una rispettiva tribù in Mantova, erano piuttosto sudditi di uno Stato unitario che non costituissero una federazione! E la condizione federale di cotesta Etruria si dà come per cosa ricevuta! Niebuhr interpreta i popoli per *demi*, il che sta colla suddivisione di una città, e quindi di uno Stato unitario. Servio nel suo commento a questo luogo tiene i popoli per curie, poichè dice che Mantova era divisa in tre tribù, ciascuna tribù in quattro curie, ciascuna delle dodici curie aveva un lucumone, i dodici lucumoni signoreggiavano l'Etruria settentrionale, ed uno fra loro signoreggiava sopra gli altri. Lo scoliaste veronese pubblicato dal Mai (1) asserisce a questo proposito: *Deseribtio, de quo loquitur* (poeta) *in vetere Etruria extat. Sed Vergilius miscet duas Etrurias veterem et inferiorem, ut utriusque principatum Etruriæ* (2) *suæ adsignet.* Sembra che Servio, come osserva anche Nägelé (3), aggiunga qualche cosa di sue notizie oltre quello che appare dai versi di Virgilio: ma se lo scoliaste veronese dicendo che il poeta mescola qui le due Etrurie, volesse riconoscere in questa descrizione un ordinamento federale con egemonia in Mantova, pare invece di poter dire che da essa emerga una costituzione di una città unitaria anzichè una federazione, perchè le tribù rimangono sempre inerenti alla città, e le curie risultano suddivisioni subalterne delle tribù quand'anche si estendessero al di fuori. Come poi i capi di coteste curie potessero essere i capi dei dodici Stati federali sovrani, solo dipendenti da un capo federale, non se ne vede la connessione (4). In forza di queste illazioni sembrerebbe che l'esposizione virgiliana significasse piuttosto una costituzione della città di Mantova che uno Stato federale, di cui Mantova fosse la capitana. Ma tuttavia vi ha qualche sentore federale in quella parola *populi* usata anche sempre da Livio ad indicare gli Stati federali dell'Etruria centrale; e quella parola *caput* premessa ai popoli, *ipsa caput populis*, rende piuttosto cenno di un'egemonia o capitananza di popoli federati che non di dominio sopra una popolazione suddita. In questa dubbietà però una cosa sembra meno dubbia, ed è che la popolazione di Mantova fosse divisa per genti o per tribù. Ora se gli ordini interni di Mantova etrusca ponno rappresentare gli ordini di una città etrusca in genere, si avrebbe qui

---

(1) *Classicorum Auctorum e Vaticanis codicibus editorum etc.* Romæ, 1838, T. VII, pag. 306.

(2) Servius *pro Etruriæ scribit patriæ.*

(3) *Studien über altitalisches und römisches Staats und Rechtsleben*, etc. Schaffhausen, 1849, p. 109 in nota.

(4) Müller, *Die Etr. Einl.* 3, 3, N. 23.

una conferma di ciò che fu riferito di sopra colle citazioni di Festo e di Volnio, cioè che la città etrusca in un tempo fosse ordinata per genti o tribù (1).

La tribù adunque, presa qui anche col nome e significato di gente, può essere ed è stata, come in Roma nei primi tempi, un corpo o sistema di famiglie, e quindi l'ordinamento della città per queste tribù può essere una disposizione delle famiglie per diversi corpi o sistemi. Un siffatto ordine può essere politico ed artificiale, come il Niebuhr dice essere stato quello delle genti romane, ma può essere anche il risultamento di una formazione naturale genealogica. Se la società civile o la città primamente si costituisse mediante una riunione di patriarchie, l'ordinamento civile che ne emergerebbe sarebbe naturalmente per genti o per tribù, perchè ciascuna patriarchia concorrendo a formare una città, non fa altro che trasmutarsi in una sezione o parte di quella in forma di sistema di famiglie; donde viceversa un ordinamento per tribù farebbe supporre una riunione di patriarchie. Ora se un siffatto ordinamento naturale è possibile, pare che l'ordinamento artificiale e politico nella medesima forma non ne sia che una imitazione. La cosa più verisimile che qui possa accadere sembra l'intervento di una sanzione civile sopra lo stato naturale genealogico colle modificazioni portate dalle occorrenti condizioni civili. Basterà quindi d'investigare l'indole del naturale per conoscere anche il carattere dell'artificiale. Ma se questo ordinamento procede dalle patriarchie, per conoscerne la forma ed intenderne il carattere si conviene d'investigare la natura di quelle.

La società patriarcale suole formarsi per moltiplicazione naturale delle famiglie da un capo-stipite comune. Essa è una famiglia ingrandita, ed il suo governo suole chiamarsi patriarcale, perchè è dell'indole del governo di famiglia. Tuttavolta vi ha una differenza nell'origine della potestà, perchè la famiglia propriamente detta non esiste se non per opera di chi l'ha formata, e non dura se non finchè vive il naturale suo capo. Essa si sostituisce subentrando il figlio od il nipote colla moglie e figli al padre od all'avo defunto: si dice che la famiglia sta ancora, perchè la base domestica rimane la stessa, ma

(1) Fu osservato che gli Etruschi mancavano nel nome proprio, a differenza dei Romani, di quella parte che indicherebbe la gente. Ma questo indizio non è necessario, perchè non è necessario d'indicare sempre tutti i rapporti permanenti di persona che non esprimono necessariamente la sua individualità. Di fatto, i Romani dei primi tempi, cioè dei tempi in cui la costituzione per genti era più forte, non avevano che due nomi, e molti altri popoli che vissero certamente in questa condizione non ebbero i tre nomi a foggia dei Romani posteriori.

propriamente è un altro fatto di società domestica. Cotesta società domestica si rinnova naturalmente, si può dire, di generazione in generazione. Ma la patriarchia non si spegne colla morte del patriarca, perchè non è quello che l'ha formata e la rendeva definita: la sua potestà si trasmette, ma la patriarchia rimane. La sua potestà può essere trasmessa per primogenitura nella famiglia derivata dal primogenito del capo-stipite; è questa allora la famiglia privilegiata patriarcale, che equivale alla dinastia nelle monarchie ereditarie. Oltre di ciò la potestà patriarcale potrebbe essere anche trasmessa per elezione dei capi di famiglia.

Si dimanda da poi se l'autorità patriarcale è di natura da penetrare e da esercitarsi nell'interno delle singole famiglie. Qui vuolsi osservare che la patriarchia non è una riunione d'individui ma di famiglie; e se nella società civile l'autorità pubblica durò molto tempo a penetrare nella famiglia coll'emancipazione, colla maggiorennità, col regolamento del testamento e somiglianti; se in Roma in pieno diritto civile la potestà patria era un dominio quiritario, cioè assoluto, che competeva al padre sui figli, pare probabile *a fortiori* che l'autorità patriarcale sarà stata circoscritta al governo di quei rapporti che spettavano soltanto al corpo della patriarchia.

In quanto ai mezzi di sussistenza, se la patriarchia non è che un cumulo di famiglie, se la famiglia in questo sistema vi sta come distinta, è anche possibile, quantunque non si voglia escludere il caso di una certa comproprietà di beni, che nello stato di dimora fissa ciascuna famiglia abbia il suo proprio patrimonio, e che solo la famiglia patriarcale come tale possa essere privilegiata di un maggiore patrimonio.

Discendendo poscia alla famiglia propriamente detta, debbesi qui per l'ordine logico primamente ripetere ciò che fu detto or ora intorno alla potestà patria riconosciuta dal diritto romano; di poi considerando che il padre riesce naturalmente la persona più autorevole nella famiglia, ed in fine avvertendo di nuovo ai limiti del potere patriarcale or ora accennati, pare che si possa fare una induzione ancora *a fortiori*, ma conversa, che l'autorità del padre sarà stata il più possibile assoluta nella famiglia posta nel seno della patriarchia.

La famiglia può comporsi anche di uomini non nati dal padre, ma di estranei come rifuggiti, protetti o vinti, e questi sono i clienti, i vassalli, i famoli o servi, i quali costituirebbero propriamente ciò che per la voce sabina *famel*, e latina *famulus, servo*, nominerebbesi la vera famiglia. Siffatta gente sarà per aderire rispettivamente alle singole famiglie dei padri e costituirne la parte soggetta, perchè non pare troppo probabile che sia per dipendere dalla patriarchia in comune, tanto perchè la patriarchia non suole essere che una

riunione di famiglie, delle quali i padri soli vengono in contatto col patriarca senza alcun ente di mezzo, come perchè se l'assoggettamento o la protezione delle persone sono la causa del famolato, essendo questo il risultamento immediato di fatti e di rapporti individuali, è più facile in quei tempi, che chi si assoggettò un uomo, se lo tenga a sè aderente, e chi è bisognoso di una protezione, la cerchi da vicino ad un uomo o ad una famiglia potente, che non al comune del potere sociale. Che se pure anche si vuol concepire che, p. e., i prigionieri di guerra fatti da una tribù patriarcale in comune siano di pertinenza di tutta la tribù, si trova però nei costumi, forse per l'immediata divisione della patriarchia in famiglie, che i prigionieri vengono tosto divisi tra quelle. Il patriarca, è vero, come padre di una famiglia privilegiata, può avere un numero maggiore di clienti e famoli, può avere dei sergenti, i quali ponno essere anche i suoi stessi famoli speciali, per l'esercizio della sua potestà patriarcale; ma come tale non è necessario, e non è nemmeno nell'indole di questa società di famiglie, che abbia un ordine di uomini o di famiglie subalterne a cui comandi anche come padrone.

Nei tempi primordiali quando la famiglia primamente si formava e cresceva in tribù patriarcale, è conforme all'indole dello spirito umano che sentendo vivamente la sua soggezione alla divinità collocasse quegli atteggiamenti della sua vita sotto l'autorità di quella, e quindi che si tenesse il padre ed il patriarca governante la famiglia e la tribù come rappresentante della divinità, ossia che il governo della famiglia e della tribù fosse di diritto divino. Che se poi fosse creduta ancora qualche tradizione che dasse un' origine divina alla famiglia che ha fondato il popolo, questa sarebbe investita di autorità divina, anche per una causa positiva genealogica, il che potrebbe rendere inerente a siffatte famiglie una specie d'impero di diritto divino, siccome avvenne in quelle di alcuni *basilei* greci, che regnarono perchè il loro capo aveva fondato il popolo ed era figlio di una divinità.

Dove il genere umano potè essere conosciuto in questo stato di patriarchie o di tribù patriarcali, appare di solito in queste condizioni.

Quando poi la patriarchia entra a costituire la città e si trasmuta in tribù civile, vuolsi sapere se conserverà il suo governo ed i suoi mezzi economici di sussistenza alla stessa legge di prima. Si dice che la natura non procede per salti, e si può aggiungere che un atto di riunione, se non è al tutto sforzato, chè allora è un assoggettamento, suole farsi per mantenere e conservare quello che si ha. Ora se le patriarchie si riunirono a formare la città per conservarsi meglio, avranno adoperato di mantenere tutto ciò che possedevano da prima, che potesse stare colla coesistenza nella città; e quindi un governo ed

una proprietà limitata dal solo scopo civile sembra verisimile che abbia potuto sussistere nella patriarchia così trasformata in tribù. Il governo della città formato per la riunione delle patriarchie potrà adunque comprendere in sè una riunione di governi tribuli con sotto-governi domestici, in cui l'autorità umana sarà probabilmente congiunta coll'autorità religiosa nel padre di famiglia, nel capo della tribù, e per la medesima cagione nella potestà civile. Questo è l'ordinamento più facile di una società civile, in cui il governo centrale non è obbligato a conoscere ed entrare in tutti i rapporti che sono tra i membri che costituiscono la stessa società, ma lascia sussistere, tranne le limitazioni od ingerenze per lo scopo generale della società, tutti i governi particolari, e questo quindi assai probabilmente è il primo ordinamento della società civile.

In un governo di questa fatta, dove la tribù rappresenta la patriarchia, e la patriarchia non è che una riunione di famiglie, la famiglia è la molecola essenziale della costituzione; è la famiglia che si pone come tale e si dispone in un tal modo per consistere. Ma la famiglia non essendo in uno stato isolato, non essendo più in una semplice patriarchia, ma costituendo una città che può essere potente ed è potente, sente maggiormente la sua importanza. Oltre al consistere, essa vuol mantenere anche la sua importanza. Sotto questi due punti di vista vuol essere considerata la famiglia in questa costituzione.

La famiglia adunque in essa vuol consistere e conservarsi, perchè ogni cosa che non ha uno scopo transitorio, tende a conservarsi; ma qui la famiglia vi tende per uno scopo speciale, vi tende perchè sente di essere un elemento essenziale della città che ha formata, della città che di rincontro rende lei più importante.

Da ciò che fu detto di sopra a pagina 25 appare che i beni od i mezzi economici delle patriarchie nello stato di dimora fissa possano anche essere i patrimonj proprj delle famiglie. Ma nel trasmutarsi delle patriarchie in tribù di società civile o città, questa possibilità di patrimonj distinti per famiglie diventa una probabilità, o piuttosto non si vede facilmente come altrimenti potrebbe e vorrebbe sussistere la famiglia nella tribù. Le *heredia* di Romolo sono una dimostrazione di questa necessità di situazione. Ora se la famiglia, come fu ora premesso, in questa costituzione vuol conservarsi, perchè si conservi, richiedesi che si conservi pure il suo patrimonio; quindi è verisimile che in siffatta costituzione il patrimonio della famiglia sia inalienabile. Ma le famiglie col succedersi delle generazioni si moltiplicano; ora il patrimonio sarà divisibile tra le famiglie nate dalla famiglia in questo caso primitiva? Se lo è, la divisione può essere spinta a tal punto, che le singole porzioni di patrimonio diventino un mezzo insufficiente o nullo per la sussistenza. Se il patrimonio

deve essere goduto in comune tra queste famiglie moltiplicantisi, il che riprodurrebbe appresso a poco le difficoltà della comunione dei beni nella tribù, potrà pure complessivamente divenire insufficiente al loro mantenimento. Ma i membri delle succedenti famiglie, si dirà, non potranno colla loro attività procurarsi nuovi mezzi di sussistenza? Ma una famiglia che ha il forte sentimento della propria conservazione, vorrà fidare all'evento della capacità de'suoi posteri per mantenersi nella sua condizione? O non vorrà piuttosto assicurarsi contro questo evento? Non è ciò che viene deposto dalla storia in proposito delle famiglie che vogliono e ponno conservarsi? Inoltre, quando anche le famiglie successive possano pure conservare una mediocre sufficienza di mezzi di sussistenza, se la famiglia vuol conservarsi nella sua importanza costituzionale, sarà rassegnata alla diminuzione economica della sua condizione? L'importanza delle famiglie non ha fra i suoi componenti principali anche la ricchezza? ed una famiglia sola ricca non è più potente che molte famiglie povere che pur abbiano nel loro complesso un patrimonio eguale alla famiglia ricca? Se adunque nella costituzione per genti o tribù la famiglia vuol conservarsi e vuol conservarsi importante, mi pare che non abbia altro mezzo che d'introdurre un qualche freno alla divisibilità della proprietà, cioè una specie di primogenitura o di maggiorasco nel significato moderno. Io non dico che nella storia vi abbiano esempj espliciti di questo fatto in tali situazioni di popoli, ma dimando se la natura delle cose non conduce a questi risultamenti. Dimando se l'ente domestico e la sua importanza, elemento essenziale di una costituzione per genti, senza un così fatto freno non si disciolga; dimando se questa divisibilità e questa dissoluzione, finchè dura forte lo spirito di questa costituzione, non sia la cosa ad esso più contraria (1). So che il diritto romano non dà alcun indizio esplicito, anche nei primi tempi, di primogenitura o di maggiorasco; ma la condizione della famiglia romana, massime in rapporto alla costituzione curiata, che corrisponderebbe alla costituzione per tribù ora

(1) Si dice che il *Clan* di Scozia sia un sistema di famiglie che godono il loro patrimonio in comune. Ma è da vedersi se questo ordine sia disposto per costituire un elemento di una città. Nel caso concreto la famiglia non è più considerata solamente nella patriarchia, ma nella città, della quale costituisce un elemento ed una forza, una forza che non vuole soltanto essere conservata dalla città che ne risulta, ma anche dalla famiglia stessa che sente la sua importanza nella costituzione della città. Ora attribuendo alla famiglia questo intento, come emerge dai naturali suoi rapporti colla città, non si vede come la comunione scozzese possa essere confacevole a questa costituzione. Si lasci da parte per ora che nelle costituzioni antiche di questa fatta appajono vestigia di assegnamenti di patrimonj, siccome nelle *heredia* di Romolo.

in questione, è forse ancora oscura. Intanto anche dai giureconsulti è pure stato avvertito che nel diritto romano il fondamento dell'antica successione era la conservazione della famiglia (1). Se vi ha la primogenitura od il maggiorasco nella famiglia tribule, nasce tosto una distinzione tra gli uomini della stessa famiglia, e quindi tra le famiglie primogenite e cadette.

Una città costituita per tribù genealogiche nascerebbe in questo modo, e può stare; ma se non è spenta tosto, nel seguito può e suole ricevere nel suo seno altri uomini ed altre famiglie, le quali per la natura più regolata della potestà civile ponno rimanere in dipendenza diretta dello Stato, cioè della stessa potestà civile, e queste sono la plebe.

Ma la presenza di una plebe può essere un esempio contagioso per le famiglie clienti, perchè dà forza alla potestà civile, la quale sviluppandosi sempre più, tende ad indebolire il potere patriarcale delle tribù. Fino a che però la costituzione per genti si mantiene in vigore, il governo e con esso il ministero della religione che lo informa si trova naturalmente in mano delle famiglie costituenti delle genti; il che vuol dire che sarà aristocratico.

Ritornando ora alla società etrusca che fu lasciata all'indicazione di un ordinamento civile per genti o tribù, si vorrebbe asserire, che se un tale ordine si verificò, dovette avvenire nei primordj della città; di poi che coteste genti erano probabilmente costituite in una condizione somigliante a quella ora congetturata. Con ciò non s'intende di affermare che la costituzione per genti o tribù etrusca fosse naturale od artificiale, ma soltanto che la costituzione gentilizia è di questa natura, e che siffatta costituzione etrusca, fosse naturale od artificiale, e forse potè avvenire prima l'una e poi l'altra cosa, dovrebbe tenere di questa indole.

Qualche fatto e qualche asserzione degli storici vengono in conferma di queste congetture, siccome massimamente, in generale, del carattere aristocratico della società etrusca.

Primieramente la fondazione della famiglia, cioè la celebrazione del matrimonio, avveniva pure in Etruria con cerimonie religiose (2). Questo atto indica una sanzione della divinità ed involge il diritto divino. Ora una specie di matrimonj che nasce ed è protetta da questo diritto, non costituisce le famiglie che ne derivano in una condizione inferiore a qualsivoglia altra che si formasse con altri modi; e se nella società vi ha differenza di condizione,

---

(1) Byukershoek, *Observ.*, lib. II, c. 1. Heincec., *Instit.*, lib. III, t. 1. *De Hæreditatibus, quæ ab intestato deferuntur.*

(2) Rossbach, *Untersuchungen über die römische Ehe.* Stuttgart, 1853, p. 167-68.

le famiglie nate col diritto divino si troveranno nella condizione superiore. In questo caso e senza altre notizie si può asserire, secondo anche le vedute teoretiche di sopra esposte, che le famiglie etrusche di diritto divino potevano appartenere ad una condizione superiore. Vi ha opinione (1) che appo gli Etruschi vi fosse anche la *coemtio* ed il matrimonio libero (*usus*) dei Romani; ma non vi sono fondamenti sufficienti in favore di questa opinione. Nondimeno la meraviglia che si fa Rossbach (2) perchè ad un medesimo popolo si vogliano attribuire due sorta diverse di matrimonj, non sembra giustificata, perchè diverse classi di persone ponno avere diversi diritti, e di poi la società civile modificandosi col tempo può modificare e modifica le sue istituzioni di diritto. Di fatto, sviluppandosi in una società i principj del così detto diritto civile umano, questo subentra a poco a poco agli istituti di diritto divino. Roma in proposito di matrimonj ebbe la *confarreatio*, la *coemtio*, l'*usus*.

A dimostrare l'indole aristocratica della società etrusca vengono in sussidio anche i monumenti sepolcrali che abbondano in Etruria, notabili per la loro magnificenza e per le iscrizioni che vi stanno sopra, le quali, se sono di tenore genealogico, come vengono interpretate, darebbero indizio di essere intitolate a famiglie ricche e signorili. Molte di queste iscrizioni significherebbero ancora che alcune famiglie hanno durato assai tempo, perchè contengono i nomi delle medesime famiglie colle indicazioni, secondo gli interpreti, di discendenza; inoltre i medesimi nomi occorrono anche per lungo tempo nella storia. Dai nomi di persona ancora che leggonsi in esse, emergerebbe il carattere signorile del defunto; ma da questi nomi potrebbe risultare qualche altro indizio che mi pare di avvertire.

I nomi sogliono essere dati primamente agli uomini per un qualche rapporto che in loro fu osservato dalla società in cui vivono, e siccome la loro prole è necessariamente riguardata come una loro derivazione, così naturalmente succede che il nome che era proprio di colui che ebbe questa prole, diventa quello della sua famiglia successiva (3). Ma gli uomini vivono da poi in famiglia, colla quale hanno un rapporto permanente e nella quale debbono essere distinti. Da ciò viene la opportunità di dare ad essi un nome corrispondente a quel rapporto, e con questo nome, il quale in relazione a quello primamente dato al loro padre o capo-stipite n'è come la decomposizione in

(1) Rossbach, p. 182-183.

(2) L. c.

(3) *Quæ olim prænomina fuerunt, nunc cognomina sunt, ut Postumius, Agrippa, Cæsar.* — Valer. Max., ed. Lemaire. Par., 1823, II, p. 213.

quella parte che loro appartiene, escono individualmente nominati nella società generale, ed esso suole essere ricevuto per il loro nome proprio. Cotesti nomi proprj di famiglia adunque, se non vi ha qualche cagione esterna disturbatrice, ponno rappresentare i rapporti colla famiglia. Di siffatti nomi raccolti dalle iscrizioni ne occorrono da otto o nove appo gli Etruschi in confronto dei trenta annoverati da Varrone tra i Romani (1), e sono all'incirca i seguenti: *Larth, Arnth, Aule, Fel, Cuinte, Sethre*, ec., cioè *Larte, Arunte, Aulo, Velio, Quinto, Sesto*. Nelle iscrizioni occorre talvolta un *Lc* che non può essere ben letto, ma si crede che sia l'abbreviatura del vocabolo *Lucme*, donde il latino *Lucmo* o *Lucumo* (2). Ora tra questi il nome di *Larte*, per consenso di diversi dotti, è interpretato anche per *signore* (3). Che *Larte*, oltre l'asserzione di Varrone, sia nome proprio si vorrebbe desumerlo anche da ciò che nelle iscrizioni si mostra nelle medesime circostanze in cui si presentano quelli di *Aulo, Velio*, ec. (4); che poi significhi qualche cosa di distinto, sarebbe confermato nella

---

(1) Valer. Max., II, p. 212. Müller, II, 4. Beil. 2.

(2) Propertius, IV, 1, 29. *Prima galeritus posuit prætoria Lucmo.*

(3) Donaldson, *Varronianus*. London, 1852, p. 150.

(4) Ecco alcune iscrizioni, tolte fra molte altre dal Lanzi = *Saggio di lingua etrusca*. Roma, 1789, T. II, p. 342, 344, 345, 346.

Bilingui.

Larth Canxna Farnalisla
C. Cæsius C. F. (manca nell'etrusco l'indicazione della paternità) Varia natus.

Semplici.

A. Flave A. Ceicnal
Aule Flave Aulal Ceicnal
Aulus Flavius Auli Filius Cecina natus.

L. Precu. Larisal.
Laris vel Lars. Precu. Larisal.
Lars (Cajus). Preco Laris (Caj) Filius.

Ls. Flavei. Ls. Curial. Ril . . .
Laris vel Lars. Flavei. Larisal. Curial. Ril...
Lars (Cajus). Flavius Laris (Caj) Filius Curia natus An. . . .

F. Lufisu. F.
Fei. Lufisu. Felal.
Velius Livisius Velii Filius.

Dalle interpretazioni del Müller (*Die Etr.* Beilage zu B. II, K. 4. *Ueber die etruskischen Sepulcral-Inschriften, passim*) si raccoglie, 1.° che il primo posto della iscrizione è tenuto dal prenome ossia dal nome proprio della persona; 2.° che di poi segue il nome della famiglia paterna; 3.° che se vi ha in seguito al nome di famiglia paterna uno di quegli altri nomi che sono indicati per prenomi il quale abbia la desinenza in *al*, s'intende che sia il patronimico. Siffatto patronimico è anche inteso sotto la semplice iniziale o sotto il monogramma del prenome in questo posto; 4.° che il nome che segue dopo, o quando manchi il patronimico, dopo il nome della famiglia paterna, ed abbia desinenza in *al* o la comprenda come in *Farnalisla, Varia natus*, s'intende che sia il nome di derivazione della famiglia materna, ossia il metronimico.

Gli altri nomi che occorrono nelle iscrizioni non fanno alla presente questione.

storia romana, dove uomini etruschi principali compajono portanti questo nome, siccome *Lars Porsenna, Lars Tolumnius,* laddove il nome di Arunte e di Sesto è dato ad uomini che apparivano di grado inferiore nella famiglia, come Arunte, Sesto Tarquinio. Ma perchè un nome proprio di un membro di famiglia deve significare *signore?* Ed era questo il nome del primogenito? Se a qualcuno dei figli doveva essere dato questo nome, pare che dovesse esserlo al primogenito. E perchè il primogenito sarebbe stato nominato signore? Forse perchè avesse il possesso privilegiato di patrimonio o qualche altra eccezione di preminenza sopra i fratelli e le sorelle (1)? Aveva il primogenito la primogenitura nel significato moderno, e gli altri fratelli non erano forniti che di appanaggi, cioè di una specie di quarta Trebellianica o di porzione legittima secondo i moderni fedecommessi? E non sarebbe possibile che gli altri nomi di Arunte, Velio, ec., indicassero questi rapporti di possesso, anche secondo l'ordine di nascita?

Una qualche induzione in sussidio di questa congettura può trarsi anche dalla famiglia romana. È noto che nei riti nuziali religiosi romani, quando lo sposo con l'accompagnamento dei congiunti conduceva a casa la sposa, venuto innanzi alla porta, prima di entrarvi, la interrogava *chi ella si fosse,* a cui essa rispondeva: *Ubi tu gajus, ibi ego gaja.* Per spiegare questa formola si credette un tempo di ricorrere ai lessicografi greci, secondo i quali Γαῖος significa il *bue lavoratore* (2). La parola potrebbe quindi essere pelasgica o meglio più in generale delle lingue indo-europee, come fu avvertito in altro scritto (3), donde rimase nel latino. Ma da poi fu osservato che questa voce di *Gajus* era nella forma antica *Gavius* (4), la quale in osco ancora si conservò in *Gaviis* in una iscrizione di Pompej. Questa voce si lascia trarre alla radicale *gav* che in lingue affini significa *toro, vacca.* Ora secondo l'indole delle desinenze latine ed osche il *gajus* o *gavius* ed il *gaviis* non è un sostantivo, come apparirebbe tenendolo per parola greca, ma un aggettivo. Questa parola potrebbe significare *appartenente al bue od alla vacca,* o meglio possessore dell'armento rappresentato per i componenti principali, il bue e la vacca, in fine il proprietario della sostanza o patrimonio, poichè di armenti si componevano originariamente i patrimonj, ossia il padrone di casa; e così la sposa al cospetto dei congiunti si dichiarava ed era riconosciuta del pari come padrona di casa e

(1) Müller, II, 4, 3; II, 2, 4.

(2) Hesych. v. q. parola Γαῖος ὁ ἐργάτης βοῦς. Eusth. ad Hom. 2, 140 βοῦς γαῖος ὁ ἐργατικὸς.

(3) V. *Memorie dell' I. R. Istituto Lomb.*, l. c., p. 178.

(4) Mommsen, *Die unteritalischen Dialekte,* pag. 283.

madre di famiglia. Il significato latino ed osco di questo *gajus* non sarebbe però essenzialmente diverso dall'etimologia greca; ma l'interpretazione che dà Plutarco della formola riferita di sopra colle parole ὅπου σὺ κύριος καὶ οἰκοδεσπότης καὶ ἐγὼ κυρία καὶ οἰκοδέσποινα rende diretta testimonianza che anche nell'antichità questa formola era intesa secondo le induzioni fatte sui risultamenti delle attuali investigazioni linguistiche. Dopo di ciò è da avvertirsi che il vocabolo di *gajus* e di *cajus*, che sono lo stesso, perchè secondo la legge della permutazione delle consonanti il *g* ed il *c* si scambiano nella medesima lingua, occorrono anche come veri nomi proprj romani. Se queste induzioni stanno, si avrebbe adunque anche nella famiglia romana un nome proprio che significava *padrone* o *signore*.

Con questo nome di *Gajo* o *Cajo* fu interpretato talvolta nelle iscrizioni bilingui etrusco-latine il nome di *Larte* (1), ma talvolta no. Nondimeno si potrebbe dire anche che l'interpretazione latina forse non fu sempre esatta, perchè fu anche trovato il nome di *Fel* che avrebbe il suo corrispondente nel *Velius* di forma latina, tradotto in *Cajus* (2). Ma lasciando stare questa coincidenza di traduzione romana, rimarrebbe sempre cotesto *Gajus* che anche nella società romana avrebbe potuto significare *padrone* o *signore*, il quale distinguendosi dagli altri nomi proprj dei membri della famiglia per un significato di possesso potrebbe rendere qualche cenno di una istituzione che un tempo avrebbe sussistito e suggerire quindi intorno all'ordinamento della famiglia romana, principalmente nel seno della costituzione curiata, qualche idea che fosse della natura di quelle che furono emesse circa alla famiglia etrusca per rapporto al nome di *Larte*.

Le premesse teoretiche di questa questione favorirebbero questa congettura. Ma circa alla famiglia etrusca si può opporre che in essa anche le donne portavano il nome di *Larzie*. Ciò nonostante questo nome può non disturbare la congettura ora fatta, perchè la primogenita delle figlie, per analogia di caso di nascita, per avventura portò egual nome che il primogenito dei figli, e forse anche potè avere qualche privilegio di dote sopra le altre sorelle. Nella famiglia romana s'incontra pure qualche privilegio di nome tra le figlie, poichè in essa la primogenita sola portava il nome di famiglia, e la seconda e la terza e così di seguito nominavansi dal numero ordinale di nascita col nome di *Secunda*, *Tertia* o *Tertullia*, ec. La donna etrusca però sembra che avesse una importanza notabile nella famiglia e nella società; il che traspare nelle iscrizioni sepolcrali, dove gli uomini sogliono portare anche il metronimico e

(1) V. la nota 4, pag. 32.

(2) V. Lanzi. *Saggio di lingua etrusca*. Roma 1789. T. II, pag. 342 e segg.

frequentemente a preferenza del patronimico, e la munificenza dei sepolcri muliebri confermerebbe questa importanza.

In sussidio poi della qualità dei nomi di famiglia che sembrerebbero accennare qualche privilegio di possesso di patrimonio, è insinuato da taluno che i beni fondi durassero assai tempo nella medesima famiglia, il che non avrebbe potuto avvenire senza che una qualche istituzione della natura del fedecommesso a perpetuità non ne avesse regolata la successione. Si racconta per questo proposito che Decimo Albino Cecina della famiglia etrusca dei Ceicne o Cecina di Volterra al tempo dell'imperatore Onorio viveva nella sua villa vicino alla Cecina, e che ivi fu visitato da Rutilio Numaziano, prefetto di Roma (1). La situazione dei fondi dell'antichissima casa Cecina di Volterra sul fiume di questo nome darebbe indizio che quei terreni fossero da lungo tempo in possesso di questa famiglia, e con ciò che vi fossero rimasti per mezzo di un qualche vincolo. Ma questa durata di possesso potè accadere anche per un accidente, perchè ad ogni modo cotesti fondi per durare in casa Cecina sino ai tempi dell'imperatore Onorio avrebbero dovuto attraversare qualche secolo di azione del diritto romano che non riconosceva nè primogenitura nè fedecommessi della specie in questione. Nondimeno si vorrebbe soggiungere che se era radicato nella famiglia etrusca il principio della primogenitura, si sarà prevalso della parte disponibile lasciata al testatore dal diritto romano per costituirne sempre un ente di primogenitura o di maggiorasco, siccome avvenne anche sotto una recente legislazione che non riconosceva nè primogenitura nè fedecommessi (i maggiorashi di quel regime dipendevano da una legge politica), che alcuni testatori usavano della parte disponibile da essa lasciata per costituire un ente di natura fedecommessaria.

In faccia alla legge romana un tale patrimonio non aveva alcun vincolo fedecommessario, ma nell'intenzione del possessore etrusco vi sarebbe stato vincolato. Ora se una tale intenzione sussisteva sotto il diritto romano, essa doveva derivare da un tempo anteriore a questa legge che non riconosceva siffatta istituzione; e se avesse potuto resistere sotto a questa legge, convien dire che l'istituzione fosse bene radicata nelle abitudini della famiglia etrusca. Ma se la durata di questo fedecommesso intenzionale sino ad Onorio paresse troppo inverisimile, potrebbe forse valere in qualche dimostrazione della sua possibilità, che la legge romana, se non riconosceva il fedecommesso a perpetuità,

(1) Müller, *Die Etr.*, II, 4, 4, N. 6, Beil. 5.

però non lo impediva sotto la forma ora congetturata (1); che l'Etruria anche dopo il soggiogamento visse assai tempo ancora etruscamente, e conservò i suoi popoli ed i suoi principi (*Etruriæ populi et Etruriæ principes*); che i Romani vi lasciarono da prima municipj, prefetture e città federate; che quando l'Etruria venne direttamente sotto il diritto romano non vi era una dottrina nè un'opinione ascendente nella società romana, siccome vi era nella società della legislazione ora accennata, contraria a quel principio fedecommessario; e che il governo di fatto che sotto le forme di repubblica reggeva questa società, lo avrebbe piuttosto favorito che avversato.

Per recare qualche altro sostegno a questa congettura si potrebbe asserire eziandio che in Etruria si conservarono assai tempo gli alberi genealogici (2). La qual cosa non succede senza l'accompagnamento della ricchezza, perchè chi è diventato povero, non suole rammentare lungo tempo da poi ed anche dimentica lo splendore de'suoi natali, e la ricchezza mantenuta per molte generazioni nella medesima famiglia fa supporre un qualche freno alla divisione del patrimonio.

Riguardando ora al complesso delle indicazioni qui esposte intorno alla famiglia etrusca pare intanto che risulti il fatto che vi era in Etruria un ordine di famiglie ricche e signorili, e se vuolsi, che vi ha qualche apparenza che vi fosse la primogenitura od il fedecommesso secondo il moderno concetto. Il Müller pure accenna privilegi di nascita sopra i beni di famiglia, aggiungendovi anche sopra le cariche dello Stato, ed il Nägelé ripete questa idea (3).

Le asserzioni degli scrittori dall'altro canto lasciano intendere che vi fosse una popolazione in istato di clientela o di vassallaggio. Dionigi (4) parla di

---

(1) Sebbene le sostituzioni fedecommessarie del diritto romano fossero dai dottori, appoggiati alla Novella 159, ristrette al quarto grado, pure vi era sempre una parte disponibile oltre la porzione legittima. Heineccius, *Elem. Juris civ. secund. ord. Inst. De liberis exheredandis*, §. 527.

(2) Müller, II, 4, 2, dice che l'Etruria è il paese delle genealogie delle famiglie nobili antiche e dei vanti gentilizj. Orazio, lib. I, c. 1 canta Mecenate =

« *Mæcenas, atavis edite regibus,* »

Persio, *Sat.* III, versi 27, 28, dice =

. . . . *an deceat pulmonem rumpere ventis*
Stemmate quod tusco ramum millesime ducis.

(3) Müller, II, 2, 4. Nägelé, *Studien*, etc. p. 129.
(4) IX, p. 562. Lips. 1691.

ottimati (δυνατώτατοι) e di clienti o famoli (πενέσται) (1), dipendenti dai primi. Cotesti penesti trovansi in Tessaglia, pure in condizione di dipendenza, donde si asserisce che procedessero i Pelasgi Tirreni che occuparono l'Etruria. Si dice che colà fosse dato questo nome ai prigionieri di guerra illirj, i quali coltivavano il campo di un signore per mercede, cioè pare che fossero appresso a poco quella popolazione, la quale con condizione diversa in tempi diversi, ma sempre subalterna, e da ultimo servile, viveva sui terreni dei signori, ne riceveva protezione (2), loro prestava servizj, tra i quali anche il militare. Cotesti penesti di Dionigi costituivano evidentemente le coorti agresti di Livio (3); al che se si aggiunge che siffatte coorti erano messe insieme in fretta e concitate dai capi del paese, si ha, come fu già avvertito nel luogo della milizia, tutta la fisionomia delle truppe feudali del medio evo dipendenti e condotte alla guerra dai loro signori rispettivi; e così emerge pure l'indicazione che a canto delle famiglie ricche e signorili vi erano in Etruria le corrispondenti famiglie subalterne povere ed in gradi diversi di clientela e di famulato.

Ma oltre a ciò in siffatte condizioni di società occorre pur sempre la denominazione di principi! Ora questo nome significa gli uomini nobili in genere, oppure, come indurrebbe a crederlo il congetturato ordine di fedecommessi, vorrebbe indicare i principali della nobiltà, l'alta aristocrazia? e questa aristocrazia erano i lucumoni? Fra i nomi proprj etruschi fu avvertito che si trova una sigla *Lc*, che per quanto si può discernere sarebbe letta per *Laucme*, voce che s'interpreta per *Lucumone*. Questo nome occorre talvolta anche nella storia romana come nome proprio di persona. Così, p. e., è nominato *Lucumone* (4) il figlio di Demarato Corinzio che da Tarquinii emigrò a Roma, e fu L. Tarquinio Prisco, e *Lucumone* è pur nominato quel giovinastro di Chiusi che fece onta alla moglie del suo tutore Arunte, per cui questi invitò i Galli a venire in Etruria. Ma questo nome dal complesso delle indicazioni appare che fosse dato ai principali magistrati, ai principali della società, ai deputati federali; pare il corrispondente degli *Etruriæ principes* di Livio. Ora non sarebbe

(1) Questo vocabolo deriva da πενία, *povertà*, ed è tradotto per servo, *famolo, cliente*.

(2) Dionys. II, p. 84.

(3) IX, 36, *tumultuariæ agrestes Etruscorum cohortes repente a principibus regionis ejus concitatæ*, etc. Dionys. IX, p. 862, 7. Συνελήλυθεσαν γὰρ ἐξ ἁπάσης Τυρρηνίας οἱ δυνατώτατοι τοὺς ἑκυτῶν πενέστας ἐπαγόμενοι.

(4) (Δημάρατος) θέμενος αὐτοῖς ὀνόματα, τῷ μὲν Ἄροντα, τῷ δὲ Λυκόμωνα. Dionys. III, 46. Vuolsi avvertire che il nome di Lucumone è qui dato al secondogenito; ma pongasi mente ancora che il primogenito premorì al padre, e che il secondogenito fu quel personaggio importante che da Tarquinii passò a Roma, e diventò il re L. Tarquinio Prisco secondo la

possibile che questo nome che sembra dato anche come proprio alla persona se talvolta non è già uno scambio coll'appellativo, non fosse colle sembianze di nome proprio che un'indicazione di una vocazione o di una capacità politica o sociale nell'avvenire? Per verità racconta Livio, che il figlio di Demarato emigrasse a Roma perchè era poco stimato in Tarquinii, ma egli era pur figlio di madre etrusca e potè sposare una donna, la famosa Tanaquilla, nata in alto loco *(summo loco nata)* (1); sicchè pare che egli appartenesse pure al ceto lucumonico di Etruria; e se di là partiva per dispetto della poca stima, in che era tenuto, ciò sarebbe avvenuto in rapporto allo stesso ceto di cui facea parte; il che sarebbe pure una conferma della sua condizione lucumonica. Se adunque il nome di Lucumone quando sembra dato come proprio, avesse quel significato di vocazione che ora è congetturato, ne uscirebbe un indizio che vi fossero nella nobiltà etrusca degli individui che dalla nascita fossero privilegiati alla Lucumonia, ciò che dal suo canto significherebbe che vi fosse un grado superiore di nobiltà, ossia un'alta aristocrazia. Una qualche conferma di questo privilegio nei figli di certe famiglie si trova anche in alcuni segni esterni, siccome, p. e, nella bolla d'oro, la quale nelle statue etrusche vedesi al collo dei fanciulli, e dicesi essere stato ornamento dei re etruschi e dei lucumoni. Forse il *Larte*, *signore* o primogenito, per le congetture fatte di sopra, avrebbe creato la famiglia primogeniale privilegiata del patrimonio principale, e con coteste famiglie primogeniali sarebbe stato formato il corpo di famiglie, donde uscivano i lucumoni od i principi di Etruria (2). Per tal modo i fatti di Etruria, se così stanno, sarebbero conformi alle congetture teoretiche di sopra esposte. La storia generale presenta pure questa distinzione di alta e bassa aristocrazia, che potrebbe dirsi organica, e quando il governo aristocratico dura nel suo carattere, dimostra anche talvolta una somigliante distinzione di genere accidentale. Così la moderna Venezia presentò nell'ultimo secolo l'aspetto di un'oligarchia, dove soltanto alcune famiglie del patriziato fornivano i magistrati più importanti della repubblica.

---

storia volgata. Ora non potrebbe essere avvenuto che il nome di Lucumone dato da prima al primogenito, questo premorto al padre, fosse trasferito da poi al secondogenito, e gli aderisse in modo che nella storia e nella tradizione passasse come se gli fosse stato dato in origine? Le cose che verranno ora dette, forse accresceranno valore a questa congettura.

(1) Liv. 1, 34.

(2) I primogeniti delle famiglie cadette poterono pure essere nominati *larti*, ed avere anche un privilegio di patrimonio sopra i fratelli e sorelle, ma contuttociò poterono rimanersi nella condizione della nobiltà di secondo grado una volta che un'alta aristocrazia si fosse formata coi patrimonj primitivi privilegiati di primogenitura.

Le indicazioni ora riferite riguardanti la condizione delle famiglie e dei rapporti tra loro esibiscono gli elementi per una costituzione aristocratica, e quelle che accennano ad una disposizione di popolo per genti o tribù vengono in conferma di questa opinione, perchè fanno supporre quella stessa condizione di famiglie e di rapporti.

Ristrettosi il popolo in società civile, la potestà pubblica avrebbe sancito questa condizione di cose, poichè gli ordini civili di solito non sono che la sanzione dei rapporti sociali; ma vi avrebbe introdotto quelle modificazioni per lo scopo civile che non emersero nel nascere spontaneo di quei rapporti e nella spontanea loro forma semplicemente sociale.

Un ordinamento per genti o tribù nelle condizioni sopraccennate involge, come fu avvertito, un governo interno in ciascuna tribù; ma sopra di essi viene poi il governo dai rapporti esterni fra di loro. Ora sotto a questa potestà comune fu pure in teoria asserito che possa formarsi una plebe. Müller (1) sostiene di fatto che nelle città etrusche vi fosse una plebe libera come in Roma, che possedeva alcuni diritti politici. Dionigi ricorda (2) un'assemblea (ἐκκλησία) in contrapposto alle genti (τὰ γένη) della nobiltà, e Livio riferisce (3) di turbolenze che avvennero in Arezzo tra la gente Cilnia e la plebe. Da questi cenni risulterebbe che in alcune città etrusche vi era una cittadinanza distinta dalla nobiltà. Ma contuttociò Nägelé (4) asserisce che queste notizie non ponno avere un valore generale, e dall'altra parte che ci viene direttamente riferito (non dice donde) che a canto alla nobiltà non vi erano che i vassalli. Modifica di poi la sua opinione ammettendo una plebe libera, ma soltanto nelle città, ed accenna che cotesta plebe fosse di stirpe etrusca, alla quale porrebbe in raffronto gli abitanti della pianura consistenti degli Umbri vinti e, come egli dice, anche dei Pelasgi. In verità la storia c'insegna che anche nelle città degli Stati aristocratici e feudali si forma un ceto di uomini che di preferenza esercita le arti ed il commercio, e non è suddito che del governo comune. Nè si vede come la vita sociale potrebbe lungamente fare di meno di questa specie di popolo, e come poi dal suo canto cotesto popolo potesse agevolmente acconciarsi nei vincoli di clientela o vassallaggio che involgono

(1) *Die Etrusker*, II, 2, 9.

(2) *Antiqu.* V, p. 279. Πείσας δὲ (ὁ Ταρκύνιος) γένος τὸ Ταρκυνιτῶν (o come vuole il Niebuhr fondato sul codice Vaticano, τὰ γένη) ὠφελεῖς, καὶ δι' ἐκείνων ἐπὶ τὴν ἐκκλησίαν παραχθείς.

(3) X, 3. *Etruriam rebellare ab Arretinorum seditionibus motu orto nuntiabatur: ubi Cilnium genus præpotens, dicitiarum invidia pelli armis cœptum* ... Ib. 5 ... *seditionibus tantum Arretinorum compositis, et Cilnio genere in gratiam cum plebe reducto.*

(4) *Studien über*, etc. p. 112.

i rapporti di servigio feudale secondo il carattere rigoroso della costituzione per genti. Ma la plebe in genere può formarsi per diversi altri motivi, siccome anche per la conquista, quando la potestà pubblica è già resa così forte da governare direttamente le singole famiglie, come si dice essere avvenuto in Roma sino già dal tempo di Anco Marzio.

Si fa da taluni la dimanda, se la clientela romana fosse derivata dall'Etruria, e Nägelé (1) dicendo che in Etruria l'ordine dei clienti procedette dalla conquista, pensa che dovette nel Lazio essere stato introdotto dal di fuori, poichè, secondo il primitivo diritto latino, mediante la conquista formossi la plebe. Ma secondo le vedute ore espresse mi parrebbe che la clientela piuttosto che la plebe formasi in una società secondo il grado di sviluppo in cui vi si trova la potestà pubblica, e che la plebe potè essersi formata in Etruria oltre i clienti, quando la società civile vi era già nel suo diritto pubblico così forte da governarla, siccome la clientela potè trovarsi nella società latina ne'suoi primordj.

L'ordine civile che veniva sopra le genti o tribù, e dove che fosse anche sopra la plebe nelle città etrusche, si componeva di più elementi. Trovasi che il capo dello Stato sino al tempo in cui cominciano gli annali di Roma nominavasi re. Si dice che questo re fosse scelto per la durata della sua vita dal seno della nobiltà dello Stato: ma pare che in qualche città fosse ereditario, siccome dai noti versi di Orazio e dall'elegia di Properzio risulterebbe che in Arezzo la potestà regia fosse stata ereditaria nella famiglia Cilnia (2). È asserito di poi che il re esercitasse il potere legislativo e giudiziario e fosse ad un tempo il capitano dell'armi dello Stato. Il sacerdozio del pari era riunito nella persona del re; e sembrando in Vej che quello di Giunone fosse ereditario in una determinata famiglia, si potrebbe congetturare che lo fosse in quella del re. Ma in quanto al potere legislativo, dove e quando l'elezione del re era fatta dalla nobiltà, la quale aveva una gran parte della popolazione rispettivamente a sè soggetta, e quando questa nobiltà era nominata anche col titolo di *principi* di Etruria, non pare troppo verisimile che fosse tutto intero nelle mani del re. Ma anche dove la potestà regia era ereditaria, vuolsi sempre avvertire, che se la costituzione per genti conduce ad un governo aristocratico, anche il re ereditario non poteva essere che il capo della aristocrazia. Di questi re sono nominati un Properzio di Vej (3), un Morrio pure di Vej (4), un Porsenna di

(1) Müller, II, 2, 10. Nägelé, p. 113-118.

(2) Horatius, L. I, c. 1. *Mœcenas, atavis edite regibus....*
Propertius, L. III, El. IX. *Mœcenas, eques etrusco de sanguine regum....*

(3) Cato, *ap. Serv. ad Æn.* VII, v. 697.

(4) Serv. *ad Æn.* VIII, v. 285.

Chiusi (1) ed un Mezenzio di Agilla (Cere), l'alleato di Turno contro Enea. Plutarco in Pubblicola (2) narra che Porsenna fu uno dei re più potenti d'Italia; il che potrebbe significare che fosse anche il capo della confederazione etrusca. Mezenzio acquistò una funesta celebrità per le sue crudeltà, e ciò darebbe indizio che forse per la sua energia personale era qualche cosa di più che un semplice capo di aristocrazia.

La potestà regia fu di poi abolita, e Nägelé asserisce (3) che tutta l'autorità passasse nella nobiltà, la quale forse mediante un senato che dagli scrittori latini è nominato *concilio*, esercitò un potere oligarchico. Si congettura inoltre dallo stesso scrittore che siffatto corpo si rinnovasse ogni anno, traendo argomento da quelle parole di Livio (4) *tædio annuæ ambitionis*, con cui è indicata la cagione perchè i Vejenti si eleggessero un re. Ma intorno a queste asserzioni occorre primamente di avvertire, come si vedrà or ora, che anche gli scrittori latini distinguevano senato da concilio. Di poi si osserva che se il re non era che il capo dell'aristocrazia, non faceva bisogno di quel passaggio sopraccennato di potere dal re nella nobiltà. In seguito, se tutta la potestà regia era compenetrata nel senato, il corpo sovrano che qui è rappresentato essere il senato, avrebbe riunito le attribuzioni del governo e del potere esecutivo. Non è insolita questa mescolanza di poteri in un corpo solo, massime in tempi, in cui i poteri dello Stato non sono abbastanza definiti, ed il senato romano stesso fu un corpo legislativo ed in parte anche esecutivo. Ma sebbene non sia fatta menzione di alcun magistrato speciale determinato, di alcun luogumone in luogo del re, pure non si vede come l'azione immediata del governo al di dentro ed al di fuori non dovesse essere esercitata da un qualche magistrato che fosse come un arconte, un console, un landamano od un presidente. Ma se mai quel corpo politico congetturato da Nägelé come investito di ogni potere regio fosse stato anche quel senato di Falerii rammentato da Livio nel noto caso del maestro di scuola (5), trovasi intanto che era radunato dai magistrati. Di poi, circa alle parole *tædio annuæ ambitionis* dello stesso storico, su di cui Nägelé fa fondamento per supporre che cotesto corpo politico si rinnovasse ogni anno, è da avvertirsi che Livio riferisce il fatto in opposizione *Vejentes contra* della deliberazione presa dai Romani in

(1) Liv. II, 9. Dionys. V, p. 293.
(2) C. 16.
(3) *Studien*, etc. p. 117.
(4) V, 1.
(5) V, 27 . . . *a magistratibus de re nova vocato senatu.*

quell'anno (353 di Roma) di aumentare da sei ad otto il numero dei tribuni militari con potestà consolare. Il che potrebbe far credere che il fastidio dell'annua ambizione venuto ai Vejenti si riferisse alla nomina di magistrati, siccome erano i tribuni militari romani, e non al rinnovamento di un consiglio sovrano e governativo.

Pare adunque dalle cose ora esposte che un magistrato speciale distinto in luogo del re si trovasse negli Stati etruschi per rappresentare il potere esecutivo; ma non se ne conosce la condizione. Tuttavolta una cosa certa viene fuori dalle parole sopraccitate di Livio *tædio annuæ ambitionis*, ed è che il potere sostituito al regio era annuo, siccome quello del console romano.

L'abrogazione della potestà regia non fu però generale o permanente in tutta Etruria, perchè nell'anno 319 di Roma Larte Tolumnio è ricordato come re di Vej da Livio (1), e lo stesso storico riferisce di poi ciò che fu già accennato di sopra (2), che i Vejenti stanchi del broglio annuo si eleggessero nell'anno 352 di Roma un re con dispetto dei rimanenti popoli di Etruria, quantunque più per odio della persona del re che del regno.

Procedendo agli altri elementi dell'ordine civile trovasi di poi menzione di un senato. Livio ne ricorda uno a Vej nell'anno 349 di Roma, un altro a Falerii nel 364 e per ultimo un terzo in Arezzo nel 544 (3). Gli atti, per i quali questi corpi politici sono nominati, ponno riguardarsi come di genere del potere esecutivo; tuttavia in Falerii, nel caso sopraccennato del maestro di scuola, vi ha qualche cosa degna di più speciale considerazione. A questo luogo è detto da Livio che venne convocato il senato, che la fede romana e la giustizia dell'imperatore erano celebrate nel foro e nella curia, e che per consenso di tutti furono mandati ambasciatori a Roma a far dedizione di Falerii (4). Ora qui il senato è radunato, ma la virtù di Roma e del suo imperatore è lodata non solo nel senato o curia, ma anche nel foro. Si dimanda se questa lode era data in due adunanze distinte legali del senato e dei cittadini che non erano senatori, o se per *foro* non si debba intendere che la piazza. Certamente che non era mestieri di alcuna adunanza legale per lodare la lealtà di Camillo e la fede romana; ma se per *foro* si vuol intendere solamente la piazza, questa

---

(1) IV, 17.

(2) V, 1.

(3) IV, 58. V, 27. XXIII, 24.

(4) V, 27 . . . *a magistratibus de re nova vocato senatu . . . fides romana, justitia imperatoris in foro et curia celebrantur: consensuque omnium legati ad Camillum in castra, atque inde permissu Camilli Romam ad Senatum, qui dederent Falerios, proficiscuntur.*

parola stando qui in opposizione o raffronto con quella di curia, il brano di Livio potrebbe significare che in Falerii, oltre la curia, non vi era che la piazza, il pubblico comune di tutti i paesi e non già alcun'altra adunanza legale e politica di cittadini. Ma se la voce *foro* avesse qualche significato politico, come p. e. ne aveva il foro romano; se volesse significare almeno il luogo dove si parlava al popolo intorno alle cose politiche, ciò potrebbe dare indizio di qualche importanza politica negli uditori, e Livio potrebbe aver detto allora che tanto nell'uno che nell'altro corpo o convegno politico erano state date queste lodi. La congettura che vi fosse un altro corpo od ordine politico pare che riceva qualche rinforzo dalle parole susseguenti *consensuque omnium* e non del solo senato. E che cosa fu deliberata con questo consenso di tutti? Niente meno che la dedizione a Roma. Un affare adunque così essenzialmente politico che mutava l'esistenza dello Stato, non poteva essere deliberato che nelle forme legali, e se il consenso di tutti non era il consenso del solo senato, pare che dovesse intervenire qualche altro corpo politico a deliberare. Vi ha adunque qualche appiglio a congetturare che vi fosse un altro ordine politico in Falerii, oltre il senato, che esercitava la sovranità; ma questa congettura sarà meglio confermata più sotto al luogo dove si terrà discorso dei concilii. Intanto circa ai poteri del senato, intorno ai quali ora si fa investigazione, appare dalle cose esposte che se il senato non fu solo in Falerii a deliberare sopra la dedizione, vi prese però la sua parte, e sembra anche una parte iniziativa, donde risulterebbe che questo corpo fosse investito anche di potere legislativo o sovrano, o meglio che fosse un potere componente della sovranità.

La storia dei diversi Stati dell'antichità concorda a rappresentare siffatti senati, o con qualsivoglia nome essi siano indicati, come corpi politici dotati di una parte del potere esecutivo (quella che è la più grave), e di una compartecipazione al legislativo, e ne risultano tra per la natura dei poteri e la qualità delle persone che li compongono, come il consiglio più importante dello Stato.

Dalle condizioni del senato di Falerii argomentando per analogia si potrebbe dire che gli altri senati di Vej e di Arezzo avessero le medesime attribuzioni. Ma intorno al senato di Arezzo, Livio (1), parlando di senatori e poi di principi del senato, dà materia a qualche considerazione. Non si può in effetto ben discernere dalle sue parole, se cotesti principi del senato fossero in diritto qualche

(1) XXVII, 24 ... *in foro citatis senatoribus ... septem principes senatus ... ante noctem cum liberis exierunt.*

cosa di diverso o di superiore dei semplici senatori. Forse colla denominazione di principi in questo caso, i quali furono quei sette che si evasero da Arezzo coi proprj figli per non darli in ostaggio ai Romani, volle Livio significare i membri più importanti del senato; forse usò semplicemente un nome equivalente a quello di senatore, come che tutti i senatori si chiamassero anche principi; e forse volle indicare la condizione generale dei principi di Etruria ridotta al rapporto di loro partecipazione al senato: ma ad ogni modo che vi fosse in un senato non già un numero accidentale di uomini più importanti, siccome erano nel senato romano i consolari, ma un ordine superiore di senatori distinto per diritto, essendo cosa che non deriva dalla naturale ed ordinaria formazione di un senato, si richiede, per ammetterlo, di più esplicita dichiarazione. Invece pare più verisimile che cotesti senati fossero composti di quei principi di Etruria di cui è tante volte discorso nelle storie di Livio, i quali, se sussisteva una distinzione tra le famiglie nobili, forse cagionata da quella primogenitura di sopra accennata per congettura, costituivano l'alta aristocrazia. Così il senato sarebbe stato composto di quest' ordine superiore di nobiltà, donde potrebbe pure essere tratto argomento che siffatti corpi fossero i più importanti dello Stato. Vorrebbesi però qui soggiungere, che non s' intende già che i senatori fossero i soli principi, ma che il senato era composto di principi, cioè che l'ordine dei nobili di primo grado forniva esclusivamente i membri del senato. Qui pure volgendo l' argomento di analogia dal senato di Arezzo agli altri due di Vej e di Falerii si vorrebbe fare stima che in cotesti vi fosse il medesimo ordinamento che nel primo. Dopo di ciò occorre naturalmente la dimanda, se gli altri Stati, oltre Vej, Falerii ed Arezzo, non avessero di siffatti senati? Poichè una federazione suole naturalmente stringersi fra gli Stati che sono costituiti al medesimo modo od uniformarli nel seguito, così parimente per analogia è permesso di argomentare, non emergendo indizj contrarj, dall'eguaglianza di condizione federale all'eguaglianza di condizione politica e di ammettere la probabilità che i senati che per accidente furono ricordati in Vej, in Falerii ed in Arezzo, si trovassero anche negli altri Stati federati.

Fu accennato di sopra congetturando intorno all' esistenza di un secondo corpo politico in Falerii, che vi fossero altri corpi che si chiamassero concilii. Livio di fatto in più di un luogo (1) rammenta cotesti concilii. Ma

(1) II, 44 . . . *principesque in omnium Etruriæ populorum conciliis fremebant.* II. 1. *Romanis etsi quietæ res ex Etruria nuntiabantur, tamen quia omnibus conciliis eam rem agitari afferebatur* . . . .

Nägelé, che aveva da prima ricordato un senato composto di principi nelle tre città di sopra indicate (1), senza alcun cenno di attribuzioni, riferendo da poi, come fu già accennato, che tutta la potestà regia era passata nella nobiltà, aggiunge che cotesta esercitava la signoria mediante un senato che dagli scrittori latini era nominato concilio. Ma perchè Livio avrebbe nominato in Etruria senato e concilii, ed il primo per accidente in tre città ed i secondi in rapporto a tutti i popoli o Stati? Questa distinzione di nomi non dà argomento a distinzione di cose? Nägelé non esibisce alcuna ragione dell'identità da lui asserita tra il senato ed il concilio; Livio distingue col nome una cosa dall'altra, ed il cenno reso di sopra intorno a Falerii non esclude al tutto qualche sentore di un secondo corpo politico in quello Stato. Aggiungasi a ciò che la storia degli Stati della antichità, in Grecia ed in Roma, porge un costante esempio di un duplice consiglio politico, come, p. e., di una *bule* e di un'*ecclesia* in Atene, di una *gerusia* e di una *ecclesia* in Sparta, di un senato e dei comizj in Roma. Sembra adunque che vi abbiano più argomenti in favore di due corpi politici, che non di un solo, e quindi, poichè fu già posto per congettura che in ogni Stato etrusco vi fosse il senato, e da Livio è detto che i concilii erano di tutti i popoli di Etruria, è lecito di conchiudere che in ciascuno Stato vi fosse e senato e concilio. Se queste deduzioni hanno valore, si può ora ritornare al caso di Falerii e compiere l'argomentazione, asserendo che l'atto di dedizione di quello Stato fu decretato veramente da due corpi legali, il senato ed il concilio, che erano quella curia e quel foro accennati da Livio.

Richiedesi ora di conoscere quali attribuzioni spettassero a cotesti concilii. I brani di Livio sopraccitati ci avvertono che in quei concilii si trattava di guerra. Ora la facoltà di dichiarare la guerra suppone quella di trovare i mezzi di farla, e l'altra di potere decidere della sorte dello Stato, poichè la guerra può metterla in questione. Queste due facoltà involgono il potere legislativo o sovrano, e l'ultima in grado eminente. Questi atti di guerra e di finanza ponno richiedere per essere interi la concorrenza di più poteri, ma ad ogni modo quel potere che vi concorre se non è un sovrano perfetto, è un componente della sovranità. Cotesti concilii adunque, se erano investiti di queste facoltà, potrebbero riguardarsi come un altro potere dello Stato, come un coefficiente del potere legislativo o sovrano. E poichè in cose di guerra sono da Livio citati i concilii e non i senati, parrebbe che quei corpi avessero almeno maggiore autorità in questa faccenda. Nondimeno potè avvenire che

(1) *Studien*, etc. p. 112, 117.

fosse bensì necessario l'assenso di questi corpi per movere la guerra; che fosse necessario per venire a questa deliberazione che prima vi si eccitasse dentro un'agitazione in questo senso; ma da ciò non consegue che essi fossero un'autorità superiore ad altro corpo. In quale condizione erano adunque costituiti questi concilii nell'ordine pubblico? In essi occorrono pure i principi, *principesque in omnium Etruriæ populorum conciliis fremebant*, dice Livio citato di sopra. Erano adunque siffatti corpi, come fu congetturato dei senati, composti di principi, di soli principi? Se ciò fosse, questi corpi sarebbero stati aristocratici; ma una siffatta composizione darebbe indizio ancora che quella distinzione di alta e bassa aristocrazia non sussisteva in Etruria, perchè i principi avrebbero composto l'uno e l'altro corpo legislativo dello Stato. Ma i principi potevano essere membri non soli di questi concilii, potevano per i loro rapporti sociali trovarvisi come i membri più influenti, ma anche esservi in compagnia di tutti gli altri cittadini politici. Questo rammentarsi di principi in questi concilii, ed il modo con cui vi sono rammentati, non basta per sè a far credere che cotesti concilii si componessero di soli principi, e però la congettura accennata di sopra per i casi contingenti ora indicati può ancora sussistere. Ma se questa congettura sussiste, se i principi non erano i soli in cotesti corpi, essi si trovavano in compagnia di altri cittadini politici; ma se la costituzione era aristocratica, cotesti corpi che risultavano composti degli uni e degli altri, saranno pure stati aristocratici, a guisa della ecclesia di Sparta e del maggior consiglio di Venezia dopo l'atto di Piero Gradenigo, che erano costituiti da tutto il corpo della nobiltà. Questa assemblea aristocratica poteva comporsi dei rappresentanti delle famiglie gentilizie. Ma Dionigi ricorda in Tarquinii (1), come fu già indicato, un'assemblea e la contrappone alle genti dei Tarquinesi (ἐκκλησία, καὶ τὰ γένη τῶν Ταρκυνιτῶν), il che vorrebbe dire alla nobiltà. Questo fatto farebbe perdere alla costituzione il suo carattere esclusivo aristocratico. Ma non potrebbe essere uno di quei fatti, quali avvenivano in Roma, dove mentre era ancora in vigore un ordine di comizj, in cui prevaleva l'aristocrazia o la timocrazia, sorgeva a canto un' altra specie di comizj, in cui dominava la democrazia, e per tal modo le genti di Tarquinii costituire il concilio, ed oltre a questo esservi un'assemblea di carattere plebeo? Da certi rapporti sociali di Etruria mantenuti sino agli ultimi tempi della federazione, cioè dalla permanenza delle coorti agresti dipendenti dai principi, pare che la costituzione civile dei singoli Stati durasse aristocratica, e qui i fatti addotti e le parole non sono abbastanza esplicite per contraddire ad un' induzione formata

(1) V. p. 279.

in questo modo. Nondimeno vuolsi tener conto di queste indicazioni, di che si renderà qualche cenno di sotto toccando delle turbolenze o sospettate rivoluzioni di Etruria.

Intanto qui ammettendo in probabilità un corpo legislativo generale in raffronto ad un senato, per indicarne le relative attribuzioni vorrebbesi asserire che il senato, se era composto al modo che fu congetturato di sopra, avrà avuta l'iniziativa delle leggi e l'esercizio degli atti più importanti del potere esecutivo, e che al concilio ne sarà rimasta l'approvazione. Il senato sarà stato, come fu già accennato, il primo in importanza ed in ordine, il concilio il secondo. Così in Roma il senato, secondo i tempi, faceva un progetto di legge o senatusconsulto, e l'inviava per l'approvazione ai comizj, dove con questa diventava legge, così in Atene la *bule* (Βουλή) faceva un progetto di legge o *programma*, e l'*ecclesia* approvandolo ne formava un decreto o *psefisma*. La cognizione dei bisogni dello Stato e l'elaborazione dei progetti di legge per provvedere a questi bisogni richiedono certamente in modo permanente una sapienza politica superiore, e sono atti di maggiore importanza che non quello, e sia pur fatto con cognizione di causa, di approvare o rifiutare un progetto di legge. Su questi atti sarebbesi adunque fondata la preminenza dei senati etruschi.

Se l'Etruria era in condizione aristocratica, s'intende da sè che le magistrature principali dell'amministrazione politica e della giustizia, i comandi delle armi in genere, oltre quelli proprj delle truppe feudali, le rappresentanze diplomatiche, e massimamente il ministero della religione, dovevano essere nelle mani della nobiltà. Circa alla religione fu già detto che l'etrusca disciplina era posseduta dai lucumoni, ai quali era stata insegnata dallo stesso Tagete. Nondimeno non è forse soverchio di aggiungere in conferma di ciò, che Tacito ricorda (1) che nell'anno 800 di Roma il senato romano fu indotto dall'imperatore Claudio al senatusconsulto *viderent pontifices, quæ retinenda firmandaque haruspicum*, e nel discorso dell'imperatore riferisce queste parole *primores Etruriæ sponte aut patrum romanorum impulsu retinuisse scientiam et in familias propagasse, quod nunc segnius fieri*, ecc. (2) In quanto poi al ministero della religione riservato ai nobili vi ha inoltre una testimonianza di Livio (3), che dice il culto di Giunone essere ereditario in Vej in una

(1) Annal. XI, 15.

(2) In Volterra la famiglia Cecina possedeva l'etrusca disciplina per eredità. *Cic. ad fam.* VI, 6. *Si te* (Cæcinam) *ratio quædam etruscæ disciplinæ, quam a patre acceperas...*

(3) V, 22.

determinata gente; al che Plutarco in Camillo, come fu già rammentato, soggiunge che un re di Vej sagrificava a Giunone.

Ma accennate queste magistrature generali di tutto lo Stato, poichè nella presupposta costituzione per genti in vigore in Etruria fu ammesso che vi fosse un governo interno proprio delle genti, si richiede ora di avvertire al rapporto in che stavano quelle magistrature con questi governi. Vuolsi adunque ripetere ciò che fu già accennato, che siffatte magistrature avranno governato tutti i rapporti esterni delle genti fra loro e collo Stato, e quindi che tutti gli atti d'interesse comune saranno stati di loro giurisdizione. Quindi alcuni delitti che offendevano l'ordine pubblico o ciò che era ritenuta la morale pubblica, alcuni atti civili che modificavano la costituzione della gente toccando la costituzione della città potevano essere l'attribuzione di quelle.

Non accade poi di dichiarare che la plebe, se non era divisa in condizione di clientela o di vassallaggio per le singole famiglie gentilizie, per il che avrebbe mutato la sua natura, avrà necessariamente costituito un ordine fuori dei governi tribuli o gentilizj, e dipendente direttamente dai magistrati generali. Questa disposizione di rapporti tra plebe e governo sembra quella che più naturalmente debba formarsi in queste circostanze della società. Nondimeno quando un ordine è stabilito, trovasi che l'uomo prima di mutarlo suole adoperare di adattarvi le novità che sorgono nel processo del tempo, comunque non conformi al carattere di quell'ordine. Fu già detto di sopra che la costituzione per genti potè anche essere artificiale. Ora tra i modi con cui essa potè essere composta con arte, fu possibile anche quello di collocarvi dentro le famiglie plebee in modo che non divenissero clienti o vassalle di alcuna famiglia, e non assumessero la condizione di famiglie patrone. Nei comizj curiati di Roma che rappresentano questa costituzione, erano approvati, e per alquanto tempo forse anche eletti i tribuni della plebe, donde parrebbe che anche la plebe non fosse al tutto estranea a quelle assemblee: di poi è cosa notoria che nelle diverse genti romane erano inserite delle famiglie plebee e, pare, non clienti di alcun patrono, siccome, p. e., la famiglia Marcello nella gente Claudia. In siffatta costituzione artificiale sarebbe stato dato esempio come le famiglie plebee potessero convivere nella gente senza essere clienti, e quindi sarebbe stato insegnato il modo alle famiglie clienti, con cui potessero elevarsi alla condizione di famiglie plebee. Così sarebbe stata aperta la via ad una modificazione di rapporti tra i diversi elementi della gente o tribù, che tendeva a farle perdere il suo carattere primitivo patriarcale ed a sottoporla o disperderla sotto l'azione del governo generale. Ma il penetrare più addentro in questa materia ed esaminare le possibilità di siffatte disposizioni sarebbe più presto un anticipare una investigazione

sulla natura della costituzione curiata romana, che l'esprimere qualche congettura sulla costituzione per genti della società etrusca. Qui intanto pare di potere asserire in generale, che nel processo del tempo l'ordine pubblico svolgendosi, l'autorità comune sarà sempre andata crescendo, siccome la tribale perdendo, così come nel medio evo diminuiva la giurisdizione della giustizia feudale in aumento della regia, perchè in fine cotesti governi tribuli o gentilizj tenevano somiglianza coi governi feudali vassalli dell'autorità suprema.

Esposte per questi cenni le condizioni del diritto pubblico, non rimarrebbe più altra materia che avesse un carattere positivo di diritto, perchè in quanto al diritto civile privato, le notizie che se ne hanno, si riducono agli amminicoli di congetture intorno ai rapporti domestici o sociali, dei quali fu già discorso superiormente, ed in quanto al diritto criminale niuna traccia ci rimase di questa legislazione. Ciò non ostante circa al diritto civile si potrebbe qui esibire qualche indizio intorno al concetto giuridico della proprietà; ma poichè esso è collegato colla dottrina del tempio, ed è necessaria la cognizione di essa per intenderlo interamente, così pare di differirne il parlare al luogo dove si tratterà di questa istituzione.

Ma i rapporti sociali si mutano e gli ordini civili sono necessitati a seguirli, si mutano i primi di solito nel lento processo del tempo, di che come di cosa possibile fu già dato qualche sentore superiormente; ma gli ordini civili si alterano talvolta anche in modo violento. Vi ha notizia che la nobiltà etrusca ebbe qua e là nei diversi Stati a sostenere di acerbe contese co' suoi clienti. Di già fu rammentato di sopra che in Arezzo seguirono turbolenze di plebe contro la gente Cilnia (1); ma i maggiori moti sembrerebbe che fossero avvenuti in Volseno. Quivi il Müller, congetturando come in altro luogo fu indicato (2), colloca il centro di quel movimento che avrebbe rovesciata la costituzione aristocratica per sostituirvi la timocratica, di cui la influenza sarebbe stata sentita anche in Roma, allora etrusca, mediante il censo di Servio Tullo: se non che a quel luogo fu pure avvertito il poco fondamento di questa congettura, posto massimamente sopra le notizie esibite dall'imperatore Claudio.

Nondimeno siffatti rivolgimenti trovansi nell'andamento storico delle vicende politiche, e posteriormente pare anche che i Romani per dominare in Etruria ne suscitassero stimolando lo spirito democratico della popolazione umbrica soggetta. Ma contuttociò pur sembra che il carattere aristocratico si conservasse assai tardi in quelle società, poichè nelle battaglie al Vadimone, dove fu

(1) Liv. X, 3, 8.

(2) *Memorie dell' I. R. Istituto Lomb.*, t. c., p. 193.

decisa la sorte di Etruria come corpo intero politico, è ancora menzione delle coorti agresti.

DI ALCUNI ELEMENTI CHE PONNO RAPPRESENTARE INDIRETTAMENTE L'IDEA DEL DIRITTO.

Esposta l'idea del diritto, per quanto fu possibile, in modo diretto per i rapporti politici, internazionali e civili, richiedesi ora di toccare quegli elementi per i quali essa può esprimersi in modo indiretto. Fra questi occorre primamente la religione.

Religione. — L'uomo creato dalla divinità con quelle qualità morali che in lui ravvisiamo, ricevette da essa anche la facoltà di concepire la giustizia. Ma dove egli, abbandonato a sè stesso, formò colla sua immaginazione la religione, non potè a meno di crearsi il cielo a lui ignoto ad immagine della terra che conosceva. Quindi egli come sentì sè stesso nelle sue vedute, ne'suoi sentimenti, nelle sue affezioni, formò gli dèi, e poscia da cotesti dèi così fabbricati si fece governare in terra; donde venne che le attribuzioni di giustizia degli dèi in cielo non sieno che l'espressione del sentimento di giustizia degli uomini in terra. Il sentimento della dipendenza da una causa soprannaturale ha generato l'opinione che l'uomo e le sue società fossero sotto il governo della divinità, e quindi si credette che la società civile fosse retta dal rappresentante o dai rappresentanti di quella. Ma il diritto divino che per tal modo governava la società civile faceva questo ufficio con mezzi umani, e perciò non poteva seguire l'uomo in tutti gli atti e pensieri della sua vita. A raggiungere questo scopo la religione si avanza, e penetra in tutte queste parti; onde tutto ciò che di morale e di giustizia l'uomo le attribuirà in questa funzione, sarà un'altra espressione dei suoi sentimenti in questa materia.

Queste manifestazioni indirette dell'idea del diritto nelle religioni politeistiche, di cui è qui discorso, traspajono dall'ordinamento stesso del panteon, dagli attributi degli dèi, dalla dottrina religiosa, la quale per lo più si compenetra negli stessi attributi degli dèi, ossia nei loro caratteri. Da questi caratteri deriva la qualità della liturgia, la quale nella sua simbolica è pure espressione di ciò che si venera nella divinità, e però è un'altra rivelazione del suo carattere.

In queste religioni pare inevitabile il dualismo, da poi che il dualismo, quantunque involga in sè una finale contraddizione della mente, penetrò persino nelle filosofie. La presenza del male sulla terra indusse l'uomo ad immaginarne un principio, e non essendo capace la sua mente di sottile analisi

nell'epoca della formazione delle religioni, ed arrestandosi quindi a certi gradi di osservazione che si potrebbero dire di sentimento, facilmente gli parve di ravvisare due principj, forse anche quasi equipollenti di bene e di male, che reggessero l'universo. Si dice *quasi* equipollenti, perchè una equipollenza pratica dovea pur condurre in fine al concetto di un impossibile procedere delle cose. Nondimeno vuolsi avvertire che altra cosa è che l'uomo abbia creduto ed introdotto un principio malo nel suo sistema religioso, ed altra cosa che il male sia stato rappresentato da alcune divinità nel suo panteon. Nel primo caso, riconobbe il male come tale, e di solito lo riguardò come una forza disturbatrice, a cui si vuole resistere, cui si vuole rendere nulla, ma non come un principio legislatorio a cui si debba ubbidire; nel secondo caso, il male gli comparve sotto il carattere di una divinità adorabile e da ubbidirsi, e non lo ravvisò come tale; non lo ravvisò come tale, perchè non era tanto avanzato nella scienza morale da potere discernerlo. Nel primo caso, le proporzioni di forza in cui il principio malo sta col buono, non rende indizio che della quantità di persuasione, che il seguace della religione ha della morale e giustizia possibile sulla terra; nel secondo caso, l'adoratore esibisce una indicazione diretta del suo senso morale per questo rispetto secondo la quantità maggiore o minore dei casi in cui lo scambia per bene.

Il male adunque può trovarsi in una religione come principio dualistico avvertito e come errore che scambia il male per bene. Ora secondo il sentimento o la persuasione di giustizia degli uomini abbonderanno o no gli dèi od i loro attributi nel principio malo; secondo le loro cognizioni di morale emergeranno quei caratteri delle divinità che, essendo immorali, pure sono tenuti per buoni, e secondo queste due cagioni saranno determinate le diverse qualità e quantità di pene in vita e dopo la morte alle azioni virtuose e viziose. La diversa qualità degli dèi e la diversa natura del codice dei premj e delle pene ponno costituire la dottrina morale della religione: ma fu avvertito che anche la liturgia ha la sua parte morale e che da essa parimente si ponno estrarre idee di morale e di giustizia. La liturgia può dare indizio del senso morale del popolo nelle diverse sue parti, cioè nell'adorazione e propiziazione secondo la qualità e quantità degli dèi adorati ed invocati in favore, nella divinazione secondo gli oggetti, sopra i quali è interrogata la volontà degli dèi, e soprattutto nella espiazione, dove si manifesta più evidentemente la qualità della sanzione mediante le sostituzioni espiatorie. La espiazione può essere interna ed esterna; ma quando è interna, e per conseguenza si appoggia essenzialmente sul pentimento, non appartiene propriamente alla liturgia, ma alla dottrina religiosa. Ciononostante allorchè pure è esterna, e si soddisfa di sagrifizj e di

feste, non si può dire che al tutto escluda il pentimento, poichè anche cogli atti espiatorj esterni s' intende di contraddire ad un peccato commesso. Nelle religioni politeistiche, come quelle che sono nate nell'infanzia del genere umano e credute finchè la sua intelligenza è poco sviluppata, e dove quindi può mancare l'analisi della natura ristauratrice dell'espiazione, che essenzialmente richiede il pentimento, l'espiazione suole essere d'indole esterna.

Discendendo ora alla religione degli Etruschi, trovasi primamente che questo popolo è rappresentato come assai religioso = *Gens ante omnes alias eo magis dedita religionibus, quod excelleret arte colendi eas* (1). Sono ricordati parecchi libri sacri etruschi (2), nei quali era esposto il sistema religioso. Questi erano i tagetici, i fatali, gli acherunzj, e di poi i rituali. Ai tempi di Cicerone sussisteva una voluminosa opera sotto al nome di *Etrusca disciplina* che comprendeva i libri aruspicini, fulgurali e rituali.

Sembrerebbe che sotto il nome di tagetici, poichè ogni scienza etrusca derivava da Tagete, fossero compresi tutti gli altri libri dell'etrusca disciplina; ma invece tutti gli argomenti speciali farebbero supporre, che i libri tagetici fossero nell' antichità stessa presi in un significato più stretto. Pare che questi fossero alcuni libri speciali i quali avevano una forma propria, un' età più antica, poichè si dice che erano in versi, un' autorità più grande di santità che non gli altri. Nondimeno vorrebbesi supporre che essi contenessero la base sulla quale furono fabbricati nel seguito gli altri libri detti fatali, acherunzj, rituali. I libri fatali riguardavano le cose del destino; gli acherunzj contenevano, si può dire, il dogma dell' immortalità dell' anima; i rituali accompagnavano l' uomo individuo come gli Stati per tutti gli stadj della loro vita, ed insegnavano in ogni luogo come dovevasi osservare la volontà degli dèi sino al tempo in cui all' uomo indebolito dagli anni non più apparivano prodigi, ossia cessava la sua comunicazione cogli dèi.

Gli Etruschi s'immaginavano come a fondamento di tutto il panteon certi dèi senza nome (*dii involuti*), i quali operavano in questo mondo solamente in momenti di grandi mutazioni. Appresso a questi venivano gli dèi del destino, i quali nell'etrusca disciplina erano assai importanti (3). Ad essi apparteneva *Nortia*, la dea che conduce i periodi di tempo. Dalla loro schiera usciva fuori Tina od il Giove etrusco, come rettore del mondo e vivente nel mondo, ed

---

(1) Liv. V, 1.

(2) Müller, *Die Etr.*, III. 2, III. 3, III. 4, III. 6, III. 7.

(3) *Commentarii Serviani in Virgilium.* Servius, *ad Æn.* VIII, 398 ... *hanc imminentium malorum dilationem Etrusci libri primo loco a Jove dicunt posse impetrari, postea a fatis.*

intorno a lui stavano gli dèi *consenti*, i quali secondo il concetto etrusco reciprocamente tra loro si appartenevano, esistevano nello stesso tempo, ed erano gli operatori in questo mondo. Ma all'ordine di cose che esisteva su questa terra ed al sistema divino che la reggeva, stava contrapposto un altro principio che gli moveva costantemente guerra manifestandogliela con prodigj.

Per penetrare, se è possibile, nel significato di questo sistema pare che gli dèi involuti fossero tenuti come le forze cosmiche che operarono e che operano i diversi modi di essere dell'universo. Questo pensamento procedette forse dalla reminiscenza nel genere umano di qualche grande cataclismo nella natura. Ma quelle forze erano dèi, il che vuol dire esseri intelligenti, e non si può concepire un'operazione finale di un essere intelligente senza un ultimo motivo morale. In tale motivo l'uomo non può a meno di non comprendere implicitamente anche la decisione della sua sorte, perchè esso si tiene sempre, quantunque non sempre avvertitamente, come la corona ed il riassunto della creazione. Il fine di questi modi di essere o la conclusione di queste età della creazione può essere considerata sotto lo stesso aspetto della morte dell'uomo individuo sulla terra. Gli agenti fisici operano l'una e l'altra, ma il significato dell'una è generalmente consentito per morale, e l'uomo può averlo concepito anche per l'altra. Anche oggidì in faccia della geologia e delle sue età geologiche, astrazione fatta dal dogma religioso, il filosofo morale si dimanda che vorrebbe dire una conclusione dell'attuale età geologica. In questi grandi mutamenti cosmici, in cui l'uomo ritenga compresa la sua sorte, mentre dall'altra parte pur sempre crede la sua maniera di vivere avvinta dai precetti della divinità, è condotto a pensare che la vita morale del genere umano vi sia pur contemplata e giudicata. Se ciò avviene, siffatte catastrofi ponno anche essere riguardate come certe grandi ristaurazioni dell'ordine morale, come certi atti di giustizia che la divinità esercita per rimeritare il genere umano secondo le sue opere.

Gli dèi del destino si può tenere che rappresentino il fato. Ma il fato nel sentimento umano non può essere inteso in modo che sia distrutto il libero arbitrio da una parte, e non vi abbia giustizia applicabile dall'altra (1). L'uomo

---

(1) Daunou, *Mémoire où l'on examine si les anciens philosophes ont considéré le destin comme une force aveugle ou comme une puissance intelligente. Dans le T. XV des Mémoires de l'Institut de France, Académie des inscriptions et belles-lettres*, 1842, p. 48.

Grotius, *Philosophorum sententiæ de Fato et de eo quod in nostra est potestate.*

Ma la questione presente riguarda il significato che il popolo attribuiva al destino espresso per i caratteri degli dèi e non le opinioni dei filosofi ed anche dei poeti, quando questi

primitivo, o meglio l'uomo spontaneo, sente tutto ciò che si manifesta in sè stesso, di che sono prova i linguaggi, e quindi non può pensare un dogma di un fato assoluto, perchè sente in sè il libero arbitrio e sente la giustizia secondo le azioni imputabili. Il fatalismo può essere e fu una dottrina filosofica, perchè la ragione umana essendo capace di errore, può ed ha potuto nella speculazione dare un valore sproporzionato ad un elemento sopra di un altro, donde la prevalenza anormale di certi principj che costituirono il carattere di diversi sistemi di filosofia che tra loro si combatterono. Si vorrebbe dire con ciò che gli uomini primitivi nell'immaginare il destino pensassero per avventura implicitamente qualche cosa di simile a quello che noi chiamiamo oggidì le leggi costanti del mondo, poichè una siffatta costanza poteva pure in qualche parte da essi essere avvertita, di che la dea Norzia che conduceva le stagioni poteva essere un indizio. Ciò nonostante si dice che gli uomini ponno avere inteso che il fato proceda per vie ignote e che dove un avvenimento riesce inesplicabile od appare senza causa, ivi riconoscessero l'azione del fato. Ma contra il fato nell'ordine morale sta sempre in massima l'idea ammessa del libero arbitrio, ed un fato nell'ordine fisico potrebbe forse non essere altro che il velame della ignoranza di qualche legge naturale o l'espressione della opinione degli uomini intorno all'origine di quei fenomeni che noi chiamiamo contingenti quando non si conoscono le loro leggi. Le cose che occorreranno in seguito in questo sistema religioso ammettendo l'imputabilità delle azioni escluderanno l'idea di un fato assoluto.

Fra gli dèi del destino il Tina o Giove che ne esce fuori a governare il mondo, potrebbe essere come il potere esecutivo, il quale secondo l'importanza della cosa, anche col consenso de'suoi consiglieri consultivi, cioè degli dèi consenti (*sentito il consiglio di Stato*) a norma delle leggi vigenti, cioè del destino, provvede ai singoli casi occorrenti. Intanto il Giove non è mai chiamato onnipotente dagli antichi (1), ed anche la sua potenza non appare come forza *organizzatrice costituente* dell' universo, ma soltanto in atti accidentali di potere, e talvolta si attua per ordine degli dèi involuti, tale altra col consenso degli dèi consenti, e qualche volta per moto proprio. Così per ordine degli dèi involuti

---

esprimono un' opinione propria individuale. Circa ai poeti lo stesso Daunou asserisce che secondo i capricci della loro immaginazione od i bisogni del loro soggetto ci hanno tracciato alcune immagini del destino; immagini fuggitive così diverse e così variabili che è assai difficile di comporne un sistema.

(1) I traduttori hanno dato l'epiteto di onnipotente a Giove, ed il Monti nell'VIII dell'Iliade vers. 211, fa dire da Nettuno a Giunone queste parole: *Rammenta ch'egli* (Giove) *è onnipotente;* ma nel testo greco leggesi ἐπεὶ πολὺ φέρτερός ἐστιν.

lanciava certi fulmini tremendi che cagionavano le grandi catastrofi della natura; per consiglio o consenso degli dèi consenti scagliava altri fulmini di natura meno maligna che minacciavano soltanto castighi espiabili, e di moto proprio gettava fulmini di carattere monitorio ed anche di buon augurio.

Questo Giove è anco tenuto per il padre delle anime, le quali erano da lui infuse nei corpi umani, perchè l'uomo colla generazione non n'era tenuto capace, ed a Giove ritornavano dopo la morte (1). Ma questa asserzione non rimane senza modificazione, perchè, come si vedrà or ora, le anime dei trapassati entravano in diversi stati.

Giove o Tina è anche posto in compagnia di Cupra o Giunone e di Menerfa o Minerva. Questa triade è anche quella del Campidoglio in Roma, donde evvi appiglio all'induzione che avessero i medesimi attributi. Dopo di essi occorre frequentemente la Norzia, dea del tempo, appartenente agli dèi del destino. Di poi trovansi rammentate parecchie altre divinità rappresentanti i fenomeni naturali ed anche le passioni umane, e probabilmente, come porta l'indole panteistica di una religione politeistica, vi era ogni sorta di dèi cogli attributi di tutti i fenomeni della natura e di tutti gli atteggiamenti della vita umana. Fra questi abbondavano gli dèi del fulmine, siccome, oltre a Giove che ne aveva di tre sorta, erano *Sethlans* o Vulcano e Marte: e di poi vuolsi ricordare il Bacco, che non era il *Dionysos-Hades* degli spirituali Orfici, ma il dio del piacere sensuale. Il dio dell'inferno nominavasi *Manto*, ed era rappresentato per forme orrribili. Nell'inferno andavano le anime dei trapassati buone o cattive, le quali quando erano considerate soltanto sotto il rapporto di anime, erano dette *Mani*. Nondimeno pare che sotto al nome di *Mani* s'intendesse di preferenza un'anima buona. Nella lingua latina non si trova il *manis* per buono, ma vi ha il suo contrario *immanis* che significa *crudele*. Pare che queste parole di *mani* e somiglianti facessero famiglia comune con Manto, e però che sieno di stirpe etrusca, e pare quindi che, a malgrado delle forme orribili di quel dio, vi si comprenda sotto qualche cosa di giusto e di buono. Laonde deve fare minor difficoltà che anche le anime buone si trovino sotto al dominio di quella divinità, siccome del pari anche l'Eliso di Virgilio si trovava sotto la giurisdizione di Plutone.

Dopo gli dèi ora rammentati vi era come una classe speciale di dèi di grado inferiore, ed erano i penati, dèi del *penus* ossia dell'interno della casa, i *lari*, dèi tutelari della casa, della città, ed una specie di dèi detti anche *animali*, perchè erano le anime buone dei trapassati convertite in dèi. Le anime dei

(1) Macrobius, *Saturnal.*, I, 10.

malvagi che vagavano in questo mondo intorno al loro soggiorno primitivo, come spauracchi ai viventi, si chiamavano *larve*. Con queste indicazioni sembrerebbe che le anime umane si trovassero in tre condizioni diverse dopo la morte, a meno che alcune opinioni, come quella che fa ritornare le anime a Giove, non fossero che di una speciale dottrina religiosa, ed altre che le fanno trasmutare in lari e larve, loro non attribuissero che una condizione transitoria collocandole in questo stato, mentre la loro dimora ordinaria fosse quella dell'inferno sotto alla giurisdizione di Manto.

Gli dèi comunicavano cogli uomini mediante i genj, specie di divinità di mezzo carattere, i quali con ciò eseguivano un ufficio necessario in una religione positiva.

In fine vi era un *Vejovis*, divinità nemica, che era autore di mali al genere umano e prendeva piacere a disturbare l'ordine dell'universo. Questo è il rappresentante del principio malo, e qui si manifesta il dualismo etrusco. Questo dualismo traspare per avventura anche dai dipinti interni dei sepolcri di Tarquinii, dove vedonsi assalti e persecuzioni di animali feroci sopra animali mansueti e deboli. Tale era, come importa di conoscere per la presente questione e come si potè raccogliere, il panteon etrusco.

Dal complesso dei cenni intorno ai caratteri ed alle azioni di questi dèi risulterebbe: 1.° che vi era una cura o provvidenza speciale della divinità, la quale, oltre l'azione del diritto divino, seguiva l'uomo in tutti gli atteggiamenti della vita e suppliva al difetto di quello; 2.° che vi erano degli dèi, i quali favorivano le passioni umane; 3.° che vi era creduto il dogma dell'esistenza dell'anima, della sua origine divina, della sua immortalità, e dei premj e delle pene ch'essa avrebbe ricevuti dopo la morte del corpo; 4.° che di contro a questo sistema di provvidenza vi era un dio del male che tendeva a disturbare e ledere ogni cosa.

Quel sistema di provvidenza moltiplice immaginata negli attributi o caratteri degli dèi è una conseguenza di quel sentimento di dipendenza assoluta di sopra avvertito, in forza del quale l'uomo vuol essere assistito e governato in ogni cosa, nella quale si riconosca dipendente; e qui nel caso concreto l'uomo etrusco attribuendo alla divinità una provvidenza di tutti momenti sopra sè stesso, pare che voglia esprimere il pensiero di un governo giusto e benefico di quella. Vuolsi di poi avvertire il dogma dell'esistenza dell'anima e della sua origine divina, dell'anima che rappresenta la vita interiore dell'uomo, e che dall'universale degli uomini fu pur sempre riconosciuta diversa dal corpo. La sua origine fu creduta specialmente divina, perchè l'uomo ad ogni modo vuol pure una comunicazione colla divinità, e perchè forse non potè a meno di

avvertire la superiorità delle sue facoltà intellettuali. Il dogma dell'anima di origine divina condusse (1) a quello della sua immortalità, il quale dal suo canto generò l'altro dei premj e delle pene nella vita avvenire. Quest' ultimo dogma sancisce l' imputabilità delle azioni nella vita terrena, smentisce, come ne fu già reso cenno di sopra, la credenza in un fato assoluto, e colla vita oltre la tomba premiata o punita secondo le opere, compie quell'ordine di giustizia rimasto imperfetto nella vita terrena, che è invocato dalla costituzione morale dell'uomo.

Le forme orribili del dio infernale etrusco, se non bastano per escludere le anime buone dal suo regno, danno però indizio di severità di pene per le anime malvagie; il che annuncerebbe un forte sentimento di giustizia: ma contuttociò quegli uomini collocando da poi la causa del male in un principio divino, in qualche modo lo legittimarono, e con ciò mancarono di fede in un ministero d'intera giustizia.

Liturgia. — Interpretazione della volontà degli dèi, e quindi del tempio, della adorazione e propiziazione e della espiazione.

La volontà conosciuta della divinità è quella che determina i diversi atti liturgici, la quale sebbene per il motivo generale di adorazione non abbia bisogno di speciale interpretazione, pure venendo essa interrogata nei molti casi speciali ed essendo gli atti liturgici che ne conseguono di indole comune, pare di far precedere la divinazione a qualunque altra parte della liturgia.

La interpretazione della volontà degli dèi involge nella religione etrusca una istituzione che si applica inoltre alla vita politica, civile, domestica, militare ed agricola. Questa istituzione è quella del tempio.

Il demone Tagete avrebbe insegnato che tutto il cielo è un tempio in cui gli dèi stavano al settentrione e riguardavano al mezzogiorno, a sinistra avevano l'oriente, la parte della luce, del calore, donde sorgeva il sole, la parte benefica, a destra la parte infausta, dove la luce scompariva e sorgeva la notte. La direzione della guardatura degli dèi era segnata con una linea che si chiamava *cardine*, quella della parte fausta all'infausta da un'altra linea che si chiamava *decumana*. Queste due linee s'intersecavano ad angolo retto, e questa intersezione pare che fosse ciò che faceva riguardare il cielo così considerato un tempio, τέμενος, un *intersecato* da vocabolo greco e forse pelasgico. Questa intersezione formava quattro regioni. I segni fausti venivano dalla parte

(1) Il dogma della immortalità dell' anima negli uomini primitivi pare che derivasse dalla credenza ch' essa fosse di origine come di natura divina.

sinistra, dalla destra gli infausti. Un tempio era anche una quantità di cielo concepita in mente dall'aruspice e segnata colle due linee per prendere gli auspicj dentro il suo spazio. Questo tempio celeste, diviso in quattro regioni, così concepito in mente e pronunziato con parole, era detto dai Romani *locus effatus*. Questo tempio era rappresentato anche materialmente in terra, ed era diviso con assi, corde, tele. Ma fu anche costruito un edifizio colle forme del tempio celeste. La parte *postica* o settentrionale sino alla linea decumana formava la cella, la parte *antica* o meridionale era il vestibolo od il pronao.

Il principio della divinazione etrusca, se la divinazione romana che tanto mostra di esserne derivata può rendere qualche cenno, ammetterebbe come un patto tra gli dèi e gli uomini che interpellavano la loro volontà, il quale doveva essere osservato da ambe le parti. Ma in questo concetto vi era, che se gli dèi avevano fatto pervenire un segno in un determinato modo, erano anche obbligati verso gli uomini che erano con loro in comunicazione, di rendere compiuta la cosa significata per quel modo, quantunque la loro intenzione fosse interamente diversa dal fatto che era per lo stesso modo significato e quantunque l'accidente o la frode avessero operato che quegli che interpretava la volontà degli dèi nel tempio l'avesse ricevuta in quel supposto modo.

Se il modo con che era ricevuto un segnale degli dèi aveva forza di determinare la loro volontà secondo quel modo, ne veniva naturalmente che gl'interpreti fossero mossi ad usare quel supposto patto sopraccennato della divinazione in guisa da ottenere un modo più favorevole alla loro intenzione.

Per il patto suddetto tra la divinità interrogata e l'interprete interrogante ne veniva certamente che la risposta di quella fosse in rapporto coll'intenzione di questo, e quindi che come egli la intendeva, così fosse in effetto, donde fu posta un'attenzione speciale alle parole di *annunciazione* dell'auspicante, perchè essa esprimeva il senso, sotto il quale la divinità era stata interrogata in un tale oggetto, e quindi la parola teneva il posto del segnale per chi dimandava di conoscere la volontà degli dèi per mezzo dell'interprete (1). Queste industrie o fallacie divinatorie che potrebbero essere di superstizione, se l'indole della religione stessa non le avesse ammesse, danno indizio che il popolo che la professava non aveva della divinità quel concetto di potenza intera e schietta che ci pare conforme alla sua natura, ma ancora ci rivelano una qualità ermeneutica, la quale è nello stesso ordine d'idee della interpretazione della legge secondo la lettera, secondo la stretta lettera e la stretta forma. Una

(1) Dionys., II, 6, τὸν ἐκ τῆς φωνῆς οἰωνὸν λαβόντες.

siffatta interpretazione si trova in vigore nel diritto romano antico, dove era sancito, che chi non usava avanti al magistrato le precise parole dell'azione di legge, era decaduto dal suo diritto, *e causa cadebat*, ed è conforme alla mente degli uomini che non ponno ancora dai casi concreti elevarsi ai principj dirigenti, dove la forma alla fine si sostituisce alla sostanza, e ne diventa tanto padrona che gli uomini non badano più che a quella.

Ma nel concetto del tempio non vi era soltanto un'idea liturgica; la forma che rappresentava la dimora degli dèi fu trasportata a tutti i modi di vivere importanti sanciti dalla religione. La città, la casa, il letto, e quell'atteggiamento solenne del morto nel letto, ed i sepolcri furono costruiti o disposti a foggia di tempio. L'accampamento militare del pari era eretto colle leggi del tempio, ed i campi erano misurati e divisi pure in quella forma. Qui si manifesta sempre quella tendenza dell'uomo ad uniformare gli atti della sua vita secondo quello che crede essere la volontà della divinità (*juxta numina divum*). Pare che la forma del tempio fosse tenuta per la limitazione di spazio ottima, più gradita agli dèi, perchè era la forma della loro dimora.

Ma circa all'applicazione del tempio ai campi sono da considerarsi alcune circostanze che hanno riguardo al diritto di proprietà. Trovasi negli Agrimensori o Gromatici (1) questo brano di Vegoja = *Cum autem Jupiter terram Etruriæ sibi vindicavit, jussitque metari campos, signarique agros*, ec. onde se Giove faceva misurare e dividere, s'intende che volesse anche distribuire. Qui adunque non sarebbe per una conseguenza di una veduta generale intorno al diritto divino che la terra fosse posseduta in nome di questo diritto, ma nel concetto etrusco interviene un atto speciale della divinità ad appropriarsi i terreni, a misurarli, dividerli o limitarli, e per conseguenza anche a distribuirli. Il possesso del fondo è adunque specialmente, avvertitamente di diritto divino; la sua limitazione lo è del pari. Ma fu detto or ora che la forma del tempio era applicata pure ai campi, il che riesce a dire che ciascun podere, una vigna, un campo aratorio, un prato, era misurato e limitato (2) in forma di tempio, costituendo il tempio la limitazione di spazio ottima, voluta dalla divinità (3). La limitazione qui applicata ad una cosa sacra con cerimonie

(1) *Gromatici veteres ex recensione Lachmann.* Diagrammata edid. Rudorffius. Berolini, 1848, T. I, p. 350.

(2) Di fatto gli auspicj erano presi anche nelle vigne e nei campi. I residui di terreno oltre il tempio, erano divisi con speciali limiti detti *intersecivi*.

(3) Poichè ogni campo, vigna, campo aratorio o prato che fosse, era considerato come un tempio, ne verrebbe che il tempio-campo fosse per l'agrimensura etrusca ed anche romana, che pare identica, la medesima cosa che la mappa delle tavole del censimento milanese.

religiose, con segni di limite che erano sacri, assumeva un carattere di santità speciale. La religione con questa limitazione segnava il possesso ed il non possesso, il proprio ed il non proprio, il lecito e l'illecito, e quindi indicava i confini del diritto. L'uomo in qualunque stato di sviluppo della sua mente contemplando i diritti altrui vi deve riconoscere i confini dei proprj; ma in questa limitazione del tempio emerse forse il primitivo concetto, il concetto materiale del diritto in genere, quale era conforme alla mente di quegli uomini, quel principio giuridico di limitazione che si rileva nel diritto romano nella divisione dell'eredità (1), dove il nome della eredità o patrimonio, *herctum* od *horctum*, ha in sè il significato di *chiuso* o *limitato*, e l'azione di dividere i diritti ereditarj è indicata col verbo *herciscere* nella *familia herciscunda*.

Non si conosce in che proporzioni i campi di Etruria fossero stati primamente divisi ed in quali circostanze, perchè non si conosce il principio della società etrusca; ma si può dire ch'essi furono costituiti col concetto del tempio, e così l'agrimensura avrebbe avuto origine dall'aruspicina.

Queste applicazioni del principio religioso del tempio al possesso fondiario ed alla agrimensura ponno far supplimento a quel poco che fu esposto di sopra intorno al diritto privato di eredità.

Dopo la divinazione si richiederebbe ora di parlare dell'adorazione e della propiziazione, delle quali la notizia risulterebbe per induzione da ciò che si dice essere stato praticato in Roma ad imitazione dell'Etruria. Da questa fonte per lo scopo presente basterà di attingere che essa era moltiplice e complicata, perchè, oltre che ogni divinità aveva il suo speciale culto, molti atti di culto erano dedicati a ciascuna divinità. In queste diverse liturgie è da notarsi specialmente il culto bacchico, il quale riuscì alla fine in quei baccanali che furono proibiti dal senatoconsulto Marciano. Questa moltiplicità di culto, se è una conferma di quel sentimento religioso già avvertito che rende l'uomo ossequioso in ogni atto della sua vita ai precetti della divinità che sono anche quelli della morale, come egli la intende, rivela però in qualche sua parte che esso non aveva della morale un sentimento perfetto, conciossiachè per vivere sempre conforme ai voleri della divinità abbia reso gli stessi dèi, fonte della sua morale, peccatori in sua compagnia.

Viene di poi l'espiazione, la quale avrebbe dovuto tenere dietro alla divinazione, che suole essere la sua cagione, se l'adorazione e la propiziazione

---

(1) XII Tabulæ. Tab. V. *Ut nomina inter heredes pro portionibus hereditatis erta cita sunt*, etc. D. L. X, T. II. *Familiæ erciscundæ.* Ἕρκος, chiuso, siepe. Εἴργω, inchiudo.

avesse potuto precedere la divinazione. L'espiazione in Etruria pare che fosse esterna, e nei primi tempi avvi traccia, come in molte altre religioni, che ammettesse i sagrifizj umani. Nel seguito fu ricevuta una vittima supplente detta in latino *melior anima*, la quale era un animale (1).

I sagrifizj umani nella liturgia ponno essere considerati nello stesso ordine d'idee che la pena di morte dei codici criminali, della pena di morte quando il motivo della pena non era tenuto essere il danno della società da prevenire, nè la spinta criminosa da frenare, ma bensì la vendetta per il male commesso, ed oggidì nel medesimo concetto l'espiazione morale o la restituzione dell'ordine morale leso. La differenza, ma non essenziale, che esiste tra il rito e la pena, si è che la pena delle leggi criminali percuote il solo individuo colpevole, ma nella liturgia espiatoria può essere tenuta tutta una società colpevole, ed il sagrifizio cadere sopra un individuo per sè innocente, ma solo reo in causa di società solidale. Fuori di ciò, nell'un caso si faceva una supplicazione e nell'altro si eseguisce un atto col nome di supplizio per placare la divinità per un peccato commesso o per ristaurare l'ordine morale e divino leso per un delitto perpetrato. Questa eguale denominazione avverte dell'identità del concetto.

L'espiazione del pari che l'adorazione e la propiziazione era molteplice e complicata si per la moltiplicità degli dèi, come perchè essendo esterna era facilmente portata ad applicazioni speciali per i singoli casi.

Ma per i cenni che si hanno intorno ai fulmini prorogativi, sembra che gli Etruschi opinassero non essere possibile di torre a certi segni divini interamente la loro forza, ma soltanto era dato di protrarne l'azione. Questo indizio di espiazione imperfetta, d'inesorabilità finale della divinità, se fosse certo, sarebbe un fatto assai notabile nella storia dello spirito umano. Il dogma della disperazione, se ha potuto formarsi nella testa di alcuni uomini, non fu mai accolto dal genere umano, nè da un popolo intero. L'uomo in generale vuole sperare, e quando non può ritrovare un oggetto di speranza col ragionamento, lo cerca coll'immaginazione. Non pare quindi molto probabile che in una religione immaginata dagli uomini sia stato alla fin fine chiuso l'adito in modo

---

(1) *Commentarii in Virgil. Serviani*, etc. Servii, *Comm. in Æneid.* V, 485. Ovid. VI, 162. La *melior anima* del bruto in luogo dell'anima umana dà indizio di sagrificj umani preceduti. La *procuratio fulgoritorum* sembra che fosse condotta dall'idea che gli dèi irritati esigessero propriamente il sagrifizio dell'uomo, il quale era supplito mediante simboliche rappresentazioni secondo le tradizioni di Valerio Anziate. Arnob. *adv. gen.* V, 1.

sistematico alla speranza, alla riconciliazione colla divinità, ossia all' intera procurazione dei segni sinistri.

Questa, per quanto fu possibile di raccoglierne le notizie, è appresso a poco la religione etrusca considerata dal lato della presente questione. Essa è panteistica, come tutte le religioni politeistiche; è dualistica come la più parte delle religioni immaginate dagli uomini. Il panteismo rende apparenza di una assidua cura della divinità sopra l' uomo, ma ad un tempo divinizzando tutti gli atteggiamenti umani tende a giustificare qualunque passione dell'uomo. Avverte i costumi umani, ma la sua morale non è che istintiva e spontanea; non dà indizio di alcun principio meditato o depurato. In Etruria il culto bacchico che riuscì ai baccanali del senatoconsulto Marciano, depone della connivenza della divinità nelle passioni dell' uomo. Il dualismo è un tentativo di spiegare il male sulla terra, ed indica nella religione etrusca la non piccola parte che l'uomo attribuiva al principio malo nell'andamento delle cose del mondo. Il panteon etrusco appare ordinato nei rapporti di questi due caratteri della religione.

L'anima immortale, imputabile delle sue azioni dopo la sua separazione dal corpo, darebbe cagione di potere perfezionare il sistema morale coi premj e colle pene al di là della tomba: ma la morale difettosa del panteismo ed il principio malo elevato a divinità non permettono questo perfezionamento nella vita futura, e l'espiazione pur valida con mezzi esterni impedisce anche nella morale ricevuta l' emendazione interiore dell' uomo. In fine, vi ha nella religione etrusca qualche cosa speciale che sembra improbabile, se fosse stato veramente inteso nei termini che si presenta, ed è il carattere che riesce in fine inesorabile della divinità.

Da questa specialità in fuori le indicazioni intorno a questa religione e le osservazioni fattevi sopra ponno appartenere od applicarsi anche ad altre religioni formate dagli uomini; ma è natural cosa che l' identità dello spirito umano in circostanze simili abbia dati simili risultamenti.

Arti, Lettere, Scienze, Costumi, Morale.

Oltre l'etrusca disciplina che riguardava la divinazione, assai pochi cenni si hanno intorno alla coltura intellettuale degli Etruschi, donde si possano fare induzioni pel presente argomento. Quello che viene rappresentato intorno ai lavori d'arte trovandosi in una gran proporzione applicato ai monumenti sepolcrali, significherebbe una gran riverenza per i trapassati, la quale involgendo

sempre un sentimento di religione e di pietà, si accompagna pur anche con quello di morale e di giustizia.

Si vorrebbe discorrere da poi della letteratura propriamente detta, la quale rappresentando sempre i sentimenti del popolo che la produce, ha pure alcuni rami in cui esprime con maggiore evidenza il senso morale. La lirica secondo la qualità degli oggetti celebrati, l'epopea pure secondo la natura dell'avvenimento trattato ed i caratteri che vi sono rappresentati, ponno dare indizio di questo senso morale più o meno retto. Ma la drammatica, siccome quella che introduce la società in azione, può, per un caso che si deplora e si detesta, per un fatto che si disprezza o si mette in ridicolo, fare sostituire nella mente per negazione o per implicita contrapposizione la società che si ama e si desidera, la quale per conseguenza è conforme all'ideale che si tiene per migliore secondo il proprio concetto di morale e di giustizia.

Fa meraviglia come del popolo etrusco, che pare sia stato così colto nelle arti e dove la nobiltà romana soleva mandare in educazione i suoi figli prima che venisse il costume di farli istruire dai Greci, niun monumento e quasi niuna notizia letteraria ci sia stata tramandata. Imperciocchè, per tacere dei canti liturgici, dalle storie etrusche in fuori, rammentate da Varrone (1), le quali non conoscendosi in quale forma erano stese, non si sa se appartenessero ad una vera letteratura (2), apprendiamo soltanto da quel dotto che vi fu un Volnio che scrisse (3) tragedie. Ma è detto che questo scrittore vivesse in tempi posteriori all'Etruria indipendente, e si porta anche opinione da taluno (4) che fosse contemporaneo ed amico dello stesso Varrone; il che se fosse stato, quello scrittore avrebbe appartenuto piuttosto alla società romana che all'etrusca, od almeno non avrebbe forse potuto più rendere una schietta espressione della letteratura etrusca. Oltre a questa notizia si trova menzione dei versi fescennini. Questi versi, così chiamati da Fescennio, terra d'Etruria sul Tevere, erano componimenti pieni di sarcasmi, d'ingiurie e di oscenità, e solevansi cantare appo i Romani, tra le molte occasioni, massime nelle feste nuziali. Non accade di far commenti sopra l'oscenità di questi versi, perchè la lesione della decenza e del pudore è una violazione, la quale, comunque ristretta ad una sola parte del dovere, percuote però anche il principio

(1) Ap. Censor, *De die natali*, 17, 6.

(2) Müller, T. I, *Vorerinnerung*, ec. p. 6 e n. 14.

(3) De L. L. ex edit. Müller, L. V, c. 55... *ut Volnius, qui tragœdias tuscas scripserat.* Müller, IV, 8, 1. n. 1.

(4) Orioli, *Giornale Arcad.* L. c.

del dovere in genere. Ma la maldicenza, il sarcasmo, lo scherno professati per sistema ed in molte occasioni, come la rinomanza di questi versi sembra annunciarlo, rendono testimonianza di un costante poco rispetto alla verità, e qui per conseguenza anche alla giustizia che n'è un'applicazione.

Ma la mancanza di letteratura in un popolo che sia già avanzato nella vita civile non sarebbe per la presente questione un fenomeno senza grave significato. Esso potrebbe suggerire l'idea che mancò a questo popolo quella forza di sentimento intorno alle grandi questioni della vita e della società che pur suole prorompere anche in manifestazioni letterarie. Ma qui può sorgere la dimanda, se l'Etruria all'epoca che perdette la sua indipendenza non fosse ancora in quel periodo di azione in cui l'attività di un popolo è tutta assorbita a costituirsi od a farsi potente e grande, ovvero se non avesse dovuto lottare contro frequenti e prepotenti assalti esterni, e fosse perita prima di raggiungere la civiltà delle lettere, oppure se un'indole speciale della società aristocratica etrusca avesse lasciata poca facilità ad uno sviluppo letterario, come avvenne p. e. nella società spartana. Ma l'Etruria aveva pur coltivato con successo le belle arti, perchè i monumenti che ce ne rimangono lo attestano, e dove le arti sono in fiore, per la medesima natura delle facoltà che si sviluppano ivi sogliono prosperare le lettere. Donde adunque cotesta assenza di letteratura? Forse toccò all'Etruria l'egual sorte che pare toccata a Cartagine, dove riesce sempre incredibile che fosse mancata quasi ogni letteratura, e quindi che forse la società romana soffocò in Etruria, siccome più facil cosa che i monumenti delle arti, monumenti e notizie letterarie.

In questa società egualmente non appare alcun indizio positivo di coltura filosofica, a meno che non si voglia tenere per antica filosofia sacerdotale una certa dottrina sul Genio e sul Lare, od interpretare con Seneca certe proposizioni della scienza fulgurale coi principj della filosofia stoica, ovvero ammettere la congettura che vi fosse accolta la filosofia pitagorica (1). Ma la filosofia suole emergere in un popolo dopo tutti gli altri sviluppi intellettuali, e l'Etruria politica potè più facilmente aver cessato di esistere prima che fosse pervenuta al grado di civiltà da professare filosofia.

Procedendo ad altri indizj dell'idea del diritto, vuolsi por mente ad una particolarità di costumi in riguardo alle professioni. In ogni società, lasciando stare le prescrizioni di diritto, come sarebbe il sistema delle caste che appartengono alla parte legale diretta di questa questione, l'opinione suole pronunziare alcune professioni onorevoli ed altre no, alcune degne di ogni ingenua

(1) Müller. IV. 8, 4.

persona, ed altre no. Questa distinzione (non si parla già dei mestieri abbietti, per i quali in luogo di uno sdegno di classe può nascere un senso di ribrezzo) non può escludere un sentimento implicito di differenza di condizione che può andare sino alla differenza di personalità. In questa distinzione di opinione vi ha una condizione di più e meno, chè un popolo tiene per ingenue un numero di professioni maggiore che un altro. Un patrizio romano non esercitava la mercatura; ogni Ateniese, anche eupatride, poteva suonare il flauto, danzare, correre nello stadio olimpico; i Romani facevano esercitare la musica e la danza dagli altri, facevano combattere i gladiatori, ed essi governavano = *Tu regere imperio populos Romane memento* (1). In Etruria però vi erano istrioni e commedianti, anzi il nome d'istrione (*ister*) si dice etrusco; vi erano suonatori e danzatori, i quali non di rado erano chiamati a Roma *ad procuranda prodigia*. Si dimanda ora se queste persone, le quali fra gl'ingenui Romani non si trovavano, costituivano in Etruria un ceto a parte, oppure uscivano dal comune del popolo? Gli ordini aristocratici che pare prevalessero, come fu osservato di sopra, sino alle battaglie del Vadimone, cioè sino agli ultimi tempi dell'Etruria federale, depongono già di per sè contro un esercizio di queste professioni comune a tutti gli ordini di persone. Ma in Etruria (2), è detto che i giuochi, come la danza armata, la lotta, la corsa, erano esercitate di solito dai servi o da uomini di grado inferiore, e costituivano una classe distinta di giuocatori. I gladiatori pugnavano ai banchetti dei grandi (3). Il *Lanista*, o capo dei gladiatori, era di origine etrusca (4). Questi spettacoli di gladiatori durante le cene non abbisognano di considerazione per vedere in che conto tenessero quei signori la natura umana. Ma vuolsi anche considerare che questa veduta non era particolare a loro, che era comune ad altre società, che era una conseguenza della schiavitù dell'uomo riconosciuta allora dal genere umano.

Se vi era adunque un ordine di persone che teneva le professioni sopra indicate indegne della sua condizione, vi ha in ciò stesso un criterio che oltre alle forme dello Stato, vi era anche un'opinione in appoggio di queste, che sanciva una differenza di condizione, e per quei tempi si può dire anche una differenza di personalità.

---

(1) Le favole atellane rappresentate dai giovani patrizj romani non erano vedute dal pubblico. Schober, *Die atellanischen Schauspiele*.

(2) Müller, *Die Etr.* IV, 8.

(3) Atheneus, IV, 153. Τὰς τῶν μονομάχων θέας οὐ μόνον ἐν πανηγύρεσι καὶ θέατροις ἐποιοῦντο Ῥωμαῖοι, παρὰ Τυρρήνων παραλαβόντες τὸ ἔθος, ἀλλὰ καὶ ταῖς ἑστιάσεσι.

(4) Isidorus, *Origg.* X. *Lanista, gladiator i. e. carnifex tusca lingua appellatus.*

Ma in Etruria vi era anche un'opinione opposta, ed era che l'etrusca disciplina non potesse essere imparata che dai nobili, il che per un'argomentazione conversa conferma l'asserzione ora enunciata.

In quanto alla moralità del popolo, come segno indiretto dell'idea del diritto, oltre a quel divertimento dei gladiatori ora accennato, vi hanno alcune indicazioni degli scrittori che danno accusa agli Etruschi di uomini molli, obesi, dati ai piaceri della tavola, effeminati. Il fatto dei Baccanali, i quali, sebbene Livio dica (1) che furono introdotti in Etruria dai Greci, pure presero tanto sviluppo in quel paese, parrebbe indicare che la moralità pubblica era già disposta ad accogliere siffatte turpitudini. E qui torna in acconcio per la presente quistione di confermare quello che fu già detto circa all'oscenità dei versi fescennini. Ciò nonostante è debito anche di considerare che siffatti disordini morali in un popolo, il quale ha potuto per l'indole della sua religione crearsi degli dèi che erano anche indulgenti alle passioni dell'uomo, non hanno, per la condizione intellettuale del medesimo popolo e per il carattere religioso che copriva questi stessi disordini, tutta quella gravità che avrebbero in uno Stato, in cui la morale fosse stata ridotta a dottrina e non fosse stato ricevuto un culto di siffatte divinità.

In fine, la moralità etrusca fu anche contaminata da una pirateria abituale, e negli altri rapporti esterni, tranne nelle ultime loro guerre di difesa, non mancarono gli Etruschi di usare quelle violenze che davano indizio, come essi ponessero la forza in luogo del diritto, se forse non stimavano in quei tempi che la forza, come dono degli dèi, non fosse la stessa cosa del diritto.

Tale sarebbe stata la società etrusca. In essa il pensiero legale vestendo le forme del precetto o del diritto divino avrebbe fondata e governata la famiglia, governata la tribù, ed accompagnando queste due istituzioni a formare la città, l'avrebbe pure retta più o meno con rigore secondo l'avanzarsi della società. Cotesta società sarebbe stata di forma aristocratica, sì perchè i rapporti della famiglia e della tribù ne prepararono già per sè i germi, e sì perchè la conquista del territorio distinse in condizione di signori e di vassalli i vincitori ed i vinti. Questa preminenza, risultante da una superiorità fisica e morale, fu accolta come espressione naturale, fu tenuta per legittima, e però il diritto divino la sanciva.

In tal modo si costituirono i diversi Stati di Etruria. Ma la comunanza di origine e la probabile conseguente somiglianza del vivere sociale e civile

(1) XXXIX, 8.

potevano determinarli a riunirsi in un corpo solo. Questa riunione potè anche essere voluta o tentata da qualcuno degli Stati coll'assoggettamento degli altri; ma forse dopo alquante esperienze l'equipollenza delle forze degli Stati singolari non permise la riunione che nelle forme della federazione. Il carattere aristocratico delle parti componenti doveva tradursi nel tutto federale. Sembra però che nel processo del tempo avvenissero nei singoli Stati alterazioni politiche da ledere l'integrità del sistema aristocratico, le quali poterono anche influire sul carattere della federazione. Nondimeno vi ha traccia che l'aristocrazia, più o meno forte bensì, ma pur sempre nel suo carattere, si mantenesse sino agli ultimi tempi del corpo federale. Le alterazioni ora accennate furono cagione per avventura anche di un tramutamento di egemonia (poichè una egemonia vi ebbe in questa federazione), quantunque non avessero operato una mutazione essenziale negli elementi della società civile.

I rapporti del corpo etrusco colle nazioni straniere erano governati dai trattati positivi, ma fuori di questi trattati non pare che la mente del popolo si fosse bastevolmente svolta da formarsi il concetto da riguardare le altre genti come fossero di una condizione naturalmente rispettabile.

Questo stato giuridico della società era sostenuto da un sistema religioso, che lo soccorreva in quella parte dove l'azione del diritto civile non poteva giungere, ed era appoggiato o piuttosto era il risultamento del grado d'intelligenza e di morale che era nella popolazione. Ma le credenze di una religione politeistica che insegnava panteismo e dualismo, comunque comprendesse anche il dogma dell'immortalità dell'anima e delle azioni imputabili, non potevano costituire un sistema perfetto di morale, e l'espiazione esterna che si accompagnava co'suoi dogmi toglieva anche forza al principio morale da essa professato.

La moralità del popolo, e con essa quelle espressioni che provengono dal sentimento, naturalmente si foggiavano sopra le credenze di questa religione e sopra i rapporti domestici, sociali e civili, effetto e causa ad un tempo, perchè queste credenze e questi rapporti erano una creazione od un risultamento dei sentimenti e delle opinioni, dei costumi e degli atteggiamenti della società.

La società etrusca se ebbe il sentimento della giustizia, tenne in conto di legittima anche la forza, e se ebbe la conoscenza del male, talvolta gli portò indulgenza o la scambiò per bene.

Essa fu una società di privilegi; e questi privilegi pare che durassero sino all'estinzione della vita politica del popolo. Ma gli uomini sogliono accogliere, come fondamenti di diritto, le distinzioni nate nelle circostanze in cui sarebbero emerse quelle del popolo etrusco, le quali però se prevalsero in tutta la

sua vita politica, lasciarono anche intravedere, che se la vita non gli fosse stata tolta, avrebbe potuto sviluppare altre istituzioni.

Una tale società fu come potè essere, o come sogliono essere parecchie altre società riconosciute al medesimo grado di civiltà. Vero è che questa somiglianza procede in parte da ciò, che la società etrusca fu in qualche modo redintegrata per congetture formate per speculazione sopra un presunto andamento di cose umane e sopra la condizione analoga di altre società già note; ma se la parte di quella società che ci fu dato di conoscere per notizie positive, non che contraddire a quelle speculazioni ed a quelle induzioni, si mostrasse conforme e consentanea alle medesime, ci parrebbe che un altro appoggio sarebbe somministrato a quelle congetture.

DELLA

SISTEMAZIONE DEI LAGHI DI MANTOVA

PER LIBERARE LA CITTA' DALLE INONDAZIONI
E PER MIGLIORARNE L'ARIA E LA NAVIGAZIONE

MEMORIA

DELL' INGEGNERE ELIA LOMBARDINI

Letta nell'adunanza dell' I. R. Istituto medesimo il 15 dicembre 1853.

La sistemazione dei laghi di Mantova e del corso del Mincio da cui vengono formati ha per iscopo, oltre alle vedute strategiche, i mezzi di liberare la città dalle inondazioni cui va soggetta per effetto dei regurgiti del Po in piena ed il miglioramento dell'aria e della navigazione, la quale rimane inceppata in occasione di magra per difetto di profondità, particolarmente all'ingresso del Porto Catena di Mantova. Avendo dovuto da oltre dieci anni occuparmi dello studio dei progetti relativi, siccome trattasi di provvedimenti che interessano in grado eminente la prosperità territoriale e di quistioni d'arte alquanto involute, sulle quali vi furono non pochi dispareri fra i più distinti idraulici di questi ultimi tempi che presentarono proposte, o presero a discutere quelle fatte da altri, ora che taluno di que'progetti va ad avere esecuzione, reputo opportuno di porgerne succinto ragguaglio a questo Corpo accademico, la cui istituzione ha appunto per oggetto precipuo siffatti miglioramenti.

L'antichissima città di Mantova venne eretta sopra alcuni cumuli di terreno elevato, i quali anche in origine dovevano essere circondati da stagni permanenti formati dalle espansioni del Mincio. Il fiume, escito dal lago di Garda presso Peschiera, discende con rapido pendío ed incassato in profonda valle fra terreni diluviali fino a Rivalta, d'onde, perduto il suo declivio ed attraversati i bassi fondi ne' quali ristagna, passa a scaricarsi nel Po presso Governolo (1).

(1) In una Nota alla mia Memoria pubblicata nel 1845 sotto il titolo *Altre osservazioni sul Po*, ho dimostrato, all'appoggio di un documento dell'anno 1045, come anche allora vi fosse un lago di Mantova, e quindi l'insussistenza di quanto asseriscono il Cronista Buonamente Aliprandi del secolo XV e lo storico Platina del secolo XVI, che avanti alla costruzione delle chiuse non vi fosse lago, ma sole praterie oltre l'alveo del Mincio. Se si

Vuolsi da taluno che questa sua foce siasi aperta dopo il secolo V e forse dall'arte; che il primitivo suo corso seguisse, partendo dalle vicinanze di Governolo, quello del Fissero e del Tartaro, e che con questo sboccasse in mare per le così dette *Fosse Filistine*, le quali si sarebbero escavate dagli Etruschi che ebbero dominio in Mantova. Veduto per altro che Plinio nel descrivere le foci del Po accenna alle *Fosse Filistine*, siccome alimentate dal Tartaro, senza parlare del Mincio, e che invece annovera questo fra gli influenti del Po, si avrebbe con ciò fondamento di credere che a' suoi tempi la foce del Mincio corrispondesse all'odierna sua posizione.

Allorchè nel secolo XII i municipj dell'Italia settentrionale, spiegando dopo la pace di Costanza una energia ed intelligenza straordinaria, operarono que' miracoli d'arte che anche oggidì attraggono l'ammirazione delle più culte nazioni, i Mantovani non ristettero dal seguire l'esempio dei loro vicini. Nell'anno 1198 il celebre architetto Alberto Pitentino intraprese l'erezione di quelle grandiose dighe, che sostenendo presso Mantova le acque del Mincio, formano il lago superiore, il quale si estende fino a Rivalta, regolandone il deflusso con un ben inteso sistema di scaricatori ed utilizzando il salto delle acque per stabilirvi numerosi opificj. Con una chiusa di ristringimento eretta a Governolo presso la foce del Mincio in Po si venne contemporaneamente a rialzare le sue acque e ad accrescere la loro espansione al disotto delle mentovate dighe, formandosi in tal modo il così detto lago di Mezzo ed Inferiore.

Con quelle opere che manifestano il sommo ingegno di chi le propose e le diresse, si provvide alla maggior difesa di Mantova ed alle esigenze dell'industria che in que' tempi era giunta ad un grado sommo di prosperità.

L'anno 1394 venne ricostrutta la chiusa di Governolo in due luci con travate, a quanto sembra, per fini strategici, onde stabilire, occorrendo, un salto che impedisse il passaggio a navi nemiche e fors'anche per arrestare l'ingresso delle acque torbide del Po in occasione di piene, le quali vanno rialzando il fondo dei laghi e ad accrescere le cause d'insalubrità dell'aria.

---

consideri la profondità che doveva in allora avere il bacino dei laghi di Mantova avanti che venisse rialzato dalle torbide e dall'accumulamento delle radici di canne ed erbe palustri costituenti un miscuglio della potenza di oltre tre metri fino a raggiungere la ghiaja viva del sottofondo; che la platea del sostegno di Governolo, stabilita nel 1609 a circa un metro al disotto di quella dell'antica chiusa, corrisponderebbe all'incirca al fondo medio del Po anteriore alla costruzione della chiusa stessa, e collimerebbe coll'odierno fondo del Lago Inferiore alla Palata, ossia Ponte di S. Giorgio; se ne potrà inferire che il livello delle acque del Po anche nelle massime magre avrebbe sovrastato in notevole misura all'antico fondo dei laghi, per cui le acque del Mincio rigurgitate dovevano ivi spandersi in forma di stagno permanente, cui si sarà dato appunto il nome di *Lago di Mantova*.

In vista delle difficoltà che la navigazione incontrava nel superare la detta chiusa, dopo che i Milanesi ebbero applicato ai proprii canali il meraviglioso loro trovato delle conche, una pure ne venne costrutta l'anno 1609, contigua alla antica chiusa di Governolo, dal distinto architetto Gabriele Bertazzolo, che in una dotta Relazione in quell'anno stampata dà i più interessanti ragguagli sulla condizione dei laghi di Mantova per que' tempi e per gli anteriori (2).

Il fine precipuo della nuova conca era di facilitare il passaggio delle barche malgrado la differenza di livello che si fosse stabilita mediante le travate della chiusa, particolarmente in occasione di magre, onde ottenere la profondità necessaria alla navigazione. Il Bertazzolo aveva pure in vista di far uso di quelle travate, da rialzarsi mano mano che crescevano le acque del Po, onde impedire l'ingresso alle torbide di questo (3), misura che all'atto pratico sembra siasi abbandonata, o per difficoltà d'esecuzione, o per non pregiudicare la pesca, cui quelle torbide si considerano da taluno favorevoli.

In essa Relazione osservasi come dopo essersi raccolto il Po in un tronco unico arginato, gli interrimenti dei laghi inferiori di Mantova abbiano proceduto con maggiore rapidità (4), disordine che ebbe a rendersi più sensibile negli ultimi tempi con progressivo danno della pubblica salute a cagione dell'accresciuta superficie del fondo palustre soggetto ad alterne emersioni dalle acque, e della mal'aria che ne è conseguenza, specialmente sul terminare dell'estate.

Molti furono i progetti che si idearono per portarvi rimedio, i quali possono distinguersi in due classi, secondo che erano intesi a raggiungere lo scopo o colla permamente immersione delle gronde palustri o colla loro essiccazione.

Alla prima classe appartiene quello delle steccaje proposte fino dal 1693 dal veneto matematico Moscatelli onde rialzare il pelo d'acqua del Mincio, partito fin d'allora disapprovato dal Barattieri e di poi dal padre Lecchi.

---

(2) *Discorso del sig. Gabriele Bertazzolo sopra il nuovo sostegno che a sua proposta si fa appresso la Chiusa di Governolo,* ec. Mantova, 1609.

(3) Discorso precitato, pag. 68.

(4) Nel discorso precitato, pag. 37, il Bertazzolo asserisce che 130 anni innanzi, quindi intorno al 1480, si sarebbe sul Mantovano raccolto il Po in un ramo unico, contenendolo fra argini. Siccome fino dal 1300 circa sarebbesi inalveata la Secchia e portata a sboccare in Po presso S. Benedetto, ho notato nella mia Memoria *Sull'idraulica condizione del Po nei contorni di Ferrara*, pag. 10 (Milano 1852), come dovesse essere presso che contemporaneo il chiudimento degli antichi rami denominati Po Vecchio e Zara, e del canale artificiale detto *Tagliata*, operazione che avrebbe corrisposto alla riunione del Po nell'odierno ramo unico, detto un tempo Larione o Largione. Dalle Memorie dell'Abbazia di S. Benedetto, che aveva possedimenti estesissimi in que' contorni, si potrebbero ricavare dati positivi intorno a questo punto che interessa la storia del Po.

Ridottesi in condizione di sommo deperimento tanto l'antica chiusa quanto l'annessa conca di Governolo, pel medesimo principio se ne sarebbe intrapresa nel 1752 la ricostruzione in una località prossima, la quale opera per altro venne di poi sospesa d'ordine sovrano.

Più innanzi si accennerà all'ultimo progetto di questa specie e cioè alla diga Chasseloup, la quale in breve andrebbe ad esser compita.

Alla seconda classe dei progetti per essiccazione appartiene quello del colonnello e matematico Lorgna, presentato nel 1770 alla Reale Accademia delle scienze di Mantova, di inalveare cioè il Mincio in un canale unico arginato e di essiccare le grondе laterali dei laghi con canali di scolo; progetto riconosciuto d'impossibile esecuzione, specialmente per la permeabilità di quel terreno palustre.

Quantunque il Mari fosse fra gli oppositori a tale progetto, egli altro ne proponeva coi medesimi principj, che includeva il toglimento della chiusa e della conca di Governolo coll'abbassamento del letto del Mincio e suo incanalamento nei laghi, deprimendo a comodo della navigazione la soglia di Porto Catena.

A tale progetto fece viva opposizione il padre Lecchi in vista delle difficoltà di sua esecuzione, che invero avrebbe alquanto esagerate, come pure il colonnello Baschiera, per ciò che concerne la difesa della fortezza di Mantova.

Altro progetto vi fu nel 1807 del colonnello Godinot de Villair, direttore delle fortificazioni di Mantova, il quale proponeva nientemeno che la diversione di una parte considerevole del Mincio nella così detta Molinella o Fossa di Pozzuolo, con che, oltre alle difficoltà di esecuzione, si sarebbe sconvolto il sistema degli scoli, delle irrigazioni e della navigazione del Mantovano.

A questa classe appartiene finalmente anche la proposta del distintissimo ingegnere Dari fatta nel 1828 di divertire la foce del Mincio da Governolo a Serravalle, della quale si parlerà in appresso.

Con decreto 20 giugno 1805 Napoleone ordinò che venisse *reso navigabile il Mincio dal lago di Garda alla sua imboccatura in Po.*

Gli ingegneri Masetti e Somenzari presentarono nel 1806, insieme ad una Memoria, il progetto sommario per un canale laterale al fiume, dopo avere dimostrata l'impossibilità di stabilire la navigazione nell'alveo di questo, attesa la rapidità del pendío e la limitata sua portata.

Aggiornatosi il progetto in vista del notevole dispendio richiesto, il quale calcolavasi di oltre dieci milioni di lire di Milano, nell'aprile 1850 venni incaricato di ripigliarlo in esame pel caso che si fosse trovato di darvi esecuzione, il che feci mediante una Memoria che nell'aprile di quell'anno rassegnai all'I. R. Direzione Superiore delle Pubbliche Costruzioni in Verona.

In questo scritto accennava io pure alle difficoltà che opponevansi a ridurre navigabile il Mincio, sia con un sistema di pescaje accompagnate da conche laterali, sia con opere di regolazione e ristringimento dell'alveo; e rispetto al canale laterale proposto, indicava quali modificazioni avrebbe giovato introdurvi per migliorarne tanto l'andamento che il profilo longitudinale.

Dopo d'allora venne costrutta la strada ferrata da Mantova a Verona, e successivamente decretata la costruzione della linea tirolese nella valle dell'Adige, la quale va in breve ad intraprendersi. Il progetto quindi del canale navigabile del Mincio avrebbe così perduto della sua importanza, in quanto che al commercio dell'Adriatico e del Po col Tirolo e colla Germania Centrale sarebbe di già provveduto colla nuova strada ferrata; e supposto pure che dovesse esservi qualche economia nei trasporti coll'ideata linea navigabile, sembra che non possa essere tale da bilanciare il notevole dispendio richiesto dalla sua costruzione. Siccome in quella Memoria ho toccato i rapporti che il progetto esaminato poteva avere con altri relativi alla sistemazione dei laghi di Mantova ed a quello specialmente che aveva per iscopo di liberare la città dalle inondazioni del Po, scopo che a mio avviso si avrebbe potuto raggiungere con mezzi assai più semplici che non erano quelli da prima proposti, ne riporterò qui un brano che valga a porgere un'idea adequata del mio pensiero, premettendo alcuni dati statistici sul Mincio superiore in essa Memoria esposti.

Dall'emissario del lago di Garda nelle fortificazioni di Peschiera alla sua foce nel lago superiore di Mantova la lunghezza del corso del fiume è di metr. 44160, con una caduta totale di metr. 49,70 fra i livelli del pelo ordinario dei due laghi. La sua pendenza media per chilometro è quindi di 1^m,207, la quale varia fra il limite minimo di 0^m,12, e di 3^m,10.

La superficie del bacino scolante nel lago di Garda è di chilometri quad. 2044, e la superficie del lago di chilometri quad. 362; di modo che il rapporto di questa a quella sarebbe di 1:5,6, mentre pel lago di Como si ha 1:28,8, e pel lago Maggiore 1:22, 3. La grande capacità del lago di Garda a fronte della tenue portata de'suoi influenti concorre a rendere il Mincio fiume di notevole perennità, con poca differenza fra i deflussi massimo, medio e minimo. Determinati questi da me con mezzi indiretti in via puramente presuntiva, in base alle osservazioni giornaliere praticate per gli ultimi quindici anni all'idrometro di Desenzano, si avrebbero i seguenti risultamenti sulla portata dell'emissario per ogni secondo.

Per la massima magra del 1835, di + 0^m,06, metr. c. 35,40.

Per l'altezza media del quindicennio, di 0^m,92, metr. c. 77,20.

Per la massima piena del 1839, di $1^m,88$, metr. c. 135,14

Per la media delle massime magre annuali del quindicennio, di $0^m,50$, metri c. 55,41.

Per tal modo i deflussi di massima magra, medio, e di massima piena, starebbero prossimamente come i numeri 1, 2 e 4, mentre per l'Adda lacuale si avrebbero rispettivamente i numeri 1, 9 e 40.

La magra avviene di solito nei mesi di febbrajo, marzo ed aprile, e l'altezza media mensile che ad essi corrisponde si comprende fra $0^m,63$ e $0^m,68$. Per gli altri nove mesi l'altezza media mensile si contiene fra i limiti di $0^m,78$ e di $1^m,18$.

Nell'ultimo quindicennio la massima piena annuale è stata di $1^m,88$, la minima (1835) di $0^m,87$, e la media di $1^m,40$. Le maggiori piene sono state dieci, delle quali quattro da $1^m,10$ ad $1^m,44$, cinque da $1^m,58$, ad $1^m,65$, ed una di $1^m,88$. La durata consueta delle piene è di quattro mesi all'incirca dal principio al loro termine, conservandosi in colmo da 20 a 30 giorni entro una latitudine di variazioni di cinque centimetri. Le piene del 1843 e del 1845 oltrepassarono in durata sette mesi (5).

Passando in essa Memoria ad accennare ad altri grandiosi progetti in corso di trattazione, aventi relazione colla sistemazione dei laghi di Mantova e colla navigabilità del Mincio ed al piano da me ideato per liberare Mantova dalle inondazioni, espongo il mio concetto nel seguente modo:

« La sempre crescente altezza delle piene del Po regurgitanti nella città di » Mantova con immenso danno delle proprietà e della salute di quella popola- » zione e della numerosa guarnigione che vi soggiorna, richiamarono gli studj » delle persone dell'arte onde porvi riparo. L'ingegnere Luigi Dari, coltivando » l'idea del suocero di lui, direttore Masetti, esposta in un rapporto del 1807, » presentò nel 1828 un progetto d'avviso per deviare il Mincio da Governolo, » portandolo a sboccare in Po presso Serravalle. Per tal modo si verrebbe ad » abbassare di oltre metr. 1,70 la piena di regurgito del Po in Mantova. E siccome » un effetto analogo avrebbesi anche per gli stati del fiume maggiormente de- » pressi, ripromettevasi egli di bonificare gran parte delle grande palustri del » lago inferiore di Mantova e di migliorare così anche la condizione dell'aria.

» Essendosi riconosciuta in massima attendibile la proposta dall'I. R. Can- » celleria Aulica, si ordinarono i rilievi e studj per la compilazione di un » Progetto sommario bensì, ma appoggiato a dati positivi. I rilievi furono

---

(5) La massima piena anteriore del 1816 fu di $1^m,94$ sullo zero e la più recente del 12 novembre 1851 giunse a $2^m,13$, superando così l'altra di $0^m,19$ e di $0^m,25$ quella del 1839.

» eseguiti, ma l'elaborato non venne portato a compimento. Si ha per altro mo-
» tivo di credere che ingente abbia ad essere la spesa, e forse non minore di
» cinque milioni (6). E siccome per le cose che si esporranno in appresso po-
» trebbesi, a quanto pare, raggiungere lo scopo con mezzi più semplici ed
» economici, sarà il caso di discutere colla voluta maturità questo grave ar-
» gomento, al qual fine il sottoscritto si propone di rassegnare un'apposita Me-
» moria.

» La principal causa dell'insalubrità dell'aria di Mantova proviene dalle al-
» ternate emersioni delle gronde palustri di quel lago nella stagione estiva,
» per cui gli ingegneri Somenzari e Masetti nel primo rapporto informativo
» del novembre 1805, sugli intrapresi rilievi pel progetto di navigazione del
» Mincio, accennavano all'idea di tenerne elevate le acque mediante ponte con
» chiusa presso Governolo. Ma i generali del genio Chasseloup e Campredon,
» ai quali venne comunicata, lodandola in massima, ebbero a disconvenire
» circa alla scelta della località. Imperciocchè per una parte sarebbe stato me-
» stieri difendere il nuovo edificio mediante apposito forte, e per l'altra le

---

(6) La proposta venne fatta in una Memoria inedita pregevolissima, ove si danno le più interessanti notizie intorno all'indole del Mincio e dei laghi di Mantova e vedonsi discusse con fina logica e profonde cognizioni d'arte le più gravi quistioni concernenti la loro sistemazione. Si è notato come il pensiero fosse attribuibile al già Direttore Generale Masetti che lo espose in un Rapporto del 1807. Anche in un Voto emesso quale Ispettore Generale il 4 agosto 1820 sul modo di migliorare l'aria di Mantova egli diceva: *Utile riescirebbe l'asciugamento del Lago Inferiore; ma questo non potrebbe ottenersi se non col divertire il Mincio presso a Governolo per portarlo a sboccare in un punto inferiore quanto basta perchè il lago non ne risentisse i rigurgiti nelle escrescenze. Un tale punto si troverebbe soltanto a circa 18 miglia dallo sbocco attuale del Mincio; progetto affatto gigantesco pei varii suoi rapporti e per l'ingentissimo costo dell'opera.* Quanto fosse giusta questa osservazione lo si desume da ciò che col progetto Dari, il quale limiterebbe la diversione del Mincio a sole miglia 7 $^1/_2$ quindi a circa $^2/_5$ della misura preaccennata, si richiederebbe la spesa di ben cinque milioni di lire. Con questa si raggiungerebbe bensì lo scopo di liberare Mantova dalle inondazioni, ma si ha luogo a dubitare che potesse egualmente ottenersi quello di bonificare le gronde palustri dei laghi. Coll'abbassare di $0^m,85$ la magra di questi e di $1^m,70$ le maggiori piene, si bonificherebbero soltanto le gronde più alte. Ma siccome le depresse continuerebbero a rimanere soggette ad alterne emersioni nelle piene e magre estive, mentre non ne sarebbe ottenibile il bonificamento, non verrebbe nemmeno tolta la causa della insalubrità dell'aria. Nè starebbe l'esempio addotto del lago di Pajolo stato bonificato per essiccamento intorno al 1780, in quanto che anche nelle piene estive esso è difeso dalle inondazioni mediante le dighe di Pietole e di Cerese, lo che non avverrebbe pei laghi inferiori di Mantova, i quali rimarrebbero tuttavia aperti ai rigurgiti del Po quantunque si fosse ribassato il livello di questi.

» acque regurgitate avrebbero impedito gli scoli ed arrecato pregiudizio alle for-
» tificazioni di Pietole. Per le quali considerazioni il generale Chasseloup mo-
» dificò il progetto, proponendo la costruzione di una diga attraversante il lago
» inferiore dall'altura Zenetti, ove sarebbesi eretto un forte, al campo trincerato
» del Migliaretto. Nel corpo di essa diga dovevansi costruire una conca di na-
» vigazione ed un sistema di scaricatori per regolare il deflusso del Mincio in
» guisa da tenerne abbastanza elevate le acque sulle gronde palustri del lago,
» ma non al punto d'impedire l'azione degli opificj esistenti nella superiore diga
» del Zepetto ossia di Porto. Per siffatta guisa sarebbesi facilitato l'approdo
» delle barche al Porto Catena di Mantova, ove nelle maggiori magre del Po
» non si ha sulla soglia profondità che basti. Sotto il Regno Italico s'intraprese
» la costruzione del terrapieno della nuova diga con una spesa di circa 500 mila
» franchi, ed approvatosi di poi in massima con risoluzione sovrana del 1841
» il compimento di quell'opera, l'ufficio delle Pubbliche Costruzioni in Mantova
» presentò il progetto per l'ultimazione del terrapieno da rendersi insommer-
» gibile nelle grandi piene, per la costruzione di una grande conca di navi-
» gazione praticabile dai battelli a vapore e per l'escavazione di un lungo
» tratto di nuovo canale del Mincio. L'autorità militare erasi riservata la pro-
» posta delle altre opere per la costruzione degli scaricatori nel corpo della
» diga, per procurare lo scolo alle fosse di Cerese in sostituzione alla Chiavica
» Valsecchi che diverrebbe inoperosa; e per l'erezione del nuovo forte.

» Allorchè mediante apposita Commissione si stabilirono le massime per que-
» sti progetti, vi fu la proposizione del tenente colonnello del Genio Rhon di
» aggingere alla conca una mano di porte disposte in guisa di arrestare i re-
» gurgiti del Po in piena. Ma gli altri membri della Commissione la dichiara-
» rono inammissibile, in quanto che per la continuata affluenza delle acque
» del Mincio a tergo di esse porte, queste non avrebbero arrecato alcun van-
» taggio.

» Nel primo esame praticato dal sottoscritto al progetto della conca egli si
» persuase che la proposta delle porte di regurgito era tale da poter porgere
» materia ad importanti discussioni, per cui allorchè la Direzione delle Pub-
» bliche Costruzioni ebbe a dare le istruzioni per alcune riforme nel progetto
» di dettaglio, ordinò di comprendervi in via d'appendice l'aggiunta di quelle
» porte e di presentare eziandio la serie delle osservazioni idrometriche pra-
» ticate a Mantova in occasione delle varie piene del Po. Con questi dati e
» con quello delle contemporanee osservazioni praticate sul lago di Garda per
» taluna di quelle piene, era intenzione del sottoscritto di procedere a qualche
» studio sugli effetti ottenibili da esse porte. Mentre egli nel 1847 trovavasi in

» missione nello Stato Estense, venne riprodotto il progetto di dettaglio e ras-
» segnato in allora agli Aulici Dicasteri. Dopo i sopraggiunti rivolgimenti poli-
» tici si sono di là ritornate le carte colle osservazioni emerse all'I. R. Consi-
» glio Aulico delle fabbriche, in ciò che concerne particolarmente il piano
» proposto per le fondazioni della nuova conca, che si sarebbe riconosciuto
» eccessivamente dispendioso. Ripigliata di poi in esame dal sottoscritto la
» proposta delle porte di regurgito col sussidio delle osservazioni idrometriche
» preaccennate, ebbe a rilevare che realmente se ne potrebbe trarre un par-
» tito utilissimo onde liberare Mantova dalle inondazioni. Imperciocchè le
» piene del Po non giungono di solito a mantenersi sul segnale di guardia ol-
» tre a dieci giorni, e se per un tale periodo il chiudimento delle dette porte
» si combinasse con quello del lago di Garda al suo emissario in Peschiera,
» attesa la considerevole superficie di questo e la limitata portata del Mincio
» anche in piena, non potrebbe risultarne che un alzamento di 20 a 30 centi-
» metri nel livello del lago. Quando si rimovessero i molini di Peschiera detti
» della Pietà onde rendere ivi navigabile il Mincio, si abbasserebbe con ciò la
» magra e la piena del lago di circa 20 centimetri. E se presso i molini di
» Salionze, ove vengono tenute in collo le acque del lago, siccome risulta dal
» profilo qui unito, e dalle profondità accennate nella Memoria del 10 dicem-
» bre 1806, si costruisse uno scaricatore di fondo destinato a procurare maggior
» scarico alle piene, la loro depressione potrebbe portarsi ai 30 o 40 centi-
» metri. Per siffatta guisa del tutto innocuo tornerebbe in allora il chiudimento
» del lago di Garda inteso a liberare Mantova dalle inondazioni. Un risulta-
» mento di tale importanza verrebbesi così ad ottenere con mezzi assai sem-
» plici, coll'applicare cioè all'emissario un regolatore, ossia chiusa con porte
» che gioverebbe forse collocare a monte di Peschiera onde premunire anche
» quell'abitato dalle inondazioni cui va sottoposto, risparmiando l'esecuzione
» della nuova inalveazione dell'ultimo tronco del Mincio, la quale, come si
» disse, importerebbe non meno di cinque milioni di lire. E siccome all'aprirsi
» la chiusa del lago di Garda la piena del Mincio, anche in conseguenza del
» mentovato scaricatore di Salionze, verrebbe ad aumentare tanto nella por-
» tata quanto nella durata, prudente consiglio sarebbe quello di assegnare
» maggiore ampiezza ai nuovi scaricatori delle dighe del Zepetto e Chasselonp
» al fine di procurare uno sfogo abbastanza pronto alle acque senza pregiudi-
» zievoli gonfiamenti, particolarmente nel lago superiore di Mantova ove sa-
» rebbero cagione di estese inondazioni. Colla nuova chiusa di Peschiera, ri-
» dotto l'immenso bacino del lago di Garda a serbatojo artificiale, si avrebbe
» il vantaggio sommo di regolare l'efflusso dell'emissario in guisa di provvedere

» anche al suo difetto nelle grandi magre, circostanza nella quale ne risentono » danno le irrigazioni e gli opificj.

» Col chiudimento del lago di Garda verrebbero naturalmente impedite le » derivazioni del Mincio tanto pei canali irrigatorj quanto pel nuovo canale » navigabile. Rispetto ai primi, trattandosi di pochi giorni ne' quali di solito » cadono pioggie stemperate, non sarebbero a temersene danni di qualche » considerazione (7). »

Nella successiva consulta 11 luglio 1850, colla quale la Direzione Lombarda delle Pubbliche Costruzioni presentava a quella Superiore in Verona una informazione sulle anteriori proposte o pertrattazioni concernenti la sistemazione dei laghi di Mantova, dopo essersi parlato del progetto che risguardava la ricostruzione dei rovinati scaricatori *Vaso* e *Vasetto* nella diga del Zepetto e di quello della diga Chasseloup, si aggiungono le seguenti considerazioni rispetto a questo ed alla preaccennata idea di liberare Mantova dalle inondazioni.

» Circa al servizio della diga Chasseloup potrebbe questo limitarsi alla sta- » gione estiva onde mantenere coperte le grondi palustri e nel rimanente » dell'anno ai soli casi di magra che rendano difficile l'ingresso delle barche » nel Porto Catena. Fuori di questi casi si potrebbe lasciare aperta la conca » per maggior comodità della navigazione.

» Al progetto è stata fatta un'appendice per allungare la conca di metr. 9,30 » onde applicarvi una mano di porte di regurgito destinate ad escludere le piene » del Po. Ma siffatto allungamento si riconosce inutile, potendosi stabilire le » porte nell'interno della conca a monte di quelle inferiori, al fine di ottenere » così un più valido appoggio nella fabbrica.

» Per tal modo la spesa si limiterebbe a quella delle porte e loro accessorj.

» Nella Memoria rassegnata lo scorso aprile il sottoscritto direttore si era » fatta riserva di presentare alcuni suoi studj per dimostrare come si possa li- » berare Mantova dalle inondazioni mediante le preaccennate porte di regur- » gito, qualora il loro chiudimento fosse pressochè contemporaneo a quello » di apposita chiusa da costruirsi presso Peschiera all' emissario del lago di » Garda. Compatibilmente colle molte occupazioni d'ufficio avendo ora dato » l'ultima mano a tali studj, si onora di presentarne i risultamenti nel Pro- » spetto *A*. Esso comprende una scala idrometrica presuntiva degli efflussi del

(7) Forse all'atto pratico si potrebbe anche durante il chiudimento del lago di Garda derivarne quel corpo d'acqua che occorresse per alimentare la Fossa di Pozzuolo, impedendo con chiusa provvisoria la discesa di esse acque nel tratto successivo del fiume.

» lago di Garda ricavata da quei dati che fu possibile raccogliere, e quindi la » serie delle osservazioni idrometriche praticate agli idrometri dei laghi di » Mantova durante le piene che sono avvenute dal 1823 in poi. Si sono pure » contrapposte le osservazioni contemporanee praticate sul lago di Garda all'i- » drometro di Desenzano pel periodo posteriore al 1838, istituendo per le due » maggiori piene del 1839 e dell'autunno 1846, e per altre ancora, il calcolo » idrometrico degli alzamenti che colà si sarebbero avuti con tale chiudimento, » ed altro simile per la piena del 1823 in base a dati approssimativi.

» Limitandosi il prospetto alle piene che si alzarono fino a metr. 2, sotto la » massima a Mantova, e ritenuto che il chiudimento delle porte in entrambe » le località dovesse effettuarsi quando il regurgito del Po giunge al segno » di prima guardia, ossia di metr. 1,50 sotto la piena massima, si avrebbero » i seguenti risultamenti che vedonsi riassunti in fine.

» Nel corso di 27 anni si sarebbero avute quindici piene, undici delle quali » soltanto superarono il segnale di prima guardia ed avrebbero richiesto il » chiudimento delle porte per alcuni giorni.

» Nella piena del 1823, il chiudimento del lago di Garda per giorni dodici » avrebbe ivi cagionato un rialzamento di circa cent. 28, con che essa si sa- » rebbe portata a metr. 2,08, sullo zero di Desenzano, quindi a cent. 14 sulla » piena massima del 1816, che arrivò a metri 1,94.

» Nella piena del 1839, il chiudimento per giorni 12 avrebbe rialzato il lago di » Garda di cent. 30, di modo che la piena massima di questo avvenuta nel dicem- » bre successivo poteva portarsi a circa metr. 2,16, ossia a cent. 22 sopra quella » del 1816.

» Nella piena autunnale del 1846, il chiudimento sarebbesi esteso a dieci- » sette giorni con un alzamento di cent. 43 che avrebbe portata la piena di » quel lago a metr. 2,03, quindi a cent. 7 sulla piena del 1816.

» Per tutte le altre sette piene il chiudimento essendo stato più breve se » ne sarebbero avuti alzamenti alquanto minori.

» Da ciò si può inferire che qualora colla rimozione dei molini di Peschiera » e coll'applicazione di uno scaricatore di fondo a quelli di Salionze, giusta » l'osservazione fatta nella precedente Memoria dello scorso aprile, si abbas- » sassero le piene del lago di Garda di circa cent. 40, se ne potrebbe praticare » il chiudimento nel modo preaccennato, senza danno delle sue adiacenze, » liberandosi così Mantova dalle inondazioni, ossia limitando l'alzamento dei » regurgiti al segnale soltanto di 1.ª guardia, inferiore di metr. 1,50 al livello » di piena massima.

» Durante il chiudimento dei laghi di Mantova e di Garda i primi dovreb- » bero alzarsi alcun poco per raccogliervi le acque di riempimento dell'alveo

» del Mincio superiore e quelle procedenti da parecchi canali di scolo che ivi » confluiscono. Ove tale rialzamento dovesse essere sensibile, si potrebbero » deprimere le acque collo scaricarne una parte nel lago bonificato di Pajolo, » di una superficie di oltre due chilometri e mezzo, il quale è soggetto alla » servitù d'inondazione per le viste militari (8).

» Mentre in addietro si volevano spreeare 300 mila o 400 mila lire per opere » paliative di difesa dalle inondazioni, che non avrebbero impedito gli effetti » delle sorgive, e quindi il danno reale di esse inondazioni, mediante invece » l'accennato chiudimento dei laghi con un dispendio di un terzo forse di » tale somma sarebbe ottenibile un rimedio radicale (9) ».

Il mio progetto di liberare Mantova dalle inondazioni del Po col contemporaneo chiudimento delle porte di regurgito nella diga Chasseloup e dell'emissario del lago di Garda, anzichè rimanere una semplice speculazione, siccome di solito avviene di tali proposte, andrebbe con ogni probabilità ad effettuarsi.

L'I. R. Ispettorato del Genio in Verona, il quale ne ebbe contezza e convenne nell'utilità del proposto partito, in occasione della costruzione del gran ponte sul Mincio continuativo alla strada ferrata da Verona a Brescia, sotto del quale si è disposto un ponte militare in servizio della fortezza di Peschiera, alle pile di questo ha di già fatto applicare un sistema di porte angolari colle quali si potrà chiudere in tutto od in parte l'emissario del lago di Garda (10).

Siccome poi la strada ferrata da Verona a Mantova deve ora prolungarsi fino al Po presso Borgoforte onde unirsi a quella dell'Italia centrale, attraversando il lago inferiore di Mantova sulla diga Chasseloup, per tale circostanza si accelererà il compimento di essa diga colla costruzione nel corpo di

---

(8) Al fine di evitare in simili circostanze l'accumulamento delle acque nel Lago Superiore potrebbe giovare di far precedere il chiudimento del lago di Garda a quello della Diga Chasseloup quanto basta per scaricare la più parte delle acque occupanti l'alveo del Mincio superiore.

(9) Qualora, come è probabile, non abbiasi a rendere navigabile il Mincio giusta il piano proposto, che avrebbe richiesto la soppressione dei molini di Peschiera, la spesa dovrebbe elevarsi a maggior somma per siffatta apposita soppressione, o per la riforma di quegli inferiori di Salionze.

(10) Ciascuna delle cinque arcate del ponte principale aventi l'apertura di $22^{m},25$ venne suddivisa in tre luci della larghezza netta di $5^{m},95$, cui si sono applicate altrettante coppie di porte angolari. Sotto i tre archi di mezzo la soglia o platea si è abbassata di $0^{m},60$ al confronto di quella attuale dell'emissario sotto il ponte della strada postale veneta, riescendo così di $3^{m},05$ sotto il livello della massima piena. Per le altre due arcate il livello della nuova soglia collima con quello della primitiva. Il lembo superiore delle porte è di $0^{m},45$ più elevato della m.ª p.ª, ed in taluna di esse sonosi praticate delle aperture di scarico al fine di viemmeglio regolare l'efflusso del lago.

questa della conca di navigazione cui verrebbero applicate le porte di regurgito destinate ad arrestare quello delle piene del Po. Per tal maniera sarebbe disposto quanto occorre onde liberare Mantova dalle inondazioni, salvo a provvedere ancora per la innocuità di siffatta misura mediante l'abbassamento delle piene del lago di Garda, ottenibile, come si disse, col diminuire il rigorgo cagionato dalla prima posta di molini presso Peschiera e dalle altre due poste di quelli di Salionze (11).

Assicurata colla diga Chasseloup la navigabilità del lago inferiore di Mantova e l'ingresso delle barche nel Porto Catena anche nelle maggiori magre, è verisimile che abbiasi ad eseguire il raddrizzamento del Mincio presso Governolo coll'abbandono della conca e della chiusa in istato di massimo deperimento, rimanendone così libera la foce a maggior comodo della navigazione. L'approfondamento di alcuni dorsi del Mincio potrebbe in allora agevolmente ottenersi colla forza delle sue acque in occasione di magre del Po, avvicendandone, mediante la diga Chasseloup, l'accumulamento nei laghi inferiori di Mantova e lo scarico successivo (12).

Un fenomeno meritevole di essere studiato, attesa l'importanza delle conseguenze che ne possono derivare, si è quello che si manifesta nel lago superiore, ove le acque sono generalmente mantenute ad un livello pressochè costante col mezzo delle dighe di sopra descritte, fatta eccezione delle maggiori piene di regurgito del Po.

La crosta delle gronde palustri si è ivi generalmente staccata dal fondo e resa galleggiante, lo che non avviene pei laghi di mezzo ed inferiore. Quelle

(11) Qualora l'importanza del servizio dei molini di Salionze a comodo delle prossime popolazioni ne richiedesse la conservazione, questa potrebbe conciliarsi coll'attivazione di un ampio scaricatore ove si modificasse la disposizione e la forma delle ruote motrici. Ai due salti successivi da essi formati si potrebbe sostituirne uno solo, collocando i molini, anzichè trasversalmente, obbliquamente al corso fluviale. Qualora poi alle ordinarie ruote a palette si sostituissero delle *turbines*, queste potrebbero agire con maggior effetto utile anche con variazioni di livello delle acque superiori ed inferiori e sempre in proporzione all'altezza del salto.

(12) Il progetto di raddrizzamento del Mincio in Governolo venne disposto nel 1823 coll'idea di abbandonare tanto la conca quanto l'annessa chiusa, edificj che si trovano in uno stato di massimo deperimento con qualche pericolo dei prossimi caseggiati di quella borgata. In allora poteva esservi qualche dubbio sulla convenienza della sua esecuzione, a meno che non si fosse contemporaneamente pensato ad abbassare la soglia ed il fondo di Porto Catena e qualche dorso del canale del Mincio, onde ottenere profondità che basti per la navigazione. Ma ora che trattasi di compire la Diga Chasseloup, rimarrebbe provveduto tanto al difetto di profondità sulla mentovata soglia, quanto alla facile escavazione dei dorsi che s'incontrano nell'alveo del Mincio.

grande natanti, cui si dà il nome di cuorotti, aventi una potenza o spessore di circa un metro, coprono nientemeno che una superficie di ben 250 tornature metriche, corrispondenti a circa 2/3 di quella di tutto il lago superiore in istato ordinario. Le tante volte essi si spezzano, e le parti isolate, di una estensione talora di oltre mille metri quadrati, vengono qua e là spinte dai venti, ed ove per inavvertenza si lascino accumulare presso gli scaricatori della diga del Zepetto, accrescendosi la corrente presso il fondo, ne risulta un grave pericolo alla sicurezza di quegli edificj che verrebbero per tal modo scalzati. Appositi guardiani sono destinati a condurre e raccogliere quei cuorotti isolati presso le sponde del lago ove vengono fermati con pali. A prevenire che malgrado ciò abbiano ad accumularsi contro gli scaricatori, i principali di questi sono premuniti a qualche distanza da steccaje o palate che li arrestano.

Circa alle cause per le quali simili cuorotti non si manifestano nei laghi inferiori di Mantova, sembra che le più influenti sieno le torbide del Po che ivi giungono nelle maggiori piene, e la vegetazione cui si fa luogo nelle magre estive su quei depositi, per cui il miscuglio di essi e delle radici formanti il fondo palustre, acquista maggior consistenza e gravità specifica. E l'una e l'altra di tali cause essendo di minore efficacia nel lago superiore, ove non arrivano le torbide del Po, riescono ivi i cuorotti più leggieri dell'acqua, e nelle piene la forza idrostatica di questa supera l'aderenza delle più antiche radici prossime al fondo donde si distaccano e rendonsi, come si disse, galleggianti, continuando però a vegetare sopra di essi le canne.

Essendosi considerati quei cuorotti siccome pregiudicevoli alla pubblica salute e pericolosi per la sicurezza degli edificj summentovati, si è fatta la proposta di rimoverli, almeno per la parte più prossima alla città, accumulandoli con sovraposizione in alcuni seni o rientranze delle sponde del lago ove si fermerebbero con pali (13).

Dovendosi ora rialzare anche i laghi di mezzo ed inferiore ad un livello costante col compimento della diga Chasseloup, e togliere così l'ingresso alle torbide del Po, nasce il dubbio che non abbiano ivi a formarsi egualmente i

---

(13) Per rimuovere quei cuorotti, condurli in appositi seni del Lago Superiore e sovrapporre gli uni agli altri, si propone di avvicendare col mezzo degli scaricatori della diga del Zepetto l'alzamento ed abbassamento del livello del Lago Superiore. Nel primo caso si toglierebbero e si esporterebbero i cuorotti fino alla località ove dovrebbero collocarsi, e depresse di poi le acque, si fermerebbero mediante pali contro il fondo. Con un successivo alzamento delle acque se ne sovrapporrebbe un secondo strato. È per altro da avvertirsi che siffatti alzamenti del Lago Superiore non potrebbero effettuarsi che in moderata misura ed in circostanza nella quale le acque del Lago di Mezzo sieno abbastanza alte per non temersi danno dall'eccessivo salto di quelle che si scaricano dalla diga del Zepetto.

cuorotti natanti, con che verrebbe meno l'effetto che si attende ne' rapporti igienici dal coprire con uno strato d'acqua abbastanza profondo le gronde palustri. Sembra che rendendosi pari le circostanze col lago superiore si abbiano ad avere effetti analoghi, se non che in questo il male avrebbe presa un'immensa estensione, per essere l'opera dei secoli, mentre pei laghi inferiori si avrebbe campo di consultare l'esperienza e di provvedere mano mano che incominciasse a manifestarsi il disordine.

Qui giova osservare che allorquando nel 1844 un'apposita Commissione civile e militare ebbe a stabilire le massime pel compimento della diga Chasseloup, quella si ammise di conservare le acque a tergo di essa diga nei laghi inferiori al livello costante di 4^m sulla soglia di Porto Catena, ossia di 3^m sul livello di magra ordinaria, colla quale altezza si verrebbero a coprire sufficientemente le gronde palustri più alte senza impedire l'azione degli opificj esistenti nella diga del Zepetto.

La Direzione Generale delle Pubbliche Costruzioni ebbe in proposito ad osservare che, sotto i rapporti igienici, basterebbe mantenere le acque al livello normale preaccennato nei soli mesi di estate quando sono temibili gli effetti della mal'aria, mentre nei mesi d'inverno e di primavera gioverebbe limitare l'alzamento a quanto si richiede per comodo della navigazione, alla quale occorre la profondità di circa $1^m,50$ sulla soglia di Porto Catena. Per tal modo si eviterebbe un grave inconveniente, quale sarebbe quello della maggiore umidità delle case di Mantova, nel caso che i laghi inferiori si conservassero in tutto l'anno ad un livello non meno alto del normale suindicato, cioè di metr. 4 sulla mentovata soglia. E siccome erasi proposto di tenere la soglia dei quattro nuovi scaricatori della diga Chasseloup, in allora ideati, di un metro più elevata che non sia quella di Porto Catena, si suggerì di stabilirne invece due allo stesso livello di questa, onde poter abbassare le acque dei laghi fino alla magra attuale e praticare così agevolmente le occorrevoli riparazioni agli edificj della diga del Zepetto e di Porto Catena. Col tenere depresse le acque nell'inverno e primavera giusta le norme preaccennate verrebbesi eziandio a scemare l'incomodo della navigazione pel passaggio della nuova conca.

Un'altra Commissione del 1847 riconobbe ragionevoli le premesse osservazioni e concluse potersi tenere depresse le soglie dei quattro scaricatori in corrispondenza a quella di Porto Catena.

Se quindi nei mesi d'inverno e di primavera, duranti le magre che talvolta si prolungano alla prima quindicina di maggio, si avessero a mantenere le acque dei laghi inferiori ad un livello non più alto dell'ordinario, sufficiente per una comoda navigazione, sulle gronde più elevate si svilupperebbe la vegetazione e con ciò esse prenderebbero maggior consistenza.

Qui nasce il dubbio che lasciando di poi sommergere le canne ed erbe le quali si sarebbero sviluppate e venendo esse ad infracidire, non abbia a derivarne pregiudizio alla pubblica salute.

Di questo argomento ebbe ad occuparsi il Direttore Generale delle Pubbliche Costruzioni Masetti, distinto per vasto sapere e consumata esperienza locale, in un pregevolissimo suo voto del 4 agosto 1820, sulle cause dell'insalubrità dell'aria di Mantova e sui mezzi di provvedervi, fra i quali raccomanda appunto il compimento della diga Chasseloup (14).

Secondo lui, il lago superiore sarebbe il meno pregiudicevole all'aria al confronto dei laghi inferiori per l'avvicendata emersione delle gronde palustri di questi nei mesi di luglio, agosto e settembre.

Lo sviluppo delle canne non lo considera generalmente nocivo, e fa distinzione di quelle che allignano ove l'acqua si mantiene in poca altezza sul fondo del lago e delle altre che crescono ove l'altezza delle acque è notevole. In queste ultime località esse riescono male e si trascurano lasciandole infracidire, ed ivi fra di loro si arrestano galleggianti erbe palustri ed alberga una straboccevole quantità di insetti che insieme imputridiscono. In tali situazioni egli ne consiglia l'estirpamento.

» Ove invece l'acqua si mantiene in poca altezza, la vegetazione delle canne » è più vigorosa, i loro fusti crescono più grossi e più consistenti. Là non si » abbandonano; raccolgonsi anzi con diligenza e servono a molti usi già noti, » formando un ramo d'industria e di commercio di qualche importanza ».

Passa in seguito a dimostrare come in quest'ultima località la presenza delle canne possa tornare piuttosto giovevole alla salubrità dell'aria.

Se la poca profondità delle acque è causa di rigoglioso sviluppo delle canne, e se questo avviene anche sui cuorotti del lago superiore, ove difatti se ne raccoglie in copia, non dovrebbe comparativamente riescire ivi di molto pregiudizio alla salute.

Dalle premesse cose rileverà questo Corpo accademico come sienvi ancora delle incertezze intorno al modo di provvedere al risanamento dell'aria di Mantova e di tante altre località che trovansi in pari condizione, e come la soluzione dei dubbj che insorgono non dipenda soltanto da quella di quistioni tecniche, ma da principj fisici ed igienici. A mio avviso l'argomento è di tale gravità da meritare che gli studiosi abbiano a rivolgervi le loro osservazioni e meditazioni e che se ne formi il tema di un quesito pel conferimento di taluno dei varj premj che la munificenza sovrana, o la liberalità di benemeriti cittadini hanno destinati per così nobili fini col mezzo di quest'I. R. Istituto.

(14) Vedasi la nota (6).

PROSPETTO

contenente le Osservazioni idrometriche dei laghi di Mantova e di Garda ed il calcolo onde determinare il grado di alzamento dell'ultimo, ove venisse chiuso contemporaneamente agli altri, allo scopo di difendere Mantova dai rigurgiti del Po in piena.

Avvertenza. — Il punto stabile indicante il livello ordinario del lago superiore di Mantova risulta metri 5,03 sopra lo zero dell'idrometro a Porto Catena, e metri 6,04 sopra la soglia di detto porto. La massima piena del 1839 si è elevata fino a metri 2,42 sopra il livello ordinario del lago superiore, e fino a metri 7,45 sopra lo zero di detto idrometro, ossiano metri 8,46 sopra la soglia di Porto Catena. La piena massima del lago di Garda è quella del 1816, che si è elevata a metri 1,94 sullo zero dell'idrometro di Desenzano, quindi a metri 1,88 sulla massima magra del 1855. Il chiudimento dei laghi avrebbe luogo quando le acque giungono a metri 1,50 sotto la massima piena a Mantova e pei giorni segnati con asterisco.

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
							Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Efflusso impedito col chiudimento		Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2, 42 sul livello ordinario		Sopra lo zero dell'idrometro di Porto Catena		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero	
				Unitario medio in met. cub. per 1″	Integrale in milioni di metri cubici		Metri		Metri		Metri		Metri	
1823	Ottobre	13					— 0	20	2	62	5	25	2	22
		14	La piena dell'ottobre 1823, che si ritiene avvenuta verso il termine del mese, giunse a metri 1, 80 sullo zero, ossia a centim. 14 sotto la massima del 1816. Supposto che nei dieci giorni del chiudimento l'altezza media sia stata di metri 1, 60, e l'efflusso medio unitario di metri 117, 15, l'efflusso integrale sarebbe stato di milioni 101,20 di m. c., quindi l'alzamento di cent. 28.				+ 0	08	2	54	5	85	1	60
		15					0	67	1	75	6	15	* 1	30
		16					1	50	0	92	6	90	* 0	55
		17					1	89	0	55	7	08	* 0	37
		18					1	97	0	45	7	08	* 0	37
		19					2	04	0	38	7	11	* 0	34
		20					2	06	0	36	7	05	* 0	40
		21					2	02	0	40	6	83	* 0	62
		22					1	86	0	56	6	59	* 0	86
		23					1	32	0	90	6	26	* 1	19
		24					1	56	1	06	5	89	* 1	56
		25					1	02	1	40	5	68	1	77
		26					0	84	1	58	5	52	2	15

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
				Efflusso impedito col chiudimento			Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Unitario medio in met. cub. per 1″	Integrale in milioni di metri cubici	Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2, 42 sul livello ordinario		Sopra lo zero dell'idrometro di Porto Catena		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero	
							Metri		Metri		Metri		Metri	
1825	Dicem.	10					+ 0	54	2	08	5	04	2	41
		11					0	24	2	18	5	79	1	66
		12					0	87	1	55	6	22	* 1	23
		13					1	10	1	32	6	02	* 1	43
		14					1	22	1	20	5	96	* 1	49
		15					1	17	1	25	5	52	1	93
		16					0	86	1	56	5	34	2	11
		24					0	10	2	32	4	85	2	60
		25					0	40	2	02	6	16	* 1	29
		26					0	96	1	46	6	41	* 1	04
		27					0	90	1	52	6	22	* 1	23
		28					0	80	1	62	5	88	* 1	57
		29					0	65	1	77	5	80	1	65
		30					0	32	2	10	4	85	2	60
1827	Maggio	13					0	18	2	24	5	17	2	28
		14					0	56	1	86	6	68	* 0	77
		15					1	05	1	37	7	00	* 0	45
		16					1	50	0	92	7	11	* 0	34
		17					2	05	0	37	6	85	* 0	62
		18					1	50	0	92	6	46	* 0	99
		19					1	30	1	12	6	04	* 1	41
		20					1	15	1	29	5	71	* 1	74
		21					0	93	1	49	5	45	2	00
1829	Settem.	22					0	05	2	39	5	02	2	43
		23					0	50	2	12	5	93	1	52

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
				Efflusso impedito col chiudimento			Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Unitario medio in met. cub. per 1"	Integrale in milioni di metri cubici	Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2, 42 sul livello ordinario		Sopra lo zero dell'idrometro di Porto Catena		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero	
							Metri		Metri		Metri		Metri	
1829	Settem.	24					+ 0	62	1	80	6	19	* 1	26
		25					0	78	1	64	6	29	* 1	16
		26					0	93	1	47	6	44	* 1	01
		27					1	05	1	37	6	42	* 1	05
		28					1	01	1	41	6	28	* 1	17
		29					0	96	1	46	6	21	* 1	24
		30					0	89	1	53	6	05	* 1	40
»	Ottobre	1					0	76	1	66	5	81	* 1	64
		2					0	66	1	76	5	67	1	78
		3					0	57	1	85	5	63	1	82
		4					0	46	1	96	5	35	2	10
1839	Novem.	5	1,00				0	15	2	27	5	14	2	31
		4	1,00				1	24	1	18	5	61	1	84
		5	1,15				1	26	1	16	5	57	1	88
		6	1,20	91,50	7,806	2,16	1	57	0	85	6	92	* 0	55
		7	1,25	94,52	8,12	2,21 / 4,37	2	19	0	23	7	24	* 0	21
		8	1,27	96,47	8,35	2,30 / 6,67	2	40	0	02	7	45	* 0	00
		9	1,30	97,90	8,46	2,34 / 9,01	2	42	0	00	7	31	* 0	14
		10	1,33	100,32	8,73	2,41 / 11,42	2	28	0	14	7	10	* 0	35
		11	1,40	105,30	8,93	2,47 / 13,89	1	89	0	33	6	69	* 0	76
		12	1,45	106,33	9,19	2,54 / 16,43	1	81	0	61	6	41	* 1	04
		13	1,50	109,40	9,45	2,61 / 19,04	1	84	0	58	6	54	* 0	91
		14	1,53	112,56	9,73	2,69 / 21,73	1	96	0	46	6	45	* 1	00

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
							Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Efflusso impedito col chiudimento: Unitario medio in met. cub. per 1″	Efflusso impedito col chiudimento: Integrale in milioni di metri cubici	Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2, 42 sul livello ordinario		Sopra lo zero dell'idrometro di Porto Catena		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero	
							Metri		Metri		Metri		Metri	
1839	Novem.	15	1,58	114,95	9,93	21,73 2,74 24,47	+ 2	02	0	40	6	46	* 0	99
		16	1,60	116,50	10,07	2,75 27,22	2	00	0	42	6	29	* 1	16
		17	1,60	117,13	10,12	2,60 29,82	1	88	0	54	5	74	* 1	71
		18	1,60				1	71	0	71	5	54	1	91
		19	1,60				1	56	0	86	5	55	2	12
1840	Novem.	5	1,10				0	55	1	87	5	40	2	05
		6	1,15				0	90	1	52	5	86	1	56
		7	1,15	89,50	7,75	2,15	1	30	1	12	6	30	* 1	15
		8	1,19	91,22	7,88	2,18 4,51	1	33	1	09	6	24	* 1	21
		9	1,25	93,54	8,08	2,25 6,54	1	32	1	10	6	19	* 1	26
		10	1,24	95,00	8,21	2,27 8,81	1	32	1	10	6	10	* 1	35
		11	1,25	95,60	8,26	2,28	1	20	1	22	5	80	* 1	65
		12	1,25				1	02	1	40	5	43	2	02
1844	Ottobre	25	1,29				0	39	2	03	5	32	2	15
		26	1,30	98,80	2,85	0,79	0	95	1	47	6	28	* 1	17
		27	1,31	99,10	8,56	2,36 3,15	1	42	1	00	6	81	* 0	64
		28	1,32	99,70	8,61	2,38 5,53	1	63	0	79	6	57	* 0	88
		29	1,33	100,30	8,67	2,39 7,92	1	67	0	75	6	07	* 1	58
		30	1,34	100,90	2,18	0,60 8,52	1	63	0	79	5	54	* 1	91
		31	1,35				1	54	0	88	5	06	2	39
1846	Maggio	18	0,92				0	03	2	39	5	56	3	89
		19	0,97				0	06	2	36	5	60	1	85

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
							Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Efflusso impedito col chiudimento: Unitario medio in met. cub. per 1″	Efflusso impedito col chiudimento: Integrale in milioni di metri cubici	Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario	Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2, 42 sul livello ordinario	Sopra lo zero dell'idrometro di Porto Catena	Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero
							Metri	Metri	Metri	Metri
1846	Maggio	20	1,03	82,20	7,10	1,96	+ 0 88	1 54	6 64	* 0 81
		21	1,08	85,23	7,56	2,03 / 3,99	1 33	1 09	6 75	* 0 70
		22	1,09	86,36	7,46	2,06 / 6,05	1 29	1 13	6 35	* 1 10
		23	1,10	86,92	7,51	2,07 / 8,12	1 19	1 25	6 02	* 1 45
		24	1,11	87,48	7,56	2,09 / 10,21	0 92	1 52	5 69	* 1 76
		25	1,12				0 61	1 81	5 31	2 14
»	Ottobre	20	1,16				0 14	2 28	5 35	2 10
		21	1,18	91,23	7,88	2,18	0 86	1 56	6 41	* 1 04
		22	1,20	92,38	7,98	2,20 / 4,38	1 43	0 99	6 95	* 0 50
		23	1,25	94,42	8,16	2,25 / 6,63	1 67	0 75	7 10	* 0 35
		24	1,28	96,77	8,36	2,31 / 8,94	1 66	0 76	6 96	* 0 49
		25	1,32	98,82	8,54	2,56 / 11,50	1 61	0 81	6 81	* 0 64
		26	1,38	101,80	8,80	2,43 / 13,73	1 51	0 91	6 60	* 0 85
		27	1,44	105,43	9,11	2,52 / 16,25	1 42	1 00	6 56	* 1 09
		28	1,47	108,17	9,35	2,58 / 18,83	1 43	0 99	6 18	* 1 27
		29	1,49	109,70	9,48	2,62 / 21,45	1 49	0 93	6 17	* 1 28
		30	1,53	111,53	9,64	2,66 / 24,11	1 68	0 74	6 35	* 1 10
		31	1,55	113,40	9,80	2,71 / 26,82	2 10	0 32	6 75	* 0 70
»	Novem.	1	1,57	114,64	9,90	2,73 / 29,55	2 13	0 29	6 98	* 0 47
		2	1,59	115,89	10,01	2,76 / 32,31	2 12	0 30	7 09	* 0 36
		3	1,60	116,82	10,09	2,76 / 35,07	2 08	0 34	7 03	* 0 42

Anno	Mese	Giorno	Lago di Garda				Altezza del pelo d'acqua dei laghi superiore ed inferiore							
				Efflusso impedito col chiudimento			Lago superiore				Lago inferiore			
			Altezza sullo zero di Desenzano	Unitario medio in met. cub. per 1"	Integrale in milioni di metri cubici	Maggiore alzamento in centimetri	Sopra o sotto il livello ordinario		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 2. 42 sul livello ordinario		Sopra lo zero dell' idrometro di Porto Catena		Sotto la massima piena del 1839 che corrisponde a met. 7, 45 sullo zero	
							Metri		Metri		Metri		Metri	
1846	Novem.	4	1,60	117,13	10,12	35,07 2,79 37,86	+ 1	99	0	43	6	69	* 0	76
		5	1,60	117,13	10,12	2,79 40,65	1	85	0	59	6	25	* 1	20
		6	1,60	117,13	10,12	2,79 43,44	1	55	0	87	5	80	* 1	65
		7	1,60				1	32	1	10	5	35	2	10
1848	Aprile	22	1,13				0	74	1	68	4	00	3	45
		23	1,13				0	73	1	69	5	71	1	74
		24	1,14	89,50	7,73	2,14	89	72	1	70	6	05	* 1	40
		25	1,14				0	86	1	56	5	55	1	92
		26	1,15				0	73	1	69	4	87	2	58

RIASSUNTO

Anno	Piene		Durata del chiudimento in giorni	Alzamento del lago di Garda in centimetri
1823	Ottobre	N.°	10	28,00
1825	Dal 12 al 14 dicembre	»	3	?
»	Dal 25 al 30 »	»	4	?
1827	Maggio	»	7	?
1829	Settembre	»	8	?
1839	Novembre	»	12	29,83
1840	Novembre	»	5	10,99
1844	Ottobre	»	5	8,52
1846	Maggio	»	5	10,21
»	Ottobre	»	17	43,34
1848	Aprile	»	1	2,14

SCALA IDROMETRICA

PRESUNTIVA DEGLI EFFLUSSI DEL LAGO DI *GARDA*.

Altezza sullo zero dell' idrometro di Desenzano	Efflusso unitario ossia per 1″	OSSERVAZIONI
Metri	Metri cubici	
0,00	32,81	La presente scala è calcolata colla formola empirica $E = 25\,(1^{m},20 + A)^{\frac{5}{2}}$ ove E rappresenta in met. cub. l'efflusso unitario, ossia per 1″, ed A l'altezza in metri sullo zero dell'idrometro di Desenzano. I dati sono ricavati in via approssimativa dalla scala idrometrica degli efflussi del lago di Como desunta da alcune misure dirette col debito riguardo alla condizione dei bacini scolanti e degli emissarj ed alla rispettiva capacità.
0,10	37,05	
0,20	41,41	
0,30	45,92	
0,40	50,60	
0,50	55,41	
0,60	60,40	
0,70	65,47	
0,80	70,71	
0,90	76,08	
1,00	81,58	
1,10	87,20	
1,20	92,95	
1,38	98,82	
1,40	104,81	
1,50	110,91	
1,60	117,13	
1,70	123,46	
1,80	129,90	
1,90	136,45	
2,00	143,11	

DESCRIZIONE D' UNA MACCHINETTA
CHE SERVE A RISOLVERE IL PROBLEMA DI KEPLERO

OSSIA A TROVARE L' ANOMALIA ECCENTRICA DATA L' ANOMALIA MEDIA
QUALUNQUE SIA L' ECCENTRICITA'

MEMORIA

DI

FRANCESCO CARLINI

Letta nell'adunanza del 5 agosto 1832.

Gli antichi astronomi, i quali erano intimamente persuasi che il moto reale degli astri dovess'essere circolare ed uniforme, furono naturalmente condotti ad immaginare che le ineguaglianze che si osservano nel loro corso, e che ritornano col medesimo ordine ad ogni rivoluzione, non fossero che apparenti ed avessero origine da ciò, che la terra si trovasse collocata lontana dal punto centrale. Tolomeo adottando quest' idea, forse più antica di lui, volle renderla più speciosa, considerando nell'interno di ciascuna orbita tre punti posti sopra una medesima retta ed equidistanti fra loro; il primo de' quali (non considerando qui l'aggiunta dell' epiciclo, il quale aveva per ufficio di rappresentare la parallasse annua) era il centro del moto uniforme, il secondo il centro delle distanze costanti, il terzo il luogo occupato dalla terra. In tal sistema, chiamando $2e$ la distanza dal primo al terzo punto, avveniva che le longitudini geocentriche erano affette da una ineguaglianza proporzionale a $2e$, e le distanze erano soltanto sottoposte ad una ineguaglianza proporzionale ad e. Tolomeo non reca alcuna ragione dell'aver collocato il centro del moto uniforme discosto dal centro del circolo descritto dal pianeta, nè poteva recarla, non avendo dalle osservazioni di allora alcun dato sulle distanze rettilinee dei corpi celesti. Eppure la sua ipotesi si accosta mirabilmente alla legge del moto ellittico, giusta la quale il primo termine dello svolgimento in serie dell'equazione del centro è eguale al doppio dell'eccentricità moltiplicata pel seno dell'anomalia media, mentre il primo termine, dopo la costante, dello svolgimento del raggio vettore è eguale alla semplice eccentricità moltiplicata

pel coseno del medesimo angolo. Egli dunque aperse la strada al ritrovamento della legge del moto degli astri, giusta la quale il centro del sole trovasi all'un de' fuochi dell'ellisse, mentre è all'altro fuoco e non al centro che il movimento di esso è con qualche approssimazione proporzionale al tempo.

Il Keplero, avendo adottato il sistema copernicano, ebbe in mano il modo di dedurre dall'osservazione non solo la posizione della visuale diretta ai pianeti, ma anche la lunghezza della visuale stessa espressa in parti della distanza media della terra dal sole. Egli rivolse le sue indagini al moto del pianeta Marte, ed avendo sottomesso al calcolo un gran numero delle osservazioni lasciategli da Ticone, riuscì a stabilire il fatto fondamentale, ch'egli espresse nei seguenti termini: *Itaque plane hoc est: Orbita planetæ non est circulus, sed ingrediens ad latera utraque paulatim, iterumque ad circuli amplitudinem in perigeo exiens, cujusmodi figuram itineris ovalem appellitant* (1).

Restava a stabilirsi la relazione fra il tempo trascorso dopo il passaggio per l'afelio e l'angolo al fuoco. Egli aveva riconosciuto che, stando ancora al moto circolare eccentrico, la somma di tutte le distanze è prossimamente al tempo periodico, come una parte di questa somma al tempo corrispondente; e quindi immaginò di trasferire questa proprietà all'ellisse. Indi per un lampo di genio indovinò che alla somma de' raggi vettori fra di loro vicinissimi poteva sostituirsi la superficie del settore ellittico; e così stabilì la legge delle aree proporzionali ai tempi.

La storia di tali scoperte mostra abbastanza che l'ingegno umano non giunge sempre alle recondite verità matematiche per vie dirette ed esatte; il Keplero conosceva benissimo il debole delle sue dimostrazioni, e mostrava di temere il giudizio dei puri matematici e particolarmente del Vieta. Egli con molta sagacità riuscì a stabilire la relazione esatta che sussiste fra le anomalie media e vera, introducendo l'angolo ausiliario che chiamiamo la anomalia eccentrica, e quindi insegnò come esattamente si poteva risolvere il problema inverso; ma quando per la soluzione del problema diretto si trovò astretto a ricorrere a metodi approssimativi e di falsa posizione, volle prevenire le obbiezioni dicendo: *Mihi sufficit credere solvi a priori non posse, propter arcus et sinuum ἑτερογένειαν. Erranti mihi, quicumque viam monstraverit, is erit mihi magnus Apollonius* (pag. 300) (2).

Intorno alla soluzione dell'equazione trascendente

$$x + e \sin x = z$$

(1) Astronomia nova ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ, seu Physica cœlestis tradita commentariis de motibus stellæ Martis. 1609, pag. 213.

(2) Disse *Apollonius* in luogo di *Apollo*, alludendo ad Apollonio Pergeo, autore del trattato delle *Sezioni coniche*.

nella quale z è l'anomalia media ed x l'anomalia eccentrica, i geometri posteriori non fecero altro passo fuori di quello dell'applicazione ad essa della teoria delle serie; e fortunatamente queste offerirono soluzioni abbastanza comode ed esatte, fin tanto che si trattò di applicarle alle orbite de' pianeti primarj, le cui eccentricità sono molto piccole, od anche ad alcune comete moventisi in orbite ellittiche allungatissime per le quali si ha ricorso allo svolgimento in una serie ordinata secondo le potenze di $1-e$ (1).

Ma nel secolo corrente essendosi scoperto un gran numero di piccoli pianeti od asteroidi, alcuni dei quali hanno una eccentricità che uguaglia il quarto del semi-asse maggiore, ed essendosi inoltre riconosciuto che varie comete si muovono in orbite ellittiche nelle quali s'incontrano eccentricità d'ogni misura, e forse più spesso quelle di $^3/_5$, di $^3/_4$ e di $^5/_6$, e finalmente essendosi considerati i moti dei binarj di stelle, ove trovansi dimensioni consimili, gli svolgimenti in serie divennero talvolta insufficienti, e convenne ritornare ai metodi indiretti.

Ecco come si esprime su tale argomento il Gauss nell'insigne sua opera: *Theoria motus corporum cœlestium*, pag. 10.

Problema inversum, celebre sub nomine problematis Kepleri, scilicet ex anomalia media invenire veram atque radium vectorem, longe frequentioris usus est. Astronomi æquationem centri per seriem infinitam secundum sinus angulorum multiplicium progredientem exhibere solent, quorum sinuum coefficientes singuli et ipsi sunt series secundum potestates excentricitatis in infinitum excurrentes. Huic formulæ pro æquatione centri, quam plures auctores evoluerunt, hic immorari eo minus necessarium duximus, quod, nostro quidem judicio, ad usum practicum, præsertim si excentricitas perparva non fuerit, longe minus idonea est, quam methodus indirecta.

In uno scritto ch'io pubblicai in mia gioventù su tal problema, avea mossa contro lo scioglimento col mezzo delle serie un'altra difficoltà, avendo creduto di poter dimostrare che esse cessano d'essere convergenti quando l'eccentricità passa un limite determinato. Ma il celebre matematico tedesco Jacobi (il quale un anno prima della deplorata sua morte si era presa la cura di dare tradotta in tedesco quella mia antica Memoria (2), corredandola di note) fece

(1) Nelle Effemeridi di Milano per l'anno 1831 ho presentate le formole che servono in questo caso alla soluzione del problema di Keplero corredandole con due estese tavole che mi furono apprestate, l'una dal prof. Lorenzo Isnardi delle Scuole Pie, l'altra dal sig. Stambucchi, Aggiunto del nostro Osservatorio.

(2) *Untersuchungen über die Convergenz der Reihe durch welche das Kepler'schen problem gelöst wird, von Franz Carlini*, nel Giornale intitolato *Astronomische Nachrichten*, che si pubblica ad Altona, n. 709, märz 1830.

avvertire, fra gli altri, uno sbaglio di calcolo da me commesso, corretto il quale si dimostra che la serie, come è data dal Lagrange, dall'Oriani e da altri, è convergente, qualunque sia l'eccentricità.

Io faccio dunque qui la mia ritrattazione; ma devo avvertire nello stesso tempo che la convergenza della serie può, oltre certi limiti, essere tanto lenta che la ricerca, col mezzo di essa, d'una sola equazione del centro richieda molti mesi di lavoro.

Æquatio, prosegue il Gauss, *quæ ad transcendentium genus referenda est, solutionemque per operationes finitas directas non admittit, tentando solvenda est, incipiendo a valore quodam approximato ipsius* x, *qui per methodos idoneas toties repetitas corrigitur, usque dum illi æquationi exacte satisfaciat. Quodsi hæ correctiones haud temere, sed per normam tutam atque certam instituuntur vix ullum discrimen essentiale inter methodum talem indirectam atque solutionem per series adest, nisi quod in illa valor primus incognitæ aliquatenus est arbitrarius.*

L'autore non dà alcuna regola matematica per la scelta di questo primo valore approssimato, alla quale lacuna ha dottamente supplito il collega nostro Frisiani in diverse Memorie inserite nelle Effemeridi astronomiche di Milano, nelle quali estendendo alle equazioni trascendenti i criterj dati dal Fourier relativamente alle algebriche, mostra i limiti entro i quali si può restringere il valor iniziale dell'anomalia eccentrica.

Mi ha però egli stesso fatto avvertito, all'occasione d'un esempio numerico ch'io gli aveva proposto da trattare, che l'esatta applicazione delle sue regole richiederebbe talvolta operazioni lunghissime. Ora l'astronomo che si accinge a rintracciare gli elementi dell'orbita d'un astro nuovamente scoperto, non può sagrificare un lungo tempo allo scrupolo di non allontanarsi dal rigor matematico, ed ama meglio avventurare una supposizione arbitraria, quando è certo che l'errore di essa verrà rettificato nelle successive approssimazioni.

Molte volte poi le prime ricerche dell'orbita d'una cometa o d'un pianeta si fanno graficamente; alle quali operazioni, se si tratta d'una cometa che si consideri come mossa in una parabola, riesce assai comodo l'uso della scala della caduta parabolica immaginata dall'ingegnosissimo Lambert. In vista di tali considerazioni, mi parve che non dovess'essere inutile fatica l'immaginare e far costruire una macchinetta che prestasse lo stesso vantaggio per rispetto alle orbite ellittiche e servisse a risolvere l'equazione del Keplero, massimamente nei casi in cui l'eccentricità non è nè piccolissima nè pochissimo diversa dall'unità.

La macchina mi riuscì molto semplice, non avendo alcun bisogno di

disegnare l'ellisse, nè di prendere distanze col compasso da riportarsi sopra una scala. Tutto si riduce alla tensione d'un filo da allungarsi in modo che l'archetto descritto dalla sua estremità riesca tangente ad una riga; la quale operazione, se non è nei postulati della geometria d'Euclide, è però assai più facile di quella che comunemente s'adopera per costruire graficamente un' ellisse.

L'equazione che noi vogliamo risolvere è, come si è detto,

$$x + e \sin x = z$$

ove le anomalie sono prese dall'apogeo e non dal perigeo, all'intento di rendere i segni positivi, ciò che facilita molto la costruzione.

Sia un circolo APL diviso in gradi, sul quale giri un diametro MP portante un nonio, ed avente un movimento dolce per mezzo del pignone P. Un raggio fisso AC sia diviso per mezzo d'una scala in parti decimali, e sovr' esso scorra un indice portante una punta B prominente e mobile per mezzo di una vite. All'estremità del diametro mobile sia legato il capo d'un filo o di una sottil cordicella, la quale si applichi nell'interno d'una gola scavata sulla costa del circolo, passi per il forellino A del raggio fisso, ed abbia nel suo prolungamento un bottoncino T scorrevole a sfregamento.

Ciò posto: primo, si faccia scorrere l'indice sul raggio fisso, e si fermi sulla divisione che corrisponde all'eccentricità dell'ellisse che abbiamo chiamata e.

Secondo, si faccia scorrere il diametro mobile in modo che l'indice P corrisponda al grado della data anomalia media, indicata con z.

Terzo, si stenda il filo sulla gola e si ripieghi sopra il raggio fisso, indi si faccia scorrere il bottoncino fino a che colla sua estremità inferiore tocchi la punta B.

Quarto, si faccia progredire il raggio CP fino ad un punto Q, determinato in modo che la cordicella accavallata alla punta giunga colla sua estremità, cioè colla parte inferiore del bottoncino, a strisciare in T sulla costa del raggio CQ, descrivendo un archetto di circolo, di cui esso raggio sia la tangente. È facile il vedere che la differenza fra gli archi AP e AQ è eguale alla perpendicolare BT calata dal punto B sul raggio CQ. Ora se l'arco AQ è eguale ad x, la distanza $CB = e$, sarà la perpendicolare $BT = e \sin x$; e quindi l'angolo x soddisferà all'equazione $x + e \sin x = z$.

Ora quando col mezzo della macchina si sia ottenuto un valore di x che non si allontani dal vero che di pochi minuti primi, saremo certi che col metodo delle successive sostituzioni (il quale conduce ad una specie di serie ricorrente a scala di relazione trascendente) ci anderemo sempre più e con certa regola accostando al vero valore di x. Il Gauss, come abbiamo veduto, raccomanda questo metodo, sebbene segua poi in pratica un'altra via.

Sia x^0 il primo valore approssimato di x ottenuto per mezzo della nostra macchina, si farà successivamente

$$x' = z - e \sin x^0, \quad x'' = z - e \sin x' \ldots\ldots x^{(n)} = z - e \sin x^{(n-1)}.$$

Ora si può dimostrare che se si prendono le differenze finite fra i successivi valori di x^0, x', x'' ecc., cosicchè si abbia

$$(A) \qquad x = x^0 + \Delta x^0 + \Delta x' + \Delta x'' \text{ ecc.}$$

questi termini convergono verso una progressione geometrica, per lo che calcolati soltanto alcuni dei primi, si potrà direttamente trovare la somma dei rimanenti.

Infatti essendo $\Delta x^{(n)} = x^{(n+1)} - x^{(n)}$, $x^{(n+1)} = z - e \sin x^{(n)}$, $x^{(n)} = z - e \sin x^{(n-1)}$ sarà $\Delta x^{(n)} = e (\sin x^{(n-1)} - \sin x^{(n)}) = - e \Delta \sin x^{(n-1)}$;

Ed essendo $\Delta x^{(n-1)}$ (quando n è alquanto considerabile) quantità molto piccola, sarà prossimamente $\Delta \sin x^{(n-1)} = \cos x^{(n-1)} \Delta x^{(n-1)}$,

e quindi, $$\Delta x^{(n)} = - e \cos x^{(n-1)} \Delta x^{(n-1)}.$$

Ora poichè il valore di $x^{(n)}$ converge verso x, quello di $\Delta x^{(n)}$ convergerà verso $- e \cos x \,.\, \Delta x^{(n-1)}$, che è quanto dire che la serie dei valori convergerà verso una progressione geometrica, il cui rapporto sia $- e \cos x$.

Se dunque si fossero calcolati i termini dell'equazione (A) fino a $\Delta x^{(p)}$, si avrebbe il resto della serie dopo $\Delta x^{(p-1)}$ espresso prossimamente da $\dfrac{\Delta x^{(p)}}{1 + e \cos x}$, ed il valore totale

$$x = x^0 + \Delta x^0 + \Delta x' \ldots + \Delta x^{(p-1)} + \frac{\Delta x^{(p)}}{1 + e \cos x} = x^{(p)} + \frac{\Delta x^{(p)}}{1 + e \cos x};$$

ove nel secondo membro basterà mettere un valore di $\cos x$ approssimato.

Per mostrare l'utilità di questi metodi sceglieremo un'orbita la cui eccentricità sia alquanto considerabile, sicchè riesca troppo lunga e faticosa la soluzione per mezzo delle serie conosciute; sia dunque $e = 0{,}6$, e sia l'anomalia media z presa dall'apogeo $= 100^\circ$; operando colla macchinetta che ho fatto costruire, la quale ha 8 pollici di diametro ed è divisa con un nonio in gradi e decimi di grado, trovo che il valore approssimato dell'anomalia eccentrica x è di 68° ed alcuni minuti; prendo perciò in numero tondo $x^0 = 68^\circ\ 0'\ 0''$.

Il logaritmo poi dell'eccentricità espressa in minuti secondi, ossia di $\log \dfrac{0,\ 6}{\sin 1''}$ mi risulta $= 5{,}0925763836$. Eseguendo i calcoli col mezzo delle tavole di Vega a dieci decimali, trovo successivamente:

		$x^0 = 68^\circ\ 0.\ 0.0000$
$x^0 = 68^\circ.\ 0'.\ 0'',0000$	$e \sin x^0 = 114747,2389$	$z - e \sin x^0 = 68.\ 7.\ 32,7611$
$x^I = 68.\ 7.\ 32,7611$	$e \sin x^I = 114848,7268$	$z - e \sin x^I = 68.\ 5.\ 51,2732$
$x^{II} = 68.\ 5.\ 51,2732$	$e \sin x^{II} = 114826,0260$	$z - e \sin x^{II} = 68.\ 6.\ 13,9740$
$x^{III} = 68.\ 6.\ 13,9740$	$e \sin x^{III} = 114831,1062$	$z \quad e \sin x^{III} = 68.\ 6.\ 8,8938$
$x^{IV} = 68.\ 6.\ 8,8939$	$e \sin x^{IV} = 114829,9694$	$z - e \sin x^{IV} = 68.\ 6.\ 10,0306$
$x^V = 68.\ 6.\ 10,0307$	$e \sin x^V = 114830,2237$	$z - e \sin x^V = 68.\ 6.\ 9,7763.$

Scrivendo le differenze fra i numeri dell'ultima colonna, ed i rapporti che sussistono fra di esse, si trova

	rapporti
$\Delta\ x^0 = + 452,7611$	
	0,2242
$\Delta\ x^I = - 101,4879$	
	0,2237
$\Delta\ x^{II} = + 22,7008$	
	0,2238
$\Delta\ x^{III} = - 5,0802$	
	0,2238
$\Delta\ x^{IV} = + 1,1368$	
	0,2237
$\Delta\ x^V = - 0,2543$	

Arrestandoci alla differenza corrispondente all'indice $p = 5$, avremo dunque

$$x = x^{(5)} + \frac{\Delta\ x^{(5)}}{1 + e \cos x} = x^{(5)} + \frac{\Delta\ x^{(5)}}{1 + 0,6 \cos 68^\circ.6'},$$

ed in numeri $x = 68^\circ.\ 6'.\ 10'',0306 - \dfrac{0,2543}{1,2235} = 68^\circ.\ 6'.\ 9'',8228.$

Se si sostituisce questo valore nell'equazione data

$$x + \frac{0,6}{\sin 1''} \sin x = 100^\circ$$

si troverà esser essa soddisfatta fino alle diecimillesime di minuto secondo.

La macchina che sopra abbiamo descritta è costrutta sulla supposizione che la base della punta B sia un punto matematico; ma se noi riteniamo che questa punta sia, come è in realtà, un cilindro, la cui base abbia un raggio piccolissimo che chiameremo r preso per unità il raggio del circolo APL si verrà, operando nel modo descritto, a determinare un angolo x' che differirà dall'anomalia eccentrica x che si cerca d'una quantità piccolissima che chiameremo ω. Seguendo la serie delle operazioni sopra indicate si vedrà facilmente che nel caso ora contemplato quando l'indice è in P, la lunghezza del filo fino alla base del bottoncino che si fa toccare il cilindro, invece di essere $z + 1 - e$ (intendendo per z l'arco rettificato pel raggio 1), sarà $z + 1 - e - r$. Quando poi accavallato il filo al

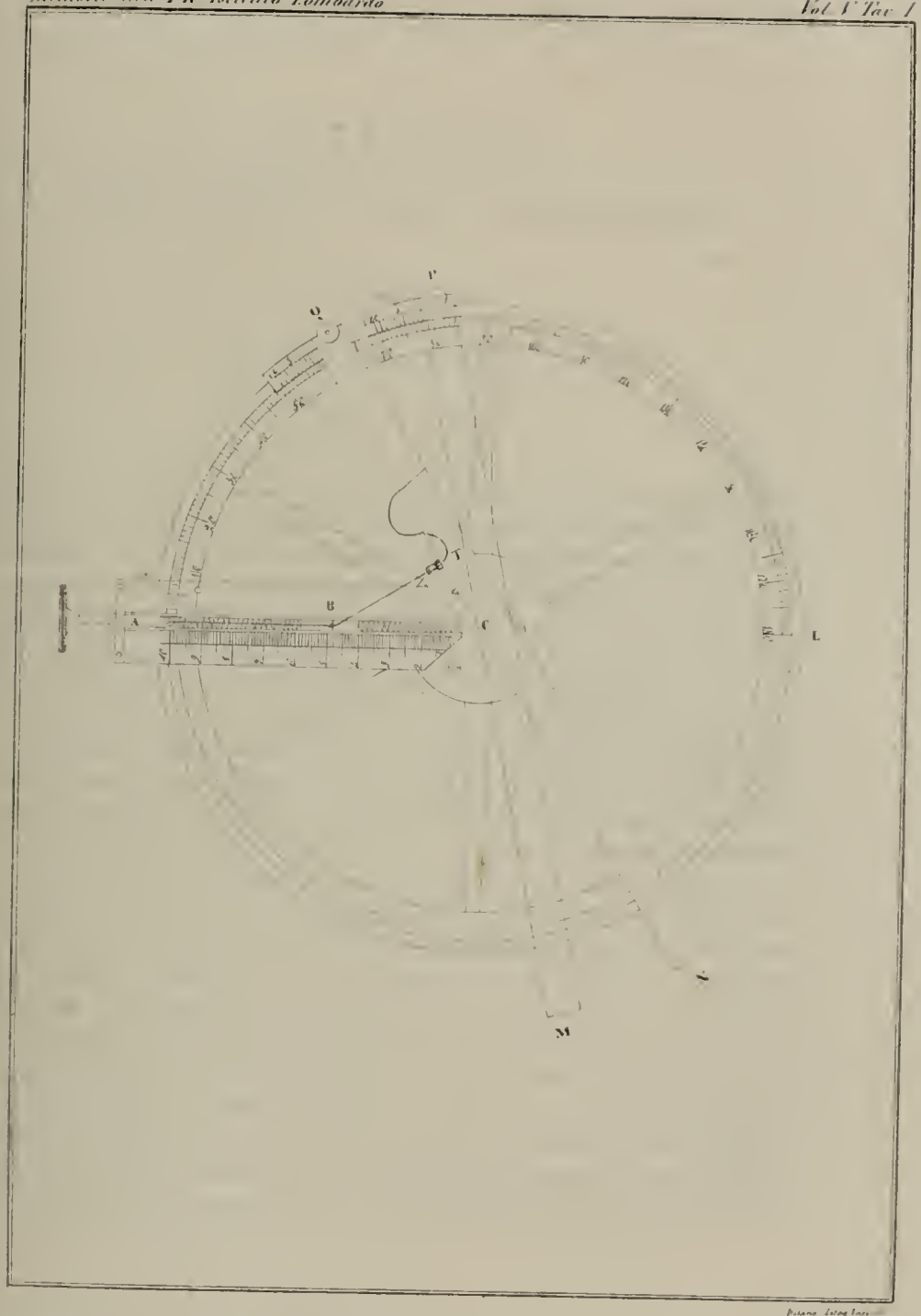
cilindro, si fa strisciare il bottoncino sul raggio AQ, la lunghezza del filo si compone di quattro parti. La prima è l'arco rettificato x'; la seconda è la retta che dal punto A va fino al punto ove il filo riesce tangente alla base del cilindretto di raggio r. Trascurando le quantità dell'ordine di r^2, e non tenendo neppur conto della grossezza del filo, si può ritenere questa parte $= AB = 1 - e$. La terza è l'archetto del cilindro abbracciato dal filo, il quale, trascurando sulla sua lunghezza lineare le quantità di second'ordine, si trova che forma al centro B un angolo $= 90^\circ - x'$. È dunque la lunghezza di questa parte di filo $= r\,(90^\circ - x')$, posto per $(90^\circ - x')$ l'arco stesso rettificato. La quarta è la perpendicolare al raggio CQ prolungata fino al punto dove diviene tangente al circoletto, la cui lunghezza è eguale alla perpendicolare condotta dal centro della base del cilindro al raggio medesimo, ed ha per valore $e \sin x'$. Ora poichè la lunghezza del filo è rimasta invariata nelle due posizioni dell'alidada, avremo l'equazione:

$$z + 1 - e - r = x' + 1 - e + r\,(90^\circ - x') + e \sin x',$$

ossia $z = x' + e \sin x' + r\,(1 + 90^\circ - x') = x' + e \sin x' + r\,(2{,}5708 - x')$. Ma l'angolo x che noi cerchiamo e che abbiamo supposto $= x' + \omega$ è quello determinato dall'equazione $z = x + e \sin x = x' + \omega + e \sin (x' + \omega)$, ossia, trascurando sempre le quantità di second'ordine, $z = x' + \omega + e \sin x' + \omega e \cos x'$,

Paragonando i due valori di z, dovrà essere $\omega\,(1 + e \cos x') = r\,(2{,}5708 - x')$, e finalmente $\omega = r\,\dfrac{2{,}5708 - x'}{1 + e \cos x'}$.

Questa quantità rappresenta in parti di raggio la correzione che dovrebbe farsi all'angolo x' dato dalla macchina per avere l'anomalia eccentrica x corrispondente alla media z.



Milano Litog Ferr

RICERCHE
SOPRA ALCUNE SERIE ASTRONOMICHE

MEMORIA

DI PAOLO FRISIANI

Presentata il giorno 20 marzo 1851.

Quando trattasi di esprimere il termine generale dello sviluppo di alcune quantità in serie procedenti pei seni o coseni dei multipli di dati angoli, si usa generalmente di sostituire alle funzioni circolari che entrano nella funzione da svilupparsi, le loro corrispondenti espressioni imaginarie; quindi di sviluppare col teorema di Maclaurin le ottenute funzioni in serie procedenti per le potenze di quantità abbastanza piccole acciò sia adempita la condizione della convergenza; finalmente di risostituire alle espressioni imaginarie le corrispondenti funzioni circolari. Questo processo, di cui Lagrange fece grand'uso in due Memorie inserite negli Atti dell'Accademia di Berlino per gli anni 1769 e 1776, e generalmente adottato dagli analisti posteriori, esige che le proposte equazioni, sulle quali effettuare lo sviluppo, siano opportunamente preparate in guisa che, dopo gli sviluppi e le accennate sostituzioni, abbiano a scomparire tutte le espressioni imaginarie. Eppure il passaggio per tali espressioni, quantunque legittimo in sè stesso, non sembra così necessario da escludere la possibilità di altro metodo che risolva direttamente la questione senza l'intervento di tali quantità ausiliarie che, in ultima analisi, sono destinate a scomparire dal risultato finale. Ben è vero che l'andamento seguíto da altri geometri, specialmente nello sviluppo delle anomalie che entrano nelle equazioni del moto ellittico, procede per via diretta. Ma non in tutte queste soluzioni appare così manifesta la legge dei termini da poterne con sicurezza desumere l'espressione analitica del termine generale. È pur vero che altri analisti tennero posteriormente altra via, e presentarono i coefficienti degli sviluppi col mezzo di integrali definiti. Questo metodo, che al certo più direttamente e con più risparmio

di calcoli conduce allo scopo, sarebbe ad ogni altro preferibile, qualora gli integrali definiti, che rappresentano i coefficienti generali delle serie periodiche ottenute, o fossero di quelli di cui l'analisi ha già registrati i valori in termini finiti, o fossero tali almeno da potersi determinare con metodi più semplici e spediti di quelli che si esigono per la loro originaria e diretta determinazione. Qualora tali casi non abbian luogo, come il più delle volte accade, l'espressione del termine generale per un integrale definito non presenta che apparentemente la soluzione della questione, senza essere di alcun vantaggio per le pratiche applicazioni.

Tali riflessioni mi indussero a rivangare il campo già da tanti analisti solcato e presentare ai cultori dell'astronomia teorica i risultati delle mie ricerche per giungere alla determinazione dei termini generali delle principali serie astronomiche. Nel metodo da me seguito gli integrali definiti sono impiegati come semplici ausiliarj di dimostrazione per giungere allo scopo, approfittando di una ben nota e generale proprietà di alcuni di essi. Dall'analisi che presento risulta che ogniqualvolta il coefficiente generico dello sviluppo trovasi rappresentato da un integrale definito di cui l'analisi ha già nelle sue tavole registrato il valore, giova servirsene di preferenza, come può vedersi nell' esempio del paragrafo secondo. Quando all' incontro si imbatte in uno di ignoto valore, giova servirsi del processo diretto, il quale porta seco il vantaggio di fornire in pari tempo il valore dell' incognito integrale, se non per termini finiti, almeno per una sommatoria. Il processo di questo metodo poteva rendersi chiaramente manifesto anche con una sola applicazione ad un caso abbastanza complesso che abbracciasse tutti gli altri da esso dipendenti: ma ho stimato opportuno di evitare questa somma generalità che avrebbe procurato allo studioso maggiore difficoltà al certo, e forse minor profitto. Il metodo si rende manifesto per mezzo della sua applicazione a parecchi esempi, incominciando dai più semplici e seguendo in tutti lo stesso andamento, onde appaja dai casi speciali che si presentano, come si abbia a procedere in casi analoghi. Del resto, dalla dipendenza che le soluzioni posteriori hanno colle precedenti, potrà il lettore da sè stesso desumere da quale maggiore generalizzazione dipendano i casi da me trattati, i quali però abbracciano per loro stessi le principali serie dell' astronomia elementare. Mi lusingo che questo processo semplice ed uniforme, identico in tutti i casi e dotato della voluta generalità, senza soverchio impiego di calcoli, forse potrà un giorno trovar luogo negli ordinarj trattati di astronomia.

§ I.

Sopra le differenziali delle potenze dei seni e coseni.

Prima di istituire l'indagine sulle forme generali delle serie, che formano il soggetto delle seguenti ricerche, è opportuno premettere l'esposizione di una proprietà spettante alla teorica delle funzioni circolari, di cui si farà uso nel seguito.

È noto che lo sviluppo della potenza n^{esima} di $\sin z$ procede pei coseni dei multipli dell'arco z, quando il numero intero n sia pari; e procede pei seni dei multipli di z, quando n sia dispari. Lo stesso vale per lo sviluppo del prodotto $\sin^n z \cos qz$, ove q sia numero intero. Si vuol ora dimostrare che all'incontro la differenziale $(n-1)^{esima}$ dello stesso prodotto è sviluppabile pei seni dei multipli di z, comunque n sia pari o dispari. Se si pone per brevità $n-2(m+1)+q=\alpha$, $n-2(m+1)-q=\beta$ si vuol provare che, qualunque siasi n, si ha

$$\frac{d^{n-1}\sin^n z\cos qz}{dz^{n-1}} = \frac{1}{2^{n+1}}\left\{(n+q)^{n-1}\sin(n+q)z + (n-q)^{n-1}\sin(n-q)z\right\} + \frac{1}{2^{n+1}}\Sigma(-1)^{m+1}\frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}\left\{\alpha^{n-1}\sin\alpha z + \beta^{n-1}\sin\beta z\right\} \quad (1)$$

ove la sommatoria designata con Σ deve prendersi per tutti i valori di $m=0, 1, 2 \ldots$ indefinitamente, ossia deve pigliarsi da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$.. Infatti è noto che per n numero pari si ha

$$\sin^n z = \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{2^n}\left\{\cos nz + \Sigma(-1)^{m+1}\frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}\cos az\right\} \quad (2)$$

e per n numero dispari si ha

$$\sin^n z = \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2^n}\left\{\sin nz + \Sigma(-1)^{m+1}\frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}\sin az\right\} \quad (3)$$

essendo $a=n-2(m+1)$, e la Σ essendo presa da $m=0$ ad $m=n-1$, o, ciò che torna lo stesso, da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$, giacchè i termini dovuti a valori di $m>n-1$ scompajono per sè stessi.

Si moltiplichino le anzidette equazioni per $\cos qz$ ed avvertendo essere

$$\cos nz \cos qz = \frac{1}{2}\left\{\cos(n+q)z + \cos(n-q)z\right\}$$

$$\sin nz \cos qz = \frac{1}{2}\left\{\sin(n+q)z + \sin(n-q)z\right\}$$

$$\cos az \cos qz = \frac{1}{2}\left\{\cos \alpha z + \cos \beta z\right\}$$

$$\sin az \cos qz = \frac{1}{2}\left\{\sin \alpha z + \sin \beta z\right\}$$

si avrà per n pari

$$\sin^n z \cos qz = \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{2^{n+1}}\left\{\cos(n+q)z + \cos(n-q)z + \Sigma(-1)^{m+1}\frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}(\cos \alpha z + \cos \beta z)\right\}$$

e per n dispari

$$\sin^n z \cos qz = \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2^{n+1}}\left\{\sin(n+q)z + \sin(n-q)z + \Sigma(-1)^{m+1}\frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}(\sin \alpha z + \sin \beta z)\right\}$$

Della prima di queste equazioni si prenda la differenziale $(n-1)^{\text{esima}}$, ed avvertendo che per n numero pari si ha, qualunque siasi h

$$\frac{d^{n-1}\cos hz}{dz^{n-1}} = (-1)^{\frac{n}{2}} h^{n-1}\sin hz$$

e che il fattore $(-1)^{\frac{n}{2}}(-1)^{\frac{n}{2}} = (-1)^n$ si riduce all'unità per essere n pari, la suddetta espressione coinciderà coll'equazione (1). Parimenti pigliando della seconda delle superiori equazioni la differenziale $(n-1)^{\text{esima}}$, ed avvertendo che per n numero dispari si ha, qualunque siasi h

$$\frac{d^{n-1}\sin hz}{dz^{n-1}} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} h^{n-1}\sin hz$$

e che il fattore $(-1)^{\frac{n-1}{2}}(-1)^{\frac{n-1}{2}} = (-1)^{n-1}$ che affetta il secondo membro si riduce all'unità per essere n dispari, si vedrà che anche in questo caso l'espressione risultante coincide coll'equazione (1).

All'incontro, mentre la potenza n^{esima} di $\cos z$ è rappresentata, come è noto, da una espressione unica sussistente per qualsivoglia valore pari o dispari di n, lo sviluppo della differenziale $(n-1)^{esima}$ di $\cos^n z \sin qz$ fornisce una espressione che cambia secondo che n è pari o dispari, assumendo forme analoghe a quelle che hanno luogo nello sviluppo della potenza n^{esima} di $\sin z$. Infatti, qualunque siasi n, ed essendo $a = n - 2(m+1)$ si ha

$$\cos^n z = \frac{1}{2^n}\left\{\cos nz + \Sigma \frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1.2\ldots(m+1)}\cos az\right\} \qquad (4)$$

Se si moltiplica questa espressione per $\sin qz$, ed i prodotti dei seni per coseni si riducano a seni delle differenze degli archi, e si prenda d'ambi i membri la differenziale $(n-1)^{esima}$, avendo quindi riguardo che per n pari si ha

$$\frac{d^{n-1}\sin hz}{dz^{n-1}} = (-1)^{\frac{n}{2}+1} h^{n-1}\cos hz$$

e per n dispari risulta

$$\frac{d^{n-1}\sin hz}{dz^{n-1}} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} h^{n-1}\sin hz$$

si otterrà nel caso di n pari l'espressione

$$\frac{d^{n-1}\cos^n z \sin qz}{dz^{n-1}} = \frac{(-1)^{\frac{n}{2}}}{2^{n+1}}\left\{\begin{array}{l}(n-q)^{n-1}\cos(n-q)z - (n+q)^{n-1}\cos(n+q)z + \\ \Sigma \frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1.2\ldots(m+1)}(\beta^{n-1}\cos\beta z - \alpha^{n-1}\cos\alpha z)\end{array}\right\}.$$

e per n dispari l'espressione

$$\frac{d^{n-1}\cos^n z \sin qz}{dz^{n-1}} = \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{2^{n+1}}\left\{\begin{array}{l}(n+q)^{n-1}\sin(n+q)z - (n-q)^{n-1}\sin(n-q)z + \\ \Sigma \frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1.2\ldots(m+1)}(\alpha^{n-1}\sin\alpha z - \beta^{n-1}\sin\beta z)\end{array}\right\}$$

ove α, β hanno le già stabilite significazioni.

Si potrebbero combinare queste espressioni colla equazione (4) per ottenerne relazioni fra le differenziali di funzioni circolari, che in molti casi tornano utili a compendio di calcoli; ma non dovendo qui farne uso per le ricerche, di cui mi occupo, ometto di farne parola.

§ II.

Termine generale dell'anomalia vera per l'eccentrica, dell'angolo della verticale, e della longitudine eliocentrica.

Sia proposta l'equazione

$$\text{tang}\, x = m\, \text{tang}\, y \tag{5}$$

dalla quale si voglia desumere la differenza $x - y$ espressa pei seni dei multipli dell'arco y. La proposta, differenziata rapporto alle variabili x, y, diventa

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2m}{1 + (1 + m^2)\cos 2y + m^2}$$

Pongasi $\frac{1-m}{1+m} = \theta$, sarà $\theta < 1$ e si otterrà $m = \frac{1-\theta}{1+\theta}$, con che la precedente si trasforma nella

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1-\theta^2}{1 + 2\theta\cos 2y + \theta^2}$$

la quale, posto $2y = z$, si cambia nella

$$\frac{dx}{dz} = \frac{1-\theta^2}{2} \cdot \frac{1}{1 + 2\theta\cos z + \theta^2}$$

Facciasi il primo membro $= \mu$ e suppongasi μ rappresentato da una serie periodica procedente pei coseni dei multipli di z, ossia rappresentato compendiosamente da

$$\mu = A_0 + \frac{1-\theta^2}{1} \Sigma A_i \cos iz \tag{6}$$

ove la Σ indica la somma dei termini che nascono dando ad i tutti i valori $1 . 2 . 3 \ldots$ all'infinito, e siano A_0, A_i quantità indipendenti da z da determinarsi. Si moltiplichi la precedente posizione per $\cos jz . dz$ e si integri fra i limiti $z = 0$, $z = \pi$. Il termine contenente A_0 si ridurrà a zero, e per il noto teorema di integrali definiti, cioè che $\int_0^\pi \cos ax \cos bx . dx$ è sempre zero, finchè i numeri a, b sono fra loro diversi e diventa $= \frac{\pi}{2}$, pel solo caso di $a = b$, si vedrà che nella escursione dei numeri $1 . 2 . 3 \ldots$ attribuiti ad i

scompariranno tutti i termini della sommatoria, ad eccezione di quello in cui risulta $j = i$. Posto il valore dell'integrale e tolta la Σ si avrà

$$A_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{2\mu \cos iz}{1-\theta^2}\,dz$$

Posto in questa il valore di μ dato dalla (3) ed avvertendo che $\int_0^{\pi} \frac{2A_0 \cos iz}{1-\theta^2}\,dz$ è eguale a zero, si avrà

$$A_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\cos iz}{1+2\,\theta\cos z+\theta^2}\,dz$$

È noto che l'integrale definito contenuto in questa espressione è dato da $\frac{\pi}{1-\theta^2}(-\theta)^i$ onde $A_i = \frac{2(-\theta)^i}{1-\theta^2}$, il qual valore posto nella equazione (6) e rimesso per μ ciò che esso rappresenta, si avrà riducendo

$$dx = A_0\,dz + \Sigma(-\theta)^i \cos iz\,.dz$$

Quindi integrando, ed indicando con C la costante arbitraria, sarà

$$x = C + A_0 z + \Sigma \frac{(-\theta)^i}{i} \sin iz$$

ossia riposto per z il suo valore $2y$

$$x = C + 2A_0 y + \Sigma \frac{(-\theta)^i}{i} \sin 2iy$$

Siccome per $y = 0$ risulta dalla (5) $x = 0$, così sarà $C = 0$. Inoltre se nella stessa equazione (5) si suppone $m = 1$, deve essere $x = y$; ma per $m = 1$ si ha $\theta = 0$, e quindi per questo valore la precedente diventa $y = 2A_0 y$ ossia $A_0 = \frac{1}{2}$, e con ciò la trovata equazione si ridurrà a

$$x - y = \Sigma(-1)^i \frac{\theta^i}{i} \sin 2iy \qquad (7)$$

la Σ incominciando da $i = 1$ e procedendo indefinitamente, ciò che si indicherà nel seguito coll'espressione, la Σ estesa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. Nelle seguenti ricerche si ammetterà sempre che le costanti che entrano nelle espressioni da svolgersi in serie siano tali da soddisfare alle condizioni della convergenza delle serie ottenute.

È nota l'applicazione che della precedente formola fece Lagrange alla risoluzione dei triangoli sferici. Io mi limito qui alla applicazione della medesima ad alcune equazioni di maggior uso nell'astronomia.

1.° Si sa che fra l'anomalia vera $= \nu$, l'eccentrica $= E$, l'eccentricità $= e$ esiste la relazione

$$\text{tang}\,\frac{1}{2}\nu = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\text{tang}\,\frac{1}{2}E \qquad (8)$$

Fatto quindi $x = \frac{1}{2}\nu$, $y = \frac{1}{2}E$, $m = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$, da cui risulta $-\delta = \frac{e}{1+\sqrt{1-e^2}}$ che porremo $= R$, si avrà dalla (7)

$$\nu - E = 2\Sigma \frac{R^i \sin iE}{i} \qquad (9)$$

2.° Ritenuto che la superficie terrestre corrisponda alla figura generata dalla rivoluzione di un meridiano ellittico intorno all'asse polare coincidente coll'asse minore dell'ellisse generatrice, la direzione della gravità in un punto qualunque del suddetto meridiano ellittico non passerà pel centro della terra, ma taglierà il grand'asse in un punto fra il centro e l'estremità dell'asse maggiore. L'angolo compreso dal raggio terrestre e la direzione della gravità che è normale alla curva generatrice, dicesi angolo della verticale che chiamo ω, e l'angolo che la stessa direzione fa col grand'asse dell'ellisse, è la latitudine geografica che pongo $= \lambda$. L'angolo fatto dal raggio terrestre ed il grand'asse sarà $= \lambda - \omega$. Chiamato pertanto a il semi-asse maggiore, b il minore dell'ellisse generatrice, ed x, y le coordinate di un punto di latitudine λ posto sul meridiano ellittico, e supponendo il semi-asse delle x coincidente con a, e quello delle y normale ad esso, sarà facile vedere, che la retta compresa fra l'estremità dell'ascissa x ed il punto, in cui la direzione della gravità taglia il semi-grand'asse a, rappresenta la sotto-normale, che pongo $= n$. Risulta quindi $n = \frac{b^2}{a^2}x$; ma siccome si ha pure $\text{tang}\,(\lambda - \omega) = \frac{y}{x}$, e $\text{tang}\,\lambda = \frac{y}{n}$, così si otterrà fra λ ed ω la relazione $\text{tang}\,(\lambda - \omega) = \frac{b^2}{a^2}\text{tang}\,\lambda$. Questa, essendo della forma (5), ponendo $x = \lambda - \omega$, $y = \lambda$, $m = \frac{b^2}{a^2}$, sarà $\delta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ ossia $\delta = \frac{e^2}{2 - e^2}$, essendo e l'eccentricità. Quindi sarà

$$\omega = \Sigma \frac{(-1)^{i+1} e^{2i}}{i(2-e^2)^i} \sin 2i\lambda$$

3.° Si imagini un punto m mobile in un piano passante per un punto fisso S. Un piano fisso nello spazio passi pel punto S e faccia col primo un angolo φ.

L'intersezione di questi due piani faccia con due rette $S\gamma$, $S\gamma'$ condotte da S l'una nel piano fisso, l'altra nel piano che contiene il punto m, un angolo comune α. Sia β l'angolo compreso dalla retta $S\gamma'$, e l'intersezione; ν quello compreso dalla stessa $S\gamma'$ ed Sm; e ν' l'angolo che la projezione della retta Sm sul piano fisso fa colla $S\gamma$. L'angolo $\nu' - \alpha$ sarà la projezione sul piano fisso dell'angolo $\nu - \beta$, ed il triangolo sferico rettangolo, in cui $\nu - \beta$ è l'ipotenusa, $\nu' - \alpha$ il lato adiacente, e φ l'angolo intercetto, darà la relazione $\text{tang}(\nu' - \alpha) = \cos\varphi \, \text{tang}(\nu - \beta)$. Nel caso del moto di un astro m soggetto all'attrazione del sole situato nel punto S, il piano fisso sarà quello dell'ecclitica; il piano che col precedente forma l'angolo φ sarà quello dell'orbita: l'intersezione sarà la linea dei nodi; la $S\gamma$ sarà la retta che dal sole va al γ d'ariete. Sm rappresenterà il raggio vettore, ν' la longitudine, e $\nu - \beta$ l'argomento della latitudine dell'astro.

Si otterrà quindi l'angolo $\nu' - \alpha$ pei seni dei multipli di $\nu - \beta$, ponendo $x = \nu' - \alpha$, $y = \nu - \beta$, $m = \cos\varphi$, da cui $0 = \text{tang}^2 \frac{1}{2}\varphi$, onde l'equazione (7) darà

$$\nu' - \alpha = \nu - \beta + \Sigma \frac{(-1)^i}{i} \left(\text{tang} \frac{1}{2}\varphi\right)^{2i} \sin 2i(\nu - \beta)$$

Se si cerca invece l'angolo $\nu - \beta$ pei seni dei multipli di $\nu' - \alpha$, si farà $x = \nu - \beta$, $y = \nu' - \alpha$, $m = \frac{1}{\cos\varphi}$, da cui $0 = -\text{tang}^2 \frac{1}{2}\varphi$, per cui dalla (7) risulterà

$$\nu - \beta = \nu' - \alpha + \Sigma \frac{1}{i} \left(\text{tang} \frac{1}{2}\varphi\right)^{2i} \sin 2i(\nu' - \alpha)$$

§ III.

Termine generale dell'anomalia media per la vera.

Nell'antecedente paragrafo ho trattato un caso generale di sviluppo in funzione periodica, nel quale il coefficiente A_i è espresso per un integrale definito, di cui si conosce il valore in termini finiti. Negli esempi che seguono, il detto coefficiente generico è espresso per un integrale definito di cui non si conosce il valore in termini finiti. Però ricorrendo ad altro processo si ottiene il termine generale che si cerca, e dal valore ottenuto si può risalire alla determinazione dell'integrale definito corrispondente, espresso per una sommatoria.

Si cerchi primieramente il termine generale dell' anomalia media espressa pei seni dei multipli dell' anomalia vera con un processo che possa servir di guida nelle ulteriori ricerche. Dalla nota equazione differenziale esprimente la legge delle aree, che si verifica nel moto ellittico, si ha

$$\mathfrak{M} dz = \frac{dv}{(1 + e \cos v)^2}$$

in cui z, v sono le anomalie media e vera contate dal perielio, $\mathfrak{M} = (1 - e^2)^{-\frac{3}{2}}$, ed e è l'eccentricità.

Seguendo il processo indicato indietro si avrebbe

$$\mathfrak{M} \frac{dz}{dv} = A_0 + \Sigma A_i \cos iv \qquad (10)$$

essendo $A_i = \frac{2}{\pi} \int^{\pi} \frac{\cos iv}{(1 + e \cos v)^2} dv$, la Σ essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$.

L' integrale non essendo dato in termini finiti, si ricorrerà allo sviluppo in serie per le potenze di e che si suppone < 1. Si avrà

$$(1 + e \cos v)^{-2} = 1 + \Sigma (-1)^n (n+1) e^n \cos^n v$$

Si sostituisca per $\cos^n v$ il suo valore dato dall'espressione (4) e posto

$$\frac{e}{2} = \varepsilon \quad , \quad n - 2(m+1) = \alpha \quad , \quad \mathfrak{M} \frac{dz}{dv} - 1 = X$$

si avrà

$$X = \Sigma' (-1)^n (n+1) \varepsilon^n \cos nv + \Sigma \Sigma' (-1)^n (n+1) \varepsilon^n \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} \cos \alpha v$$

La Σ' essendo presa da $n = 1$ ad $n = \frac{1}{0}$, e la Σ da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$; ossia ponendo

$$(-1)^n (n+1) \varepsilon^n = P \quad , \quad (-1)^n (n+1) \varepsilon^n \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} = Q$$

sarà

$$X = \Sigma' P \cos nv + \Sigma \Sigma' Q \cos \alpha v$$

Si imagini la X rappresentata da una serie procedente pei coseni dei multipli di v, il cui termine generale sia indicato con $B_i \cos iv$, sarà $X = \Sigma' B_i \cos iv$

la Σ' essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. Seguendo l'andamento del paragrafo secondo, risulterà

$$B_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} X \cos iv \,.\, dv \quad \text{e quindi}$$

$$B_i = \frac{2}{\pi}\Sigma' P \int_0^{\pi} \cos nv \cos iv \,.\, dv + \frac{2}{\pi}\Sigma\Sigma' Q \int_0^{\pi} \cos \alpha v \cos iv \,.\, dv \,.$$

Nella escursione di n da 1 ad $\frac{1}{0}$ indicata da Σ', che affetta il primo termine del secondo membro, non potrà rimanere, in forza dell'accennata proprietà dell'integrale definito, che il termine risultante dall'unico valore $n = i$, e nel secondo termine non resteranno che i due valori risultanti da $n - 2(m+1) = i$ e da $n - 2(m+1) = -i$, ossia quei soli risultanti da $n = 2(m+1) + i$, $n = 2(m+1) - i$. Pei suddetti valori di n gli integrali diverranno eguali a $\frac{\pi}{2}$, scompariranno le sommatorie per n, e posto per brevità

$$2(m+1) + i = u \quad , \quad 2(m+1) - i = v$$

ed indicando con N_i ciò che diventa P per $n = i$ e con H_u, H_v ciò che diventa Q per $n = u$, $n = v$, si avrà

$$B_i = N_i + \Sigma H_u + \Sigma H_v \qquad (11)$$

nella quale sarà

$$N_i = (-1)^i (i+1)\varepsilon^i$$

$$H_u = (-1)^u (u+1)\varepsilon^u \frac{u(u-1)\ldots(u-m)}{1\,.\,2\ldots(m+1)}$$

$$H_v = (-1)^v (v+1)\varepsilon^v \frac{v(v-1)\ldots(v-m)}{1\,.\,2\ldots(m+1)}$$

Si scomponga la ΣH_v in tre parti, cioè

$$\Sigma H_v = \Sigma_1 H_v + H'_v + \Sigma_2 H_v \qquad (12)$$

la Σ_1 essendo presa da $m = 0$ ad $m = i-2$, la H'_v indicando il valore di H_v per $m = i-1$, e la Σ_2 essendo presa da $m = i$ ad $m = \frac{1}{0}$.

Si scomponga ulteriormente la $\Sigma_1 H_v$ in due parti, tanto pel caso di i numero pari, che pel caso di i numero dispari, cioè la prima da $m = 0$ ad $m = \frac{i}{2} - 1$.

e la seconda da $m = \frac{i}{2}$ ad $m = i - 2$ pel caso di i pari; e pel caso di i dispari la prima da $m = 0$ ad $m = \frac{i-1}{2} - 1$, e la seconda da $m = \frac{i-2}{2}$ ad $m = i - 2$. Essendo $\nu = 2m - (i-2)$ la Σ presa fra i limiti $m = 0$, $m = \frac{i}{2} - 1$ per i numero pari, o fra i limiti $m = 0$, $m = \frac{i-1}{2} - 1$ per i numero dispari è da escludersi, perchè nella detta escursione risulterebbero valori di ν negativi od eguali a zero, e quindi in contraddizione coll'ipotesi di $n > 0$ e quindi di $\nu > 0$. La seconda parte in cui fu scomposta la $\Sigma_1 H_\nu$ risulterà zero per sè stessa, giacchè la frazione $\frac{\nu(\nu-1)\ldots(\nu-m)}{1.2\ldots(m+1)}$ contenuta in H_ν a motivo di $\nu = 2m - (i-2)$ diventa zero per ciascuno dei valori di m nell'escursione da $m = \frac{i}{2}$ ad $m = i - 2$ per i numero pari e da $m = \frac{i-1}{2}$ ad $m = i - 2$ per i numero dispari, e ciò si avvera divenendo zero il numeratore senza che tale divenga il denominatore. Infatti il numeratore equivale al prodotto $(\nu - m)(\nu - m + 1)(\nu - m + 2) \ldots (\nu - 2)(\nu - 1)\nu$, quindi se i è numero pari pei valori di

$$m = i - 2 \quad , \quad i - 3 \quad , \quad \ldots . \frac{i}{2}$$

diventano rispettivamente zero i fattori del detto prodotto dal primo al terzultimo inclusivi. Se i è numero dispari pei valori di

$$m = i - 2 \quad , \quad i - 3 \quad , \quad \ldots . \frac{i-1}{2}$$

diventano rispettivamente zero i fattori stessi dal primo al penultimo inclusivi. Levato pertanto dalla formola (12) la $\Sigma_1 H_\nu$ ed avuto riguardo, che per $m = i - 1$ si ha $\nu = i$, e quindi $H'_\nu = N_i$, la stessa (12) diverrà

$$\Sigma H_\nu = N_i + \Sigma_2 H_\nu$$

Ma si ha, ponendo il valore di H_ν

$$\Sigma_2 H_\nu = \Sigma_2 (-1)^\nu (\nu + 1) \varepsilon^\nu \frac{\nu(\nu-1)\ldots(\nu-m)}{1.2\ldots(m+1)}$$

nella quale si potrà diminuire il primo limite della quantità i, purchè s'accresca la m della stessa i sotto il segno Σ. In tale ipotesi risulta $\nu = 2(m+1) + i = u$ e quindi

$$\Sigma_2 H_\nu = \Sigma (-1)^u (u + 1) \varepsilon^u \frac{u(u-1)\ldots(u-(m+i))}{1.2\ldots(m+i+1)}$$

Si ponga per brevità

$$\frac{u(u-1)\ldots(u-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)} = F$$

sarà

$$\frac{u(u-1)\ldots(u-m-i)}{1\cdot 2\ldots(m+i+1)} = F\,\frac{(u-m-1)(u-m-2)\ldots(u-m-i)}{((m+1)+1))\,((m+1)+2)\ldots((m+1)+i)}$$

Posto nel moltiplicatore della F in luogo di u il suo valore $2(m+1)+i$ si vedrà che esso equivale all'unità. Quindi si avrà $\Sigma_2 H_v = \Sigma H_u$; si avrà pertanto

$$B_i = 2(N_i + \Sigma H_u)$$

ossia $$B_i = 2\left\{(-1)^i(i+1)\varepsilon^i + \Sigma(-1)^u(u+1)\varepsilon^u\,\frac{u(u-1)\ldots(u-m)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}\right\}$$

Accrescendo di un'unità il primo limite e di altrettanto diminuita la m sotto Σ, ed osservando, che in tal caso si ha $u = 2m+i$, e $(-1)^{2m+i} = (-1)^i$, risulterà

$$B_i = 2\left\{(-1)^i(i+1)\varepsilon^i + \Sigma'(-1)^i\varepsilon^{2m+i}\,\frac{(m+i+1)(m+i+2)\ldots(m+i+(m+1))}{1\cdot 2\ldots m}\right\}$$

la Σ' essendo presa da $m=1$ ad $m=\frac{1}{0}$. Ma se si moltiplica la frazione compresa da Σ' sopra e sotto per $m+1$, e si osservi che tutta la funzione affetta da Σ' si riduce, per $m=0$, a $(-1)^i(i+1)\varepsilon^i$ si potranno fondere in un solo i due termini di cui consta la B_i, e si avrà

$$B_i = (-1)^i 2\varepsilon^i \Sigma(m+1)\varepsilon^{2m}\,\frac{(i+m+1)(i+m+2)\ldots(i+2m+1)}{1\cdot 2\ldots(m+1)}$$

essendo la Σ presa da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$. Siccome era $X = \Sigma' B_i \cos i\nu$, essendo Σ' presa da $i=1$ ad $i=\frac{1}{0}$, ed $X = \mathfrak{M}\frac{dz}{d\nu} - 1$, si otterrà

$$\mathfrak{M}\frac{dz}{d\nu} = 1 + \Sigma' B_i \cos i\nu$$

Se questa si paragona coll'espressione (10) risulta

$$\int_0^\pi \frac{\cos i\nu}{(1+e\cos\nu)^2}\,d\nu = \frac{\pi}{2}B_i \qquad (13)$$

Dall'integrale poi della (10), omessa la costante arbitraria, per essere $z = 0$ quando è $\nu = 0$, ed avuto riguardo al valore di $\mathfrak{M}$, si ottiene finalmente

$$z = (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \left\{ \nu + \Sigma' \frac{1}{i} B_i \sin i\nu \right\} \qquad (14)$$

la Σ' essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. La B_i costituirà, sviluppando la Σ', una serie indefinita procedente per le potenze pari o dispari di ε secondo che il numero i sarà esso stesso pari o dispari.

§ IV.

Termine generale dello sviluppo del logaritmo del raggio terrestre.

Nell'antecedente esempio si è dato il termine generale di uno sviluppo procedente per coseni dei multipli di un angolo; in questo e nel seguente paragrafo presento due esempi, uno relativo allo sviluppo per coseni di multipli pari di un angolo, l'altro relativo allo sviluppo per coseni di multipli dispari.

Nella stessa ipotesi del paragrafo secondo, num. 2, e ritenute le medesime denominazioni, si cerchi il termine generale dello sviluppo del logaritmo del raggio terrestre espresso per coseni dei multipli della latitudine geografica λ. Si era ivi ottenuta l'espressione $\operatorname{tang}\lambda = \frac{y}{n}$, e per essere $n = \frac{b^2}{a^2} x$, si trova $x \operatorname{tang}\lambda = \frac{a^2}{b^2} y$. Ma dall'equazione centrale dell'ellisse $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$, combinata colla precedente, si cava

$$x^2 = \frac{a^2 \cos^2\lambda}{1 - e^2 \sin^2\lambda} \quad , \quad y^2 = \frac{b^2}{a^2} \frac{b^2 \sin^2\lambda}{1 - e^2 \sin^2\lambda}$$

ove la e rappresenta l'eccentricità. Questi valori posti nell'equaz.^{e} $r^2 = x^2 + y^2$, danno

$$\left(\frac{r}{a}\right)^2 = \frac{1 - e^2(2 - e^2)\sin^2\lambda}{1 - e^2 \sin^2\lambda}$$

ossia, posto $e^2(2 - e^2) = c$, $e^2 = d$ e presi i logaritmi, risulta

$$2\, l\left(\frac{r}{a}\right) = l(1 - c \sin^2\lambda) - l(1 - d \sin^2\lambda)$$

Stante la piccolezza dell' eccentricità, si potranno sviluppare i logaritmi del secondo membro per le potenze di e, d, e raccolti i termini sotto una sommatoria presa da $n = 1$ ad $n = \frac{1}{0}$, indicata al solito con Σ', si avrà

$$l\left(\frac{r}{a}\right) = \Sigma' \frac{d^n - c^n}{2n} \sin^{2n}\lambda$$

Sostituito per $\sin^{2n}\lambda$ il valore che nasce dalla formola (2), e posto

$$n - (m+1) = \alpha \ , \ \frac{(-1)^n}{2n} \cdot \frac{d^n - c^n}{2^{2n}} = P,$$

$$\frac{(-1)^{n+m+1}}{2n} \cdot \frac{d^n - c^n}{2^{2n}} \cdot \frac{2n(2n-1) \ldots (2n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} = Q$$

si ottiene

$$l\left(\frac{r}{a}\right) = \Sigma' P \cos 2n\lambda + \Sigma\Sigma' Q \cos 2\alpha\lambda \qquad (15)$$

ove la Σ senza apice è presa rapporto ad m, ed indicherà, come anche nel seguito, che la sommatoria incomincia dal limite zero e progredisce indefinitamente. Siccome lo sviluppo di $l\left(\frac{r}{a}\right)$ procede evidentemente per coseni di multipli pari di λ, così sarà esso rappresentato da

$$l\left(\frac{r}{a}\right) = B_0 + \Sigma' B_{2i} \cos 2i\lambda \qquad (16)$$

la sommatoria essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. Seguendo il processo del paragrafo secondo, risulterà

$$B_{2i} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi l\left(\frac{r}{a}\right) \cos 2i\lambda \, . \, d\lambda$$

ed in forza dell' espressione (15)

$$B_{2i} = \frac{2}{\pi} \Sigma' P \int_0^\pi \cos 2n\lambda \cos 2i\lambda \, . \, d\lambda + \frac{2}{\pi} \Sigma\Sigma' Q \int_0^\pi \cos 2\alpha\lambda \cos 2i\lambda \, . \, d\lambda$$

Si osservi ora che dello sviluppo di Σ' non rimane, nella prima parte del valore di B_{2i}, che il termine risultante dal valore $n = i$, e nella seconda

non rimangono che i due termini risultanti da $\alpha = \pm i$, ossia risultanti dai valori

$$n = m + 1 + i \quad , \quad n = m + 1 - i$$

Posto per brevità $2(m+1+i) = u$, $2(m+1-i) = \nu$ si avrà

$$B_{2i} = N_i + \Sigma H_u + \Sigma H_v$$

nella quale sarà

$$N_i = \frac{(-1)^i}{2i} \cdot \frac{d^i - c^i}{2^{2i}}$$

$$H_u = \frac{(-1)^i}{u} \cdot \frac{d^{\frac{u}{2}} - c^{\frac{u}{2}}}{2^u} \cdot \frac{u(u-1) \ldots (u-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)}$$

$$H_v = \frac{(-1)^i}{\nu} \cdot \frac{d^{\frac{v}{2}} - c^{\frac{v}{2}}}{2^v} \cdot \frac{\nu(\nu-1) \ldots (\nu-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)}$$

Decomponendo, come si è fatto nel paragrafo terzo, la ΣH_v nelle tre parti $\Sigma_1 H_v + H'_v + \Sigma_2 H_v$, la Σ_1 essendo presa da $m = 0$ ad $m = 2(i-1)$, la H'_v indicando ciò che diventa H_v pel valore $m = 2i-1$ e la Σ_2 essendo presa da $m = 2i$ ad $m = \frac{1}{0}$, si vedrà facilmente: 1.° che la $\Sigma_1 H_v$ scompare, sia perchè i termini dovuti all'escursione di m, da $m = 0$ ad $m = i-1$, darebbero per v e quindi per n valori negativi o zero, contro l'ipotesi; sia perchè nell'ulteriore escursione di m, da $m = i$ ad $m = 2(i-1)$, la frazione che entra nella $\Sigma_1 H_v$ diventa eguale a zero; 2.° che la H'_v per $m = 2i-1$ si cambia nella N_i, e la $\Sigma_2 H_v$ diventa eguale a ΣH_u.
Si ottiene quindi, come nel citato paragrafo,

$$B_{2i} = 2(N_i + \Sigma H_u)$$

ossia, posti i valori di N_i, H_u

$$B_{2i} = 2\left\{\frac{(-1)^i}{2i} \cdot \frac{d^i - c^i}{2^{2i}} + \Sigma \frac{(-1)^i}{u} \cdot \frac{d^{\frac{u}{2}} - c^{\frac{u}{2}}}{2^u} \cdot \frac{u(u-1) \ldots (u-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)}\right\}$$

Accresciuto di un'unità il primo limite della sommatoria, e di altrettanto diminuita la m che entra nella funzione, si avrà

$$B_{2i} = (-1)^i \left\{\frac{d^i - c^i}{i\, 2^{2i}} + \Sigma' \frac{d^{i+m} - c^{i+m}}{(i+m)\, 2^{2(i+m)}} \cdot \frac{(u-2)(u-3) \ldots (u-(m+1))}{1 \cdot 2 \ldots m}\right\}$$

Moltiplicando la frazione affetta da Σ', sopra e sotto, per $(m+1)(u-1)$, [ed osservando che per $m=0$ la quantità sotto Σ' si cambia in $\frac{d^i - c^i}{i\,2^{2i}}$, si potrà sopprimere questo termine, riducendo a zero il primo limite della sommatoria, ed ottenersi l'espressione monomia

$$B_{2i} = (-1)^i \Sigma \frac{1+m}{i+m} \cdot \frac{d^{i+m} - c^{i+m}}{(2(i+m)+1)\,2^{2(i+m)}} \cdot \frac{(u-1)(u-2)\ldots(u-(m+1))}{1.2\ldots(m+1)}$$

in cui la sommatoria è presa da $m=0$ ad $m=\frac{i}{0}$.

L'equazione (16), in cui pongasi l'ottenuto valore di B_{2i}, ed avvertendo essere $B_0=0$, fornirà l'espressione generale del logaritmo di $\frac{r}{a}$ pei coseni dei multipli pari della latitudine λ.

§ V.

Termine generale dello sviluppo della latitudine eliocentrica.

Se nel triangolo sferico di cui si è parlato nel paragrafo secondo, num. 3, si chiama θ l'angolo che la retta Sm fa col piano fisso, il qual angolo nel moto di un astro intorno al sole rappresenta la latitudine eliocentrica, si avrà la relazione

$$\text{tang}\,\theta = \text{tang}\,\varphi \sin(\nu' - \alpha)$$

Trattasi ora di rappresentare con una espressione generale l'angolo θ pei seni dei multipli di $\nu' - \alpha$. Pongasi $\theta = x$, $\nu' - \alpha = y$, $\text{tang}\,\varphi = m$. Si differenzi l'equazione $\text{tang}\,x = m \sin y$, a cui si riduce la proposta, ritenendo m costante; e posto $\frac{m^2}{1+m^2} = \varepsilon$, $\sqrt{\{\varepsilon(1-\varepsilon)\}} = \mathfrak{M}$ si avrà

$$\frac{dx}{dy} = \mathfrak{M} \frac{\cos y}{1 - \varepsilon \cos^2 y} \qquad (17)$$

Essendo la ε quantità inferiore all'unità, si sviluppi la frazione per le potenze di ε, e raccolti i termini sotto una sommatoria presa da $n=0$ ad $n=\frac{1}{0}$, si avrà

$$\frac{dx}{dy} = \mathfrak{M} \Sigma \varepsilon^n \cos^{2n+1} y$$

Richiamata l'espressione (14) e posto $n-(m+1)=\alpha$, $\mathfrak{M}\frac{\varepsilon^n}{2^{2n+1}}=P$,

$$\mathfrak{M}\frac{\varepsilon^n}{2^{2n+1}}\frac{(2n+1)\,2n(2n-1)\,....\,(2n+1-m)}{1\,.\,2\,....\,(m+1)}=Q$$

la precedente diventa

$$\frac{dx}{dy}=\Sigma P\cos(2n+1)y+\Sigma\Sigma Q\cos(2n+1)y \qquad . \qquad (18)$$

la prima Σ essendo presa da $n=0$ od $n=\frac{1}{0}$ e le altre due relative ad m, n essendo prese fra gli stessi limiti zero ed infinito.

Dalla precedente equazione si rileva che lo sviluppo della $\frac{dx}{dy}$ procede per coseni dei multipli dispari di y, onde potrà rappresentarsi compendiosamente colla

$$\frac{dx}{dy}=\Sigma B_{2i+1}\cos(2i+1)y \qquad (19)$$

la sommatoria essendo presa da $i=0$ ad $i=\frac{1}{0}$. Col solito processo si avrà

$$B_{2i+1}=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi\frac{dx}{dy}\cos(2i+1)y\,.\,dy$$

ossia, postovi il valore dato dalla (17)

$$B_{2i+1}=\frac{2\mathfrak{M}}{\pi}\int_0^\pi\frac{\cos y\cos(2i+1)y}{1-\varepsilon\cos^2 y}\,.\,dy \qquad (20)$$

Ma questo integrale definito non essendo ottenibile sotto forma finita, come quello che entra nel valore di A_i del paragrafo secondo, si dovrà invece sostituire per $\frac{dx}{dy}$ il trovato valore (18), e si avrà

$$B_{2i+1}=\frac{2}{\pi}\;\Sigma\;P\int_0^\pi\cos(2n+1)y\;\cos(2i+1)y\,.\,dy$$

$$+\frac{2}{\pi}\,\Sigma\Sigma\,Q\int_0^\pi\cos(2\alpha+1)y\;\cos(2i+1)y\,.\,dy$$

Nello sviluppo della sommatoria relativa ai valori di $n=0,1,2....$ non rimane

nella prima parte dell'antecedente binomio che il termine dovuto ad $n=i$, e nella seconda non rimangono che i due termini risultanti da $2\alpha+1=\pm(2i+1)$ ossia quei soli provenienti da $n=m+1+i$, $n=m+1-i$. Posto $2(m+1+i)=u$, $2(m+1-i)=\nu$, si otterrà

$$B_{2i+1}=N_i+\Sigma H_u+\Sigma K_v$$

nella quale sarà

$$N_i=\mathfrak{M}\,\frac{\varepsilon^i}{2^{2i+1}}$$

$$H_u=\mathfrak{M}\,\frac{\varepsilon^{m+1+i}}{2^{u+1}}\cdot\frac{(u+1)\,u(u-1)\,....\,(u+1-m)}{1\,.\,2\,....\,(m+1)}$$

$$K_v=\mathfrak{M}\,\frac{\varepsilon^{m-i}}{2^{v-1}}\cdot\frac{(\nu-1)\,(\nu-2)\,....\,(\nu-1-m)}{1\,.\,2\,....\,(m+1)}$$

la sommatoria essendo presa da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$.

Si imagini decomposto il termine ΣK_v nelle tre parti

$$\Sigma_1 K_v+K_v'+\Sigma_2 K_v$$

ove Σ_1 è presa da $m=0$ ad $m=2i-1$, la K_v' essendo il valore di K_v per $m=2i$, e la Σ_2 essendo presa da $m=2i+1$ ad $m=\frac{1}{0}$. Seguendo il processo del paragrafo terzo risulterà facilmente: 1.° che $\Sigma_1 K_v$ scompare, sia perchè i valori di m da zero ad $i-1$ rendono negativa la n, contro l'ipotesi, sia perchè i successivi valori di m da i a $2i-1$ rendono alternativamente zero i fattori di cui consta il numeratore della frazione compresa in K_v; 2.° che risulta $K_v'=N_i$ ed inoltre $\Sigma_2 K_v=\Sigma H_u$, per cui si ottiene

$$B_{2i+1}=2\{N_i+\Sigma H_u\}$$

la quale, posti i valori di N_i, H_u, e ritenuto $u=2(m+1+i)$, si riduce a

$$B_{2i+1}=\mathfrak{M}\left\{\frac{\varepsilon^i}{2^{2i}}+\Sigma\,\frac{\varepsilon^{m+1+i}}{2^u}\cdot\frac{(u+1)\,u(u-1)\,....\,(u+1-m)}{1\,.\,2\,....\,(m+1)}\right\}.$$

Se in questa si accresce di un'unità il primo limite zero e si sostituisca $m-1$ in luogo di m, e si moltiplichi la frazione affetta dalla sommatoria sopra e sotto per $u(m+1)$, si vedrà che per $m=0$ tutta la quantità affetta dalla Σ si

riduce a $\frac{\varepsilon^i}{2^{2i}}$ e quindi si potrà ancora ridurre il primo limite a zero e scriversi semplicemente

$$B_{2i+1} = \mathfrak{M} \Sigma \frac{\varepsilon^{m+i}}{2^{2(m+i)}} \frac{m+1}{u} \cdot \frac{u(u-1) \ldots (u-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} . \qquad (21)$$

Questo secondo membro, ove si sostituisca $\frac{\pi}{2}$ alla $\mathfrak{M}$, fornirà il valore dell'integrale definito $\int_0^\pi \frac{\cos y \cos(2i+1)y}{1-\varepsilon \cos^2 y} . dy$, che entra nell'espressione (20),

Se si integra l'equazione (19), posti nella B_{2i+1} i corrispondenti valori di x, y ε, $\mathfrak{M}$ e fatto $2i+1 = d$, si avrà la latitudine θ espressa da

$$\theta = \Sigma \frac{\sin 2\varphi}{2d} \Sigma \frac{m+1}{2(m+1+i)} \left(\frac{\sin \varphi}{2}\right)^{2(m+i)} \cdot \frac{u(u-1) \ldots (u-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)}$$

le due sommatorie, di cui una è relativa ad i, e l'altra ad m, essendo prese fra gli stessi limiti zero e l'infinito.

§ VI.

Sviluppo in serie della radice di una equazione qualsivoglia; e termine generale dell'anomalia eccentrica per la media.

La ricerca del coefficiente generico di $\sin iz$ nello sviluppo dell'anomalia eccentrica E pei seni dei multipli dell'anomalia media z, desunta dalla equazione $z = E - e \sin E$, dipende dal teorema di Lagrange sulla risoluzione delle equazioni.

È noto che la formola

$$f(z) = f(y) + f'(y)\varphi(y) + \left(\frac{f'(y)\varphi^2(y)}{1 \cdot 2}\right)' + \left(\frac{f'(y)\varphi^3(y)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right)'' + \ldots . \qquad (22)$$

somministra una funzione qualsivoglia $f(z)$ della radice z dell'equazione $z = y + \varphi(z)$. In essa gli apici indicano derivate rispetto alla variabile y, e φ, f funzioni qualunque. Nel caso particolare in cui si cerchi la semplice radice z, ossia nel caso di $f(z) = z$, per cui si ha $f(y) = y$, $f'(y) = 1$, la precedente formola si riduce a

$$z = y + \varphi(y) + \left(\frac{\varphi^2(y)}{1 \cdot 2}\right)' + \left(\frac{\varphi^3(y)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right)'' + \ldots . \qquad (23)$$

Per la dimostrazione di queste formole si può vedere il paragrafo 60 della Memoria *Sui metodi d'approssimazione nella ricerca delle radici delle equazioni* pubblicata nel 1846, ed inserita nell'Appendice alle Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno 1847, ove, partendo dalla teoria delle *funzioni involute*, vedesi compreso nella dimostrazione delle stesse formole anche il criterio, sia per distinguere la specie della radice che si ottiene, sia per decidere della convergenza o divergenza della serie che la rappresenta.

Paragonata l'equazione $y = z - \varphi(z)$ colla $z = E - e \sin E$, si avrà $z = E$, $\varphi(z) = e \sin E$, $y = z$, quindi risulterà dalla (23), raccogliendo i termini sotto una sommatoria presa da $n = 1$ ad $n = \frac{1}{0}$,

$$E - z = \Sigma' \frac{e^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{d^{n-1} \sin^n z}{dz^{n-1}}$$

Ma dall'equazione (1), in cui facciasi $q = 0$, e pongasi $n - 2(m+1) = \alpha$, si ha

$$\frac{d^{n-1} \sin^n z}{dz^{n-1}} = \frac{1}{2^n} \left\{ n^{n-1} \sin nz + \Sigma (-1)^{m+1} \alpha^{n-1} \cdot \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} \sin \alpha z \right\}$$

Posto per compendio

$$\frac{e}{2} = \varepsilon \quad , \quad \frac{n^{n-1} \varepsilon^n}{1 \cdot 2 \ldots n} = P$$

$$\frac{(-1)^{m+1} \alpha^{n-1}}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} = Q$$

la trovata equazione diverrà

$$E - z = \Sigma' P \sin nz + \Sigma \Sigma' Q \sin \alpha z \qquad (24)$$

La differenza $E - z$ si imagini rappresentata da una serie procedente pei seni dei multipli di z, il cui termine generale si rappresenti con $A_i \sin iz$, si avrà

$$E - z = \Sigma' A_i \sin iz$$

la sommatoria essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. Moltiplicata questa per $\sin jz \cdot dz$ e preso l'integrale rispetto a z fra i limiti $0, \pi$ si avrà, analogamente a ciò che si è fatto nel paragrafo secondo,

$$\int_0^\pi (E - z) \sin jz \cdot dz = \Sigma' A_i \int_0^\pi \sin iz \sin jz \cdot dz$$

Per una proprietà degli integrali definiti, analoga a quella del citato paragrafo, risulta che l'integrale $\int_0^\pi \sin az \sin bz \, . \, dz$ è sempre zero pei valori di a, b fra loro diversi, ed è eguale a $\frac{\pi}{2}$ pel solo caso di $a = b$. Adunque nella escursione del numero i da uno all'infinito scompariranno tutti i termini della sommatoria, ad eccezione di quello in cui sarà $i = j$, pel quale l'integrale diverrà $\frac{\pi}{2}$. Si avrà quindi

$$A_i = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (E - z) \sin iz \, . \, dz$$

la quale, avuto riguardo all'equazione (24), si ridurrà a

$$A_i = \frac{2}{\pi} \Sigma' P \int_0^\pi \sin nz \sin iz \, . \, dz + \frac{2}{\pi} \Sigma \Sigma' Q \int_0^\pi \sin \alpha z \sin iz \, . \, dz \qquad (25)$$

La Σ' essendo presa da $n = 1$ ad $n = \frac{1}{0}$ e la Σ da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$. Dovendo la n essere una quantità maggiore di zero, nella sua escursione da 1 ad $\frac{1}{0}$ non resterà nel primo termine del valore di A_i, che quello dovuto ad $n = i$, e nel secondo non resteranno che due termini, l'uno per $n = 2(m+1)+i$, l'altro per $n = 2(m+1) - i$. Gli integrali si ridurranno a $\frac{\pi}{2}$, scompariranno le sommatorie relative ad n; quindi, posto $2(m+1)+i = u$, $2(m+1)-i = v$ ed indicando con N_i ciò che diventa P per $n = i$ e con H_u, K_v ciò che diventa Q rispettivamente per $n = u$, $n = v$ si avrà

$$A_i = N_i + \Sigma H_u + \Sigma K_v \qquad (26)$$

nella quale equazione, avuto riguardo al segno negativo introdotto da $\sin(-iz) = -\sin iz$, sarà

$$N_i = \frac{i^{i-1} \varepsilon^i}{1 \, . \, 2 \, \ldots \, i}$$

$$H_u = \frac{(-1)^{m+1} i^{u-1} \varepsilon^u}{1 \, . \, 2 \, \ldots \, u} \, . \, \frac{u(u-1) \, \ldots \, (u-m)}{1 \, . \, 2 \, \ldots \, (m+1)}$$

$$K_v = \frac{(-1)^{m+v-1} i^{v-1} \varepsilon^v}{1 \, . \, 2 \, \ldots \, v} \, . \, \frac{v(v-1) \, \ldots \, (v-m)}{1 \, . \, 2 \, \ldots \, (m+1)}$$

Qui pure risulterà, come nel paragrafo terzo, che scomposta la ΣK_ν nelle tre parti

$$\Sigma K_\nu = \Sigma_1 K_\nu + K'_\nu + \Sigma_2 K_\nu$$

la Σ_1 essendo presa da $m=0$ ad $m=i-2$, la K'_ν essendo il valore di K_ν per $m=i-1$ e Σ_2 essendo presa da $m=i$ ad $m=\frac{1}{0}$, scomparirà la prima parte, la seconda diverrà eguale ad N_i e si avrà

$$\Sigma K_\nu = N_i + \Sigma_2 K_\nu$$

Quindi ripetendo il processo del paragrafo terzo per ridurre a zero il primo limite di Σ_2 ed avvertendo che in tale riduzione risulta $\nu = 2(m+1)+i = u$, $(-1)^{m+\nu-1} = (-1)^{m+1+2(m+i)} = (-1)^{m+1}$ si avrà

$$\Sigma_2 K_\nu = \Sigma (-1)^{m+1} \frac{i^{u-1}\varepsilon^u}{1.2....u} \frac{u(u-1)....(u-m-i)}{1.2....(m+i+1)}$$

Ma essendosi già trovato indietro

$$\frac{u(u-1)....(u-(m+i))}{1.2....(m+i+1)} = \frac{u(u-1)....(u-m)}{1.2....(m+1)}$$

la quantità sotto il segno Σ si ridurrà ad H_u: quindi si avrà

$$\Sigma_2 K_\nu = \Sigma H_u \qquad \text{onde} \quad A_i = 2\{N_i + \Sigma H_u\}$$

Il valore di H_u si riduce più semplice osservando che col rovesciare i fattori si ha

$$1.2....u = u(u-1)....(u-m).\ 1.2....(u-m-1)$$

ove posto il valore $u = 2(m+1)+i$ si ottiene

$$1.2....u = u(u-1)....(u-m).\ 1.2....(m+i+1)$$

Quindi la frazione contenuta in H_u si ridurrà ad $\frac{1}{1.2....(m+i+1)}$. Avuto poscia riguardo al valore di N_i, si avrà

$$A_i = 2\left\{ \frac{i^{i-1}\varepsilon^i}{1.2....i} + \Sigma(-1)^{m+1} \frac{i^{u-1}}{1.2....(m+1)} \cdot \frac{\varepsilon^u}{1.2....(m+i+1)} \right.$$

Si accresca, come al solito, di un'unità il primo limite della Σ, diminuendo in pari tempo di uno la m nella funzione. Siccome la u si riduce a $2m+i$, così

alla sommatoria presa da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$, si potrà sostituire la

$$\Sigma'(-1)^m \frac{i^{2m+i-1}}{1.2....m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m+i}}{1.2....(m+i)}$$

essendo Σ' presa da $m=1$ ad $m=\frac{1}{0}$. Se si moltiplica la prima frazione sopra e sotto per $m+1$ e si osservi che la funzione così ridotta diventa eguale ad $\frac{i^{i-1}\varepsilon^i}{1.2..i}$, quando si faccia $m=0$, si avrà per A_i l'espressione monomia

$$A_i = 2\Sigma(-1)^m \frac{(m+1)i^{2m+i-1}}{1.2....(m+1)} \cdot \frac{\varepsilon^{2m+i}}{1.2....(m+i)} \qquad (27)$$

colla quale si otterrà

$$E-z = 2\Sigma'\Sigma \frac{(-1)^m(m+1)i^{2m+i-1}\varepsilon^{2m+i}}{1.2....(m+1).1.2....(m+i)} \sin iz$$

Il coefficiente generale di $\sin iz$ costituirà una serie indefinita procedente per potenze pari o dispari di ε, secondo che l'indice i sarà esso stesso pari o dispari, come vedesi dalla serie

$$\frac{2}{i}\frac{(i\varepsilon)^i}{1.2...i}\left\{1-\frac{(i\varepsilon)^2}{1.(i+1)}+\frac{(i\varepsilon)^4}{1.2.(i+1)(i+2)}-\frac{(i\varepsilon)^6}{1.2.3(i+1)(i+2)(i+3)}+....\right\}$$

§ VII.

Sviluppo del raggio vettore e termine generale corrispondente.

Per esprimere il coefficiente generale dello sviluppo di $\frac{r}{a}$ nell'equazione $\frac{r}{a}=1-e\cos E$, che fornisce la nota relazione fra il raggio vettore $=r$, il semi-asse maggiore $=a$, l'eccentricità $=e$, e l'anomalia eccentrica $=E$, si dovrà coll'equazione $z=E-e\sin E$ esprimere la funzione $\cos E$ per la z. Questa si ottiene ponendo nell'equazione (22), $z=E$, $f(z)=\cos E$, $y=z$, $f(y)=\cos z$, $f'(y)=-\sin z$, $\varphi(y)=\varphi(z)=e\cos z$, da cui

$$\cos E = \cos z - \left\{e\sin^2 z + \frac{e^2}{1.2}\frac{d\sin^3 z}{dz} + \frac{e^3}{1.2.3}\frac{d^2\sin^4 z}{dz^2} + ...\right\}$$

quindi

$$\frac{r}{a} = 1 - e\cos z + \frac{e^2}{1}\sin^2 z + \frac{e^3}{1.2}\frac{d\sin^3 z}{dz} + \ldots \qquad (28)$$

Fatto $\frac{r}{a} = \rho$, differenziata la precedente equazione rispetto a z, e raccolti i termini sotto una sommatoria, risulta

$$\frac{d\rho}{dz} = \Sigma' \frac{ne^n}{1.2\ldots n} \cdot \frac{d^{n-1}\sin^n z}{dz^{n-1}}$$

Posto quindi per la differenziale $(n-1)^{\text{esima}}$ il valore che risulta dall' equazione (1) per $q = 0$, e fatto

$$\frac{e}{2} = \varepsilon \quad , \quad n - 2(m+1) = \alpha \quad , \quad n\frac{n^{n-1}e^n}{1.2\ldots n} = nP$$

$$n\frac{(-1)^{m+1}\alpha^{n-1}}{1.2\ldots n} \cdot \frac{n(n-1)\ldots(n-m)}{1.2\ldots(m+1)} = nQ$$

si avrà

$$\frac{d\rho}{dz} = \Sigma' nP\sin nz + \Sigma\Sigma' nQ\sin \alpha z \qquad (29)$$

Pongasi

$$\frac{d\rho}{dz} = \Sigma' B_i \sin iz \qquad (30)$$

Impiegando il trovato valore di $\frac{d\rho}{dz}$ si avrà, come nei precedenti paragrafi,

$$B_i = \frac{2}{\pi}\Sigma' nP\int_0^\pi \sin nz\sin iz\,.\,dz + \frac{2}{n}\Sigma\Sigma' nQ\int_0^\pi \sin \alpha z\sin iz\,.\,dz$$

Questa espressione di B_i non differisce da quella di A_i, data dalla (25), se non in quanto P, Q hanno il fattore n. Ripetendo lo stesso processo che condusse all' espressione (26), si potrà da questa derivare immediatamente il valore di B_i, avvertendo che nel caso attuale la nP si cambia in iN_i, e la nQ per $n = 2(m+1) + i = u$ si cambia in uH_u e per $n = 2(m+1) - i = v$ si converte in vK_v. Si otterrà pertanto

$$B_i = iN_i + \Sigma uH_u + \Sigma vK_v$$

ove N_i, H_u, K_v avranno le stesse significazioni assunte nel paragrafo antecedente.

Se l'ultima sommatoria si scompone in tre parti, una relativa ai limiti $m = 0$, $m = i - 2$, l'altra dovuta al valore che assume K_v per $m = i - 1$, la terza relativa ai limiti $m = i$, $m = \frac{1}{0}$, si vedrà, come nel citato paragrafo, che la prima deve escludersi dal valore di $\Sigma \nu K_v$, che la seconda assume il valore iN_i, e la terza si cambia in $\Sigma u H_u$, per cui risulta

$$B_i = 2\{iN_i + \Sigma u H_u\}$$

Avuto riguardo al valore di N_i ed alla riduzione, che subisce la frazione contenuta in H_u, essendo $\frac{e}{2} = \varepsilon$, si ottiene

$$B_i = 2\left\{\frac{i^i \varepsilon^i}{1.2....i} + \Sigma u \frac{(-1)^{m+1} i^{u-1}}{1.2....(m+1)} \cdot \frac{\varepsilon^u}{1.2....(m+i+1)}\right\}$$

Finalmente, sostituito Σ' a Σ col crescere di un'unità il primo limite e col diminuire di altrettanto la m nella funzione, e fatto riflesso che moltiplicando poscia sopra e sotto per $m+1$ la funzione affetta da Σ' diventa $\frac{i^i \varepsilon^i}{1.2....i}$ per $m = 0$, sarà lecito fondere i due termini di cui consta B_i in una sola sommatoria presa ancora da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$. Si avrà quindi, rimesso per u il suo valore,

$$B_i = 2\Sigma \frac{(-1)^m (2m+i)(m+1) i^{2m+i-1}}{1.2....(m+1)} \cdot \frac{\varepsilon^{2m+i}}{1.2....(m+1)}$$

Integrata l'equazione (30), essendo C la costante arbitraria, e sostituito il valore di ρ, si avrà

$$\frac{r}{a} = C - \Sigma' \frac{1}{i} B_i \cos iz \qquad (31)$$

la sommatoria essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$. La costante C si determina, osservando che dessa è il valore di $\frac{r}{a}$, che trovasi indipendente dalle funzioni circolari lineari contenenti i multipli di z. Risulta dall'equazione (28), che questa parte indipendente è quella sola che nasce dallo sviluppo di $\sin^2 z$ pei multipli di z, la quale si riduce a $\frac{1}{2}$, giacchè le parti indipendenti da z, nei termini affetti dalle differenziali per z, scompaiono. Quindi le parti indipendenti da z si riducono ai soli termini $1 + \frac{e^2}{2}$, sarà quindi $C = 1 + 2\varepsilon^2$.

Quando la frazione $\frac{r}{a}$ si intenda immediatamente espressa da una serie periodica procedente pei coseni dei multipli di z, sarà essa rappresentata da

$$\frac{r}{a} = A_0 + \Sigma' A_i \cos iz$$

la sommatoria essendo presa da $i = 1$ ad $i = \frac{1}{0}$, ove sarà

$$A_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{r}{a} \cos iz \, . \, dz$$

Posto $E = x$, siccome sarà $\frac{r}{a} = 1 - e\cos x$, $z = x - e\sin x$, $dz = (1 - e\cos x)dx$, $iz = ix - ie\sin x$, così sarà

$$A_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} (1 - e\cos x)^2 \cos\{ix - ie\sin x\}\, dx$$

Confrontando questo valore col termine generale ottenuto, il valore dell'integrale definito sarà dato da

$$\int_0^{\pi} (1 - e\cos)^2 \cos i(x - e\sin x)\, dx = \pi B'_i$$

essendo

$$B'_i = \Sigma \frac{(-1)^{m+1}(2m+i)(m+1)\; i^{2(m-1)+i}\; \varepsilon^{2m+i}}{1\,.\,2\,\ldots\,(m+1)\,.\,1\,.\,2\,\ldots\,(m+i)}$$

la Σ essendo presa da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$. Sviluppata quest'ultima sommatoria si ha il valore di B'_i espresso da

$$-\frac{1}{i^2}\frac{(i\varepsilon)^i}{1\,.\,2\,\ldots\,i}\left\{i - \frac{(i+2)(i\varepsilon)^2}{1\,.\,(i+1)} + \frac{(i+4)(i\varepsilon)^4}{1\,.\,2(i+1)(i+2)} - \frac{(i+6)(i\varepsilon)^6}{1\,.\,2\,.\,3(i+1)(i+2)(i+3)} + \ldots\right\}$$

il quale costituisce una serie procedente per le potenze pari o dispari di ε secondo che pari o dispari sarà il numero i.

§ VIII.

Termine generale dello sviluppo del seno di un multiplo qualunque dell'anomalia eccentrica.

Avendo nel paragrafo sesto ottenuto il valore di E desunto dall'equazione $z = E - e \sin E$, si cerchi ora lo sviluppo di $\sin qE$ pei seni dei multipli di z, essendo q un numero intero qualunque. Dalla formola generale (22) si otterrà immediatamente

$$\sin qE - \sin qz = q\Sigma' \frac{e^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{d^{n-1} \sin^n z \cos qz}{dz^{n-1}}$$

la Σ' essendo presa da $n = 1$ ad $n = \frac{1}{0}$.

Pongasi in questa il valore della differenziale $(n-1)^{\text{esima}}$ fornito dall'espressione (1) e fatto $\frac{e}{2} = \varepsilon$, $n - 2(m+1) + q = \alpha$, $n - 2(m+1) - q = \beta$

$$\frac{(n+q)^{n-1} \varepsilon^n}{1 \cdot 2 \ldots n} = P \quad , \quad \frac{(n-q)^{n-1} \varepsilon^n}{1 \cdot 2 \ldots n} = Q$$

$$\frac{(-1)^{m+1} \alpha^{n-1} \varepsilon^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} = R$$

$$\frac{(-1)^{m+1} \beta^{n-1} \varepsilon^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \cdot \frac{n(n-1) \ldots (n-m)}{1 \cdot 2 \ldots (m+1)} = S$$

si avrà

$$\frac{2}{q} \{\sin qE - \sin qz\} = \Sigma' P \sin(n+q)z + \Sigma' Q \sin(n-q)z + \Sigma\Sigma' R \sin \alpha z + \Sigma\Sigma' S \sin \beta z$$

Si imagini rappresentato il primo membro con una serie procedente pei seni dei multipli successivi di z, col porre

$$\frac{2}{q} \{\sin qE - \sin qz\} = \Sigma' C_i \sin iz \qquad (32)$$

ove la Σ' è relativa al numero intero i. Seguendo il processo usato nel paragrafo sesto per la determinazione del valore di A_i, si otterrà per C_i il correlativo valore

$$C_i = \frac{2}{\pi} \Sigma' P \int_0^\pi \sin(n+q)z \sin iz \, . \, dz + \frac{2}{\pi} \Sigma' Q \int_0^\pi \sin(n-q)z \sin iz \, . \, dz + \frac{2}{\pi} \Sigma\Sigma' R \int_0^\pi \sin \alpha z \sin iz \, . \, dz + \frac{2}{\pi} \Sigma\Sigma' S \int_0^\pi \sin \beta z \sin iz \, . \, dz$$

ove la Σ' è relativa ad n, e la Σ ad m.

Si distinguano in questa tre casi, cioè di $q < i$, $q > i$, $q = i$.

1.° Pel caso di $q < i$ pongasi

$$i+q=\theta \quad , \quad 2(m+1)+\theta=h \quad , \quad 2(m+1)-\theta=k$$
$$i-q=\omega \quad , \quad 2(m+1)+\omega=r \quad , \quad 2(m+1)-\omega=s$$

e ritengansi alle lettere N, H, K le stesse significazioni ammesse nel paragrafo sesto, cambiandovi opportunamente le lettere al piede. Dovendo nella espressione di C_i essere $n > 0$ e perciò escludersi tutti i termini in cui il valore di n risulterebbe negativo, il primo termine di C_i si ridurrà al valore che assume la P per $n+q=i$, ossia per $n=\omega$; scomparirà la sommatoria per n e l'integrale diverrà $\frac{\pi}{2}$. Ma per $n=\omega$ la P diventa

$$\frac{i^{\omega-1}\,\varepsilon^{\omega}}{1.2\,....\,\omega}=N_{\omega}$$

Il secondo termine di C_i si ridurrà al valore che assume Q per $n-q=i$, ossia per $n=\theta$. Questo valore sarà dato da

$$\frac{i^{\theta-1}\,\varepsilon^{\theta}}{1.2\,....\,\theta}=N_{\theta}$$

Il terzo termine si ridurrà ai due valori che deve assumere la R tanto per $\alpha=n-2(m+1)+q=i$, ossia per $n=2(m+1)+\omega=r$, quanto per $\alpha=n-2(m+1)+q=-i$, ossia per $n=2(m+1)-\theta=k$. Pel primo valore di n la R si ridurrà a

$$\frac{(-1)^{m+1}\,i^{r-1}\,\varepsilon^{r}}{1.2\,....\,r}\cdot\frac{r(r-1)\,....\,(r-m)}{1.2\,....\,(m+1)}=H_r$$

pel secondo, avuto riguardo al segno $-$ introdotto da $\sin(-iz)$ si ridurrà a

$$\frac{(-1)^{m+k-1}\,i^{k-1}\,\varepsilon^{k}}{1.2\,..\,k}\cdot\frac{k(k-1)\,....\,(k-m)}{1.2\,...\,(m+1)}=K_k$$

Il quarto termine si ridurrà ai due valori di S per $\beta=n-2(m+1)-q=\pm i$, ossia per $n=2(m+1)+\theta=h$, $n=2(m+1)-\omega=s$. Pel primo valore di n la S si riduce a

$$\frac{(-1)^{m+1}\,i^{h-1}\,\varepsilon^{h}}{1.2\,....\,h}\cdot\frac{h(h-1)\,....\,(h-m)}{1.2\,....\,(m+1)}=H_h$$

e pel secondo, avuto riguardo al segno — introdotto da $\sin(-iz)$, si riduce a

$$\frac{(-1)^{m+s-1}\, i^{s-1}\, \varepsilon^s}{1.2....s} \cdot \frac{s(s-1)....(s-m)}{1.2....(m+1)} = K_s$$

Raccogliendo le varie espressioni e separando i termini contenenti θ od ω, si avrà

$$C_i = \{N_0 + \Sigma H_h + \Sigma K_k\} + \{N_\omega + \Sigma H_r + \Sigma K_s\}$$

Senza ripetere il processo del paragrafo sesto, si osservi che nella precedente espressione il primo trinomio non differisce da quello che rappresenta il valore di A_i del citato paragrafo, se non in quanto le lettere i, u, v si cambiano rispettivamente in θ, h, k, ed il secondo trinomio non differisce, se non in quanto le precedenti lettere sono rimpiazzate rispettivamente dalle ω, r, s. Quindi dal valor finale di A_i, dato dalla (27), si dedurrà il valor finale di C_i cambiando la i che accompagna la m successivamente colle lettere θ, ω. Raccogliendo sotto la stessa sommatoria per m i valori risultanti dai due trinomj, si otterrà

$$C_i = \frac{2}{i} \Sigma \frac{(-1)^m (m+1)\, (i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \frac{(i\varepsilon)^\theta}{1.2....(m+\theta)} + \frac{(i\varepsilon)^\omega}{1.2....(m+\omega)} \right\}$$

2.° Pel caso di $q > i$ si ritenga alle lettere θ, h, k la stessa significazione precedente, e si ponga

$$q - i = \varpi \quad , \quad 2(m+1) + \varpi = \rho \quad , \quad 2(m+1) - \varpi = \sigma$$

Dovendo essere $n > 0$, ed escludersi dal valore di C_i tutti i termini in cui risulterebbe n zero o negativa, dovrà il 1.° termine di C_i scomparire, giacchè la n diventa negativa, tanto per $n + q = i$, quanto per $n + q = -i$. Il 2.° termine si ridurrà ai due valori, che assume Q per $n - q = \pm i$, ossia per $n = i + q = \theta$, $n = q - i = \varpi$. Pel primo valore di n la Q diventa

$$\frac{i^{\theta-1}\, \varepsilon^\theta}{1.2....\theta} = N_\theta$$

e pel secondo, avuto riguardo al segno — introdotto da $\sin(-iz)$, diventa

$$(-1)^\varpi \frac{i^{\varpi-1}\, \varepsilon^\varpi}{1.2....\varpi} = (-1)^\varpi N_\varpi$$

Il 3.° termine di C_i si ridurrà ai due valori che assume la R per

$$\alpha = n - 2(m+1) + q = \pm i \, ,$$

ossia per $\quad n = 2(n+1) - \varpi = \sigma \quad , \quad n = 2(m+1) - \theta = k$.

Pel primo valore di n la R diventa

$$\frac{(-1)^{m+1}\, i^{\sigma-1}\, \varepsilon^{\sigma}}{1.2....\sigma} \cdot \frac{\sigma(\sigma-1)....(\sigma-m)}{1.2....(m+1)} = (-1)^{\sigma} K_{\sigma}$$

Pel secondo, avuto riguardo al segno $-$ introdotto da $\sin(-iz)$, diventa

$$\frac{(-1)^{m+k-1}\, i^{k-1}\, \varepsilon^{k}}{1.2....k} \cdot \frac{k(k-1)....(k-m)}{1.2....(m+1)} = K_{k}$$

Il 4.° termine di C_i si riduce ai due valori che assume S per $\beta = n - 2(m+1) - q = \pm i$, ossia per $n = 2(m+1) + \theta = h$, $n = 2(m+1) + \varpi = \rho$. Pel primo valore di n la S diventa

$$\frac{(-1)^{m+1}\, i^{h-1}\, \varepsilon^{h}}{1.2....h} \cdot \frac{h(h-1)....(h-m)}{1.2....(m+1)} = H_{h}$$

pel secondo, avuto riguardo al segno $-$ introdotto da $\sin(-iz)$, si riduce a

$$(-1)^{\varpi} \frac{(-1)^{m+1}\, i^{\rho-1}\, \varepsilon^{\rho}}{1.2....\rho} \cdot \frac{\rho(\rho-1)....(\rho-m)}{1.2....(m+1)} = (-1)^{\varpi} H_{\rho}$$

Raccogliendo gli ottenuti valori si ottiene

$$C_i = N_0 + \Sigma H_h + \Sigma K_k + (-1)^{\varpi} \{ N_{\varpi} + \Sigma H_{\rho} + \Sigma K_{\sigma} \}$$

Ripetendo quindi ciò che si è detto al numero primo, rispetto ai due trinomj che contiene C_i, si avrà pel caso di $q > i$

$$C_i = \frac{2}{i} \Sigma \frac{(-1)^{m}(m+1)\,(i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \frac{(i\varepsilon)^{\theta}}{1.2....(m+\theta)} \pm \frac{(i\varepsilon)^{\varpi}}{1.2....(m+\varpi)} \right\}$$

nella quale vale il segno $+$, od il segno $-$, secondo che ϖ è numero pari o dispari.

3.° Finalmente pel caso di $q = i$, pongasi

$$i + q = 2i = \theta \quad , \quad 2(m+1) + \theta = h \quad , \quad 2(m+1) - \theta = k \quad , \quad 2(m+1) = r$$

Non potendo n essere negativa, nè zero, il 1.° termine di C_i sarà da escludersi, giacchè pei valori di $n + i = \pm i$ risultano per n valori o zero o negativi. Il 2.° termine di C_i per $n - i = \pm i$, ossia per $n = \theta$, $n = 0$, si riduce al solo valore che assume la Q per $n = \theta$, il quale è espresso da

$$\frac{i^{\theta-1}\, \varepsilon^{\theta}}{1.2....\theta} = N_{\theta}$$

Il 3.° termine di C_i si riduce ai due valori che deve assumere la R per $\alpha = n - 2(m+1) + i = \pm i$, ossia ai due valori risultanti da $n = 2(m+1) = r$, $n = 2(m+1) - 0 = k$. Pel primo valore di n la R diventa

$$\frac{(-1)^{m+1}\, i^{r-1}\, \varepsilon^r}{1.2 \ldots r} \cdot \frac{r(r-1) \ldots (r-m)}{1.2 \ldots (m+1)} = H_r$$

pel secondo, avuto riguardo al segno — introdotto da $\sin(-iz)$, diventa

$$\frac{(-1)^{m+k-1}\, i^{k-1}\, \varepsilon^k}{1.2 \ldots k} \cdot \frac{k(k-1) \ldots (k-m)}{1.2 \ldots (m+1)} = K_k$$

Il 4.° termine di C_i si riduce ai due valori che deve assumere la S per $\beta = n - 2(m+1) - i = \pm i$, ossia per $n = 2(m+1) + 0 = h$, $n = 2(m+1) = r$. Pel primo valore la S diventa

$$\frac{(-1)^{m+1}\, i^{h-1}\, \varepsilon^h}{1.2 \ldots h} \cdot \frac{h(h-1) \ldots (h-m)}{1.2 \ldots (m+1)} = H_h$$

pel secondo, avuto riguardo al segno — introdotto da $\sin(-iz)$, diventa

$$\frac{(-1)^{m+r-1}\, i^{r-1}\, \varepsilon^r}{1.2 \ldots r} \cdot \frac{r(r-1) \ldots (r-m)}{1.2 \ldots (m+1)} = K_r$$

Essendo $r = 2m+2$, risulterà $K_r = H_r$, quindi raccogliendo i termini si avrà

$$C_i = \{N_0 + \Sigma H_h + \Sigma K_k\} + 2\Sigma H_r$$

Il primo trinomio si ridurrà, come nei due precedenti casi, a

$$2\Sigma \frac{(-1)^m\, (m+1)\, i^{2m-1}\, \varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)} \cdot \frac{(i\varepsilon)^0}{1.2 \ldots (m+0)}$$

ed il termine contenente H_r si dedurrà dal valore di ΣH_n del paragrafo sesto, cambiando nel risultato la lettera u in r e si avrà

$$2\Sigma H_r = 2\Sigma' \frac{(-1)^m\, i^{2m-1}}{1.2 \ldots m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots m}$$

la Σ' essendo presa da $m = 1$ ad $m = \frac{1}{0}$.

Raccogliendo quindi si avrà pel caso di $q = i$

$$C_i = 2\Sigma \frac{(-1)^m (m+1)\, i^{2m-1}\, \varepsilon^{2m}}{1.2....(m+1)} \cdot \frac{(i\varepsilon)^0}{1.2....(m+0)} + 2\Sigma' \frac{(-1)^m\, i^{2m-1}\, \varepsilon^{2m}}{1.2....m \,.\, 1.2....m}$$

Per compenetrare i due termini sotto una sola sommatoria si moltiplichi la frazione affetta da Σ' sopra e sotto per $(m+1)(m+1)$. Si riduca il primo limite di Σ' a zero e vi si sottragga ciò che la stessa frazione diventa per $m = 0$. Si otterrà

$$C_i = \frac{2}{i}\left\{ \Sigma \frac{(-1)^m (m+1)(i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \frac{(i\varepsilon)^0}{1.2....(m+0)} + \frac{m+1}{1.2....(m+1)} \right\} - 1 \right\}$$

Le tre espressioni di C_i corrispondenti ai tre distinti casi possono compenetrarsi in una sola adottando per convenzione, che la lettera ω rappresenti la differenza fra i e q presa sempre positivamente. Ritenuto $i+q = 0$ ed $\omega = 0$ quando risulti $i = q$, sarà facile ottenersi l'espressione generale

$$C_i = \frac{2}{i} \Sigma \frac{(-1)^m (m+1)(i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \frac{(i\varepsilon)^0}{1.2....(m+0)} \pm \frac{(m+1)(i\varepsilon)^{\omega}}{1.2....(m+\omega)\,.\,(m+1)} \right\}$$

$$- \frac{2}{i} \cdot \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin qz \sin iz \,.\, dz$$

In questa deve prendersi il segno $+$ pei due casi di $i > q$, $i = q$; e pel caso di $i < q$ deve pigliarsi il segno $+$ od il $-$ secondo che la differenza ω sarà pari o dispari. Ciò ritenuto, e posto $C_i = \frac{2}{i} D_i$, si avrà dalla espressione (32)

$$\sin qE = \sin qz + \Sigma' \frac{qD_i}{i} \sin iz \qquad (33)$$

È facile mostrare che questa si riduce a

$$\sin qE = \Sigma' G_i \sin iz \qquad (34)$$

essendo

$$G_i = \frac{q}{i} \Sigma \frac{(-1)^m (m+1)(i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \frac{(i\varepsilon)^0}{1.2....(m+0)} \pm \frac{(m+1)(i\varepsilon)^{\omega}}{(m+1)\,.\,1.2....(m+\omega)} \right\} \qquad (35)$$

ove il segno $+$ avrà luogo per tutti i valori di q minori od eguali ad i, ed avrà luogo il $+$ od il $-$, nel caso di $q > i$, secondo che la differenza positiva ω sarà pari o dispari, la sommatoria essendo presa da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$.

Infatti osservando che nella (33) deve scomparire il termine $\sin qz$ per tutti i valori di i, tranne per $i=q$, si potrà ad esso sostituire il termine

$$\frac{2}{\pi}\sin qz\int_0^{\pi}\sin qz\sin iz\,.\,dz$$

Si avrà quindi dalla (33)

$$\sin qE=\Sigma'\left\{\frac{qD_i}{i}+\frac{2}{\pi}\sin qz\int_0^{\pi}\sin qz\sin iz\,.\,dz\right\}\sin iz$$

ossia avuto riguardo al valore di D_i

$$\sin qE=\Sigma' G_i\sin iz+\frac{2}{\pi}\Sigma' K$$

ove si è fatto

$$K=\left\{\sin qz-\frac{q}{i}\sin iz\right\}\int_0^{\pi}\sin qz\sin iz\,.\,dz$$

Ora nella escursione di i indicata da Σ', quando la i avrà valori diversi di q, risulterà zero l'integrale, e quando sarà $i=q$ risulterà zero il moltiplicatore dell'integrale, e perciò sarà $\Sigma' K=0$ e si avrà l'equazione generale (34).
L'espressione di G_i data dalla (35), sviluppando la sommatoria per m, fornirà una serie procedente per le potenze pari di ε quando i numeri i,q saranno entrambo pari od entrambo dispari e procederà per le potenze dispari di ε quando l'un di essi sia pari e l'altro dispari.

§ IX.

Equazione del centro, e termine generale del suo sviluppo.

Dai risultamenti dei precedenti paragrafi si potrà con somma facilità desumere il termine generale dello sviluppo dell'equazione del centro, ossia della differenza $v-z$. Dall'equazione (9), in cui pongasi $i=q$, risulta

$$v-E=2\Sigma'\frac{R^q\sin qE}{q}$$

la Σ' essendo presa da $q=1$ a $q=\frac{1}{0}$.
Avuto riguardo al valore di E ottenuto nel paragrafo sesto, e di $\sin qE$ dato

dall'equazione (34), entrambi espressi pei seni dei multipli di z, si otterrà, raccolti i termini sotto la stessa sommatoria per i,

$$v - z = \Sigma' \frac{2}{i} (Y + Z) \sin iz \qquad (36)$$

nella quale sarà

$$Y = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m+i}}{1.2....(m+1).1.2....(m+i)}$$

$$Z = \Sigma\Sigma' \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2...(m+1)} R^q \left\{ \frac{(i\varepsilon)^\vartheta}{1.2....(m+\vartheta)} \pm \frac{(i\varepsilon)^\omega}{1.2....(m+\omega)} \right\}$$

Le sommatorie Σ sono prese da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$ e la Σ' da $q = 1$ a $q = \frac{1}{0}$. Si prova facilmente che l'espressione (36) si riduce a

$$v - z = \Sigma' H_i \sin iz \qquad (37)$$

essendo Σ' relativa ad i, ed ove è

$$H_i = \frac{2}{i} \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \left\{ \Sigma \frac{(e\rho)^q (i\varepsilon)^\vartheta}{1.2....(m+\vartheta)} \pm \Sigma' \frac{(e\rho)^q (i\varepsilon)^\omega}{1.2....(m+\omega)} \right\} \qquad (38)$$

La prima Σ di H_i è presa da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$, la seconda da $q = 0$ a $q = \frac{1}{0}$ e la Σ' da $q = 1$ a $q = \frac{1}{0}$. In essa è $\rho = \frac{1}{1 + \sqrt{(1-e^2)}}$, ed ω esprime la differenza fra i e q assunta positivamente. Pel caso di $q = i$, che darebbe $\omega = 0$, si dovrà moltiplicare sopra e sotto per $m+1$ la frazione affetta da Σ'. Avrà luogo il segno $+$ per tutti i valori di q non maggiori di i, e pei valori di $q > i$ avrà luogo il $+$ od il $-$ secondo che ω sarà pari o dispari. Infatti dalla sostituzione di Y, Z nella (36) risulta primieramente

$$H_i = \frac{2}{i} \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} \cdot V$$

essendo

$$V = \frac{(i\varepsilon)^i}{1.2....(m+i)} + \Sigma' \frac{R^q (i\varepsilon)^\vartheta}{1.2....(m+\vartheta)} \pm \Sigma' \frac{R^q (i\varepsilon)^\omega}{1.2....(m+\omega)}$$

Ma siccome il primo termine di V è eguale al valore, che assume la quantità affetta da Σ' del secondo termine, pel caso di $q = 0$, così entrambi si fonderanno in un solo affetto da una sommatoria per q presa da $q = 0$ a $q = \frac{1}{0}$. Inoltre si osserverà essere $R = e\rho$.

Quando si voglia esprimere il valore di H_i per una serie procedente per le potenze di ε, si dovrà sviluppare ρ^q per le dette potenze, ossia vi si dovrà sostituire l'espressione

$$\rho^q = \frac{1}{2^q}\left\{1 + q\sum' \frac{(q+r+1)(q+r+2)\ldots(q+2r-1)}{1.2\ldots r}\varepsilon^{2r}\right\}$$

ove la sommatoria sarà presa da $r=1$ ad $r=\frac{1}{0}$.

Dall'equazione (37) si potrà desumere il valore di H_i espresso per un integrale definito, collo stesso processo, che nel paragrafo sesto ha servito per la determinazione di A_i. Risulterà

$$H_i = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}(\nu - z)\sin iz\,.\,dz$$

la quale, coll'integrazione per parti, e coll'avvertenza che ai due limiti $z=0$, $z=\pi$ la differenza $\nu - z$ diventa zero, si riduce a

$$H_i = \frac{2}{i\pi}\int_0^{\pi}\cos iz\,d(\nu - z)$$

Posto $E=x$, dalla $z = x - e\sin x$ si avrà

$$d(\nu - z) = d\nu - (1 - e\cos x)\,dx$$

Ma dall'equazione fondamentale

$$\tan\frac{1}{2}\nu = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{1}{2}x$$

si cava $\cos^2\frac{1}{2}\nu = \frac{(1-e)\cos^2\frac{1}{2}x}{1-e\cos x}$. Questo valore, posto nella differenziale della precedente, fornisce $d\nu = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{1-e\cos x}dx$. Quindi

$$d(\nu - z) = \left\{\frac{\sqrt{(1-e^2)} - (1-e\cos x)^2}{1-e\cos x}\right\}dx$$

Si otterrà pertanto l'integral definito espresso da

$$\int_0^{\pi}\left\{\sqrt{(1-e^2)} - (1-e\cos x)^2\right\}\frac{\cos(ix - ie\sin x)}{1-e\cos x}\,dx = \frac{i\pi}{2}H_i$$

ove si dovrà sostituire ad H_i il trovato valore (38).

§ X.

Sviluppo del termine generale dell'equazione del centro.

Dallo sviluppo della quantità rappresentata nel paragrafo precedente con H_i dipende quello del termine generale dell'equazione del centro. La forma che in tal caso assume l'espressione di H_i è meno semplice, ma si presta meglio al confronto da istituirsi fra il risultato ottenuto indietro e quelli già noti e raggiunti per altra via. A questo scopo, rimesso nella trovata formola (38) R in luogo di $e\rho$, si vedrà facilmente che la sommatoria per q affetta dal doppio segno, avuto riguardo ai valori di δ, ω, si scompone nelle due seguenti

$$\Sigma_1 \frac{R^q (i\varepsilon)^{i-q}}{1.2....(m+i-q)} + \Sigma_2 \frac{(-1)^{q-i} R^q (i\varepsilon)^{q-i}}{1.2....(m+q-i)}$$

ove Σ_1 è presa da $q=1$ a $q=i$, e la Σ_2 da $q=i+1$ a $q=\frac{1}{0}$. La seconda di queste sommatorie, col diminuire di $i+1$ il 1.° limite e coll'accrescere di altrettanto la q nella funzione, equivale a

$$\Sigma \frac{(-1)^{q+1} R^{q+i+1} (i\varepsilon)^{q+1}}{1.2....(m+q+1)}$$

Perciò il termine affetto dal doppio segno nella (38), ossia la sommatoria

$$\pm \Sigma' \frac{(e\rho)^q (i\varepsilon)^\omega}{1.2....(m+\omega)}$$

si riduce al binomio

$$\Sigma_1 \frac{R^q (i\varepsilon)^{i-q}}{1.2....(m+i-q)} + \Sigma \frac{(-1)^{q+1} R^{q+i+1} (i\varepsilon)^{q+1}}{1.2....(m+q+1)}$$

Posto questo valore nella (38), rimesso $e\rho$ in luogo di R, fatto per compendio

$$\frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2....(m+1)} = M$$

ed avuto riguardo al fattor comune e^i ed al valore di ε, si avrà

$$H_i = 2e^i \{ Q + R + S \} \qquad (39)$$

nella quale sarà

$$Q = \Sigma_1 \Sigma M \frac{i^{i-q-1}}{1.2....(m+i-q)} \cdot \frac{\rho^q}{2^{i-q}}$$

$$R = \Sigma \Sigma M \frac{i^{i+q-1}}{1.2....(m+i+q)} \cdot \frac{\rho^q e^{2i}}{2^{i+q}}$$

$$S = \Sigma \Sigma M \frac{i^q}{1.2....(m+q+1)} \cdot \frac{(-1)^{q+1} \rho^{q+i+1} e^{2(q+1)}}{2^{q+1}}$$

ove nella prima espressione Σ_1 è presa da $q=1$ a $q=i$ e la Σ da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$ e nelle altre due, una sommatoria Σ è presa da $q=0$ a $q=\frac{1}{0}$, e l'altra da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$.

Si indichi con n un numero qualunque della serie $0, 1, 2, \ldots$, e ritenuto per Σ la sommatoria relativa a valori di m della stessa serie, si ponga

$$\Sigma M \frac{i^{n-1}}{1.2....(m+n)} = P_n$$

colla solita avvertenza, che pel caso di $n=0$ abbia a moltiplicarsi la frazione contenuta in P_n sopra e sotto per $m+1$, per comprendere il caso di $m=0$. Fatto successivamente nel valore di P_n, $n=i-q$, $n=i+q$, $n=q+1$, e posto

$$\frac{1}{2^{i-q}} = A_q \quad , \quad \frac{e^{2q}}{2^{i+q}} = B_q \quad , \quad \frac{(-1)^{q+1} e^{2(q+1)}}{2^{q+1}} = C_q$$

le precedenti espressioni diverranno

$$Q = \Sigma_1 P_{i-q} A_q \rho^q$$

$$R = \Sigma P_{i+q} B_q \rho^q$$

$$S = \Sigma P_{q+1} C_q \rho^{i+q+1}$$

ove Σ_1 è presa da $q=1$ a $q=i$, e la Σ da $q=0$ a $q=\frac{1}{0}$.

Sviluppate le precedenti sommatorie ed ordinati i termini secondo gli indici crescenti di P si avrà

$$Q = P_0 A_i \rho^i + P_1 A_{i-1} \rho^{i-1} + P_2 A_{i-2} \rho^{i-2} + \ldots + P_{i-1} A_1 \rho$$

$$R = P_i B_0 + P_{i+1} B_1 \rho + P_{i+2} B_2 \rho^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$S = P_1 C_0 \rho^{i+1} + P_2 C_1 \rho^{i+2} + P_3 C_2 \rho^{i+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Posti questi valori nell'espressione (39) e raccolti i termini, risulta

$$\begin{aligned} H_i : 2e^i = {} & P_0 A_i \rho^i + P_1 (A_{i-1} \rho^{i-1} + C_0 \rho^{i+1}) \\ & + P_2 (A_{i-2} \rho^{i-2} + C_1 \rho^{i+2}) \\ & \vdots \\ & + P_{i-1} (A_1 \rho + C_{i-2} \rho^{2i-1}) \\ & + P_i \quad (B_0 \rho^0 + C_{i-1} \rho^{2i}) \\ & + P_{i+1} (B_1 \rho + C_i \rho^{2i+1}) \\ & + P_{i+2} (B_2 \rho^2 + C_{i+1} \rho^{2i+2}) \\ & \vdots \end{aligned}$$

ove la serie dei termini in linea verticale procede indefinitamente.
Avuto riguardo ai valori che assumono A_q, B_q, C_q, a seconda dei diversi valori dell'indice q, per cui risulta

$$\begin{array}{lll} A_i = 1 \quad , & B_0 = \frac{1}{2^i} \quad , & C_0 = -\frac{e^2}{2} \\ A_{i-1} = \frac{1}{2} \quad , & B_1 = \frac{e^2}{2^{i+1}} \quad , & C_1 = \frac{e^4}{2^2} \\ A_{i-2} = \frac{1}{2^2} \quad , & B_2 = \frac{e^4}{2^{i+2}} \quad , & C_2 = \frac{e^6}{2^3} \\ A_{i-3} = \frac{1}{2^3} \quad , & B_3 = \frac{e^6}{2^{i+3}} \quad , & C_3 = -\frac{e^8}{2^4} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_1 = \frac{1}{2^{i-1}} & & \end{array}$$

il precedente rapporto sarà dato da

$$\begin{aligned} H_i : 2e^i = {} & P_0 \rho^i + \frac{1}{2} P_1 V_1 + \frac{1}{2^2} P_2 V_2 + \ldots + \frac{1}{2^i} P_i V_i \\ & + \frac{1}{2^{i+1}} P_{i+1} W_1 \qquad (40) \\ & + \frac{1}{2^{i+2}} P_{i+2} W_2 \\ & \vdots \end{aligned}$$

ove la serie dei termini nella linea verticale procederà indefinitamente. Le quantità

$$V_1 \ , \ V_2 \ , \ V_3 \ \ldots . \ V_i$$

dipenderanno dalla generica

$$V_q = \rho^{i-q} \{ 1 + (-1)^q e^{2q} \rho^{2q} \}$$

pei diversi valori di $q = 1 . 2 . 3 ; \ldots . i$, e le $W_1 ; W_2 , W_3 , \ldots .$ indefinitamente risulteranno dalla espressione generica

$$W_q = \rho^q e^{2q} \} 1 + (-1)^{i+q} e^{2i} \rho^{2i} \{$$

per tutti i valori di q , da q eguale ad uno a q eguale all'infinito.

§ XI.

Confronto fra l'ottenuta espressione dell' equazione del centro e quella data da Lagrange.

Il valore del termine generale dell' equazione del centro, avente per coefficiente H_i espresso dalla formola (40), coincide con quello dato da Lagrange al paragrafo dodici della sua Memoria inserita negli Atti dell'Accademia reale di Berlino per l' anno 1769.

Infatti alle lettere u, t, n usate dal citato autore sostituite le v, z, e , impiegate negli antecedenti paragrafi per rappresentare l'anomalia vera, la media e l' eccentricità, e tenuta sott' occhio la formola di Lagrange si vedrà, che il termine generale dell' equazione del centro viene ivi rappresentato da

$$(-1)^i \, 2 e^i \, K^i \sin iz \qquad (41)$$

ove il valore di K^i si può facilmente desumere dalla legge che appare manifesta nelle espressioni di $K', K'', K''', \ldots .$ Infatti , posto per $\frac{1}{1+m}$, di cui si serve l'autore e che rappresenta la frazione $\frac{1}{1+\sqrt{1-e^2}}$, la quantità indicata con ρ , si vedrà facilmente essere

$$K^i = P^i \rho^i + (1 - e^2 \rho^2) \frac{Q^i \rho^{i-1}}{2} + (1 + e^4 \rho^4) \frac{R^i \rho^{i-2}}{2^2} + \ldots .$$

$$+ e^2 \left(1 + (-1)^{i+1} e^{2i} \rho^{2i}\right) \frac{Y^i \rho}{2^{i+1}} + e^4 \left(1 + (-1)^{i+2} e^{2i} \rho^{2i}\right) \frac{Z^i \rho^2}{2^{i+2}} + \ldots .$$

ove la prima linea si arresta al termine

$$(1+(-1)^i e^{2i} \rho^{2i}) \frac{X^i \rho^0}{2^i}$$

e la seconda progredisce indefinitamente.
Da questa risultano i valori di K', K'', K'''... facendo successivamente $i = 1, 2, 3, \ldots$
I valori di

$$P^i,\ Q^i,\ R^i,\ \ldots\ X^i,\ Y^i,\ \ldots$$

che questa contiene, si dovranno desumere dai valori generali di $P, Q, R, \ldots X, Y \ldots$ dati alla pagina 229 della citata Memoria, e fattovi $\rho = i$, dalla legge che chiaramente apparisce, si dedurrà facilmente

$$P^i = \frac{1}{i} + \Sigma' \frac{(-1)^m i^{2m-1}}{1.2 \ldots m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots m}$$

$$Q^i = 1 + \Sigma' \frac{(-1)^m i^{2m}}{1.2 \ldots m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)}$$

$$R^i = \frac{i}{2} + \Sigma' \frac{(-1)^m i^{2m+1}}{1.2 \ldots m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots (m+2)}$$

$$S^i = \frac{i^2}{2.3} + \Sigma' \frac{(-1)^m i^{2m+2}}{1.2 \ldots m} \cdot \frac{\varepsilon^{2m}}{1.2 \ldots (m+3)}$$

$$\vdots$$

ove Σ' è presa da $m = 1$ ad $m = \frac{1}{0}$. Moltiplicando la frazione affetta da Σ' sopra e sotto per $m+1$, onde abbracciare sotto una sola sommatoria, che incominci da $m = 0$, anche il termine fuori di essa, si avrà

$$P^i = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)} \cdot \frac{(m+1) i^{-1}}{1.2 \ldots (m+1)}$$

$$Q^i = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)} \cdot \frac{i^0}{1.2 \ldots (m+1)}$$

$$R^i = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)} \cdot \frac{i}{1.2 \ldots (m+2)}$$

$$S^i = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1) (i\varepsilon)^{2m}}{1.2 \ldots (m+1)} \cdot \frac{i^2}{1.2 \ldots (m+3)}$$

$$\vdots$$

e così dicasi di seguito, in modo che, chiamata X_r^i la r^{esima} lettera della serie $Q^i, R^i, S^i \ldots$, si avrà in generale

$$X_r^i = \Sigma \frac{(-1)^m (m+1)(i\varepsilon)^{2m}}{1.2\ldots(m+1)} \cdot \frac{i^{r-1}}{1.2\ldots(m+r)}$$

la Σ essendo presa da $m=0$ ad $m=\frac{1}{0}$. Da questa derivano tutte le precedenti col porre successivamente $r=0, 1, 2, \ldots$, onde alla serie delle lettere

$$P^i \ , \ Q^i \ , \ R^i \ , \ S^i \ , \ \ldots$$

si potrà sostituire la serie

$$X_0^i \ , \ X_1^i \ , \ X_2^i \ , \ X_3^i \ , \ \ldots$$

Con tale sostituzione risulterà

$$K^i = X_0^i \rho^i + \frac{1}{2} X^i \rho^{i-1}(1 - e^2\rho^2) + \frac{1}{2^2} X_2^i \rho^{i-2}(1 + e^i \rho^i) + \ldots$$

$$+ \frac{1}{2^i} X_i^i \rho^0 \left(1 + (-1)^i e^{2i} \rho^{2i}\right) + \frac{1}{2^{i+1}} X_{i+1}^i \rho e^2 \left(1 + (-1)^{i+1} e^{2i} \rho^{2i}\right) + \ldots$$

nel qual valore la prima linea si arresta al termine

$$\frac{1}{2^{i-1}} X_{i-1}^i \rho \left(1 + (-1)^{i-1} e^{2(i-1)} \rho^{2(i-1)}\right)$$

e la seconda progredisce indefinitamente.

Se si riflette che in questa i valori di $X_0^i, X_1^i, X_2^i \ldots$ sono equivalenti ai valori di $P_0, P_1, P_2, \ldots$ del precedente paragrafo, e che i coefficienti delle prime equivalgono ai valori, che nel citato paragrafo sono stati designati con

$$V_1 \ , \ V_2 \ , \ \ldots \ V_i \ , \ W_1 \ , \ W_2 \ \ldots$$

ne risulta, che il termine generale (41) dell'equazione del centro sarà, secondo Lagrange, espresso da

$$(-1)^i H_i \sin iz \qquad (42)$$

Riflettendo inoltre che in questa espressione di Lagrange gli angoli delle anomalie sono prese dall'Afelio, e che in quella ottenuta indietro sono prese dal Perielio, si dovrà, per farne il confronto, sostituire all'anomalia media z la

differenza $180^\circ - z$, ossia si dovrà a $\sin z$ sostituire $\cos i\pi \sin iz = (-1)^i \sin iz$, onde l'espressione (42) diverrà

$$(-1)^{2i} H_i \sin iz = H_i \sin iz \qquad (43)$$

che coincide coll'espressione trovata nell'antecedente paragrafo.

§ XII.

Equazione del centro espressa per l'angolo dell'eccentricità.

Si ottiene un'espressione più semplice dell'equazione del centro, quando vi si introduca un angolo φ, il cui seno eguagli l'eccentricità. In tal caso, posto $e = \sin\varphi$, si avrà

$$e\rho = \frac{e}{1 + \sqrt{(1-e^2)}} = \operatorname{tang}\frac{1}{2}\varphi \quad , \quad \varepsilon = \operatorname{tang}\frac{1}{2}\varphi \cos^2\frac{1}{2}\varphi$$

e posto

$$i\cos^2\frac{1}{2}\varphi = \alpha \quad , \quad \operatorname{tang}\frac{1}{2}\varphi = \beta$$

risulterà

$$e\rho = \beta \quad , \quad i\varepsilon = \alpha\beta$$

Le quali espressioni, sostituite nella formola (38), e fatto per compendio

$$\frac{(-1)^m (m+1)(\alpha\beta)^{2m}}{1.2....(m+1)} = M$$

forniranno

$$H_i = \frac{2}{i}\Sigma M \left\{ \Sigma \frac{\beta^q (\alpha\beta)^q}{1.2....(m+q)} \pm \Sigma' \frac{\beta^q (\alpha\beta)^\omega}{1.2....(m+\omega)} \right\}$$

ove la Σ che abbraccia tutto il binomio è presa da $m = 0$ ad $m = \frac{1}{0}$, e delle due Σ, Σ', comprese nelle parentesi, la prima è presa da $q = 0$ a $q = \frac{1}{0}$, e la seconda da $q = 1$ a $q = \frac{1}{0}$.

Il termine affetto da $\pm\Sigma'$ si può scomporre nel seguente binomio.

$$\beta^i \left\{ \Sigma_1 \frac{\alpha^{i-q}}{1.2...(m+i-q)} + \Sigma' \frac{(-1)^q \beta^{2q} \alpha^q}{1.2....(m+q)} \right\}$$

la Σ_1 essendo presa da $q=1$ a $q=i$, e Σ' da $q=1$ a $q=\frac{1}{0}$, per cui risulterà

$$H_i=\frac{2\beta^i}{i}\Sigma M\left\{\Sigma\frac{\beta^{2q}\alpha^{i+q}}{1.2....(m+i+q)}+\Sigma_1\frac{\alpha^{i-q}}{1.2....(m+i-q)}+\Sigma'\frac{(-1)^q\beta^{2q}\alpha^q}{1.2....(m+q)}\right\}$$

Per sviluppare la H_i pongasi

$$\Sigma M\frac{\alpha^n}{1.2....(m+n)}=P_n \qquad (44)$$

essendo n un numero qualunque della serie $0, 1, 2, 3 ....$, e ritenendo che alla frazione $\frac{\alpha^n}{1.2....n}$, a cui si riduce il fattore di M pel caso di $m=0$, abbiasi a sostituire la sua analoga $\frac{(n+1)\alpha^n}{1.2....(n+1}$.

Chiaminsi R, Q, S i tre termini, che nella espressione di H_i moltiplicano il fattore comune $\frac{2\beta^i}{i}$, si avrà

$$Q=\Sigma_1 P_{i-q}\quad,\quad R=\Sigma P_{i+q}\beta^{2q}\quad,\quad S=\Sigma' P_q(-1)^q\beta^{2q}$$

ossia, sviluppando queste sommatorie relative a q, sarà

$$Q=P_0+P_1+P_2+....+P_{i-1}$$
$$R=P_i\beta^0+P_{i+1}\beta^2+P_{i+2}\beta^4+.....$$
$$S=-P_1\beta^2+P_2\beta^4-P_3\beta^6+....+(-1)^iP_i\beta^{2i}$$

Sommando queste equazioni ed ordinando i termini risulterà $Q+R+S$ dato dalla serie

$$P_0+P_1(1-\beta^2)+P_2(1+\beta^4)+....+P_{i-1}\left(1+(-1)^{i-1}\beta^{2(i-1)}\right)$$
$$+P_i\beta^0\left(1+(-1)^i\beta^{2i}\right)+P_{i+1}\beta^2\left(1+(-1)^{i+1}\beta^{2i}\right)+P_{i+2}\beta^4\left(1+(-1)^{i+2}\beta^{2i}\right)+...$$

Se quindi si pone

$$1+(\quad 1)^n\beta^{2n}=V_n$$

essendo n un numero qualunque della serie finita $1, 2, 3 .... i$, e parimenti

$$\beta^{2n}\left(1+(-1)^{i+n}\beta^{2i}\right)=W_n$$

essendo n un numero qualunque della serie indefinita $1, 2, 3 \ldots$, il valore del rapporto di $H_i : \frac{2\beta^i}{i}$ sarà dato dalla serie

$$P_0 + P_1 V_1 + P_2 V_2 + \ldots + P_i V_i + P_{i+1} W_1 + P_{i+2} W_2 + \ldots$$

Se invece della (44) si pone la seguente

$$\Sigma \frac{M^n}{1 \cdot 2 \ldots (m+n)} = P_n$$

il valore del rapporto $H_i : \frac{2\beta^i}{i}$ sarà rappresentato da quest'altra serie

$$P_0 \alpha^0 + P_1 \alpha V_1 + P_2 \alpha^2 V_2 + \ldots + P_i \alpha^i V_i + P_{i+1} \alpha^{i+1} W_1 + P_{i+2} \alpha^{i+2} W_2 \ldots$$

Queste espressioni di H_i, dalle quali dipende il termine generale dell'equazione del centro, sono di forma analoga a quella data dal sig. Hansen, astronomo a Gotha, nel num. 986 del Giornale *Institut* 24 novembre 1852, e riprodotta al num. 836 del Giornale *Astronomische Nachrichten* per l'anno 1853, e forniscono entrambe, dal lato della semplicità ed eleganza di forma, gli stessi vantaggi che la formola del citato autore presenta.

SE GLI ARABI DEL MEDIO EVO ABBIANO AVUTA QUALCHE INFLUENZA SUI PRIMORDJ DELLA MODERNA LETTERATURA.

MEMORIA

DI

ANDREA ZAMBELLI

Letta nell'adunanza 23 febbrajo 1854.

« Rien ne contribua tant à éveiller l'instinct poétique des populations du Midi que leurs guerres et leurs relations avec les Arabes d'Espagne ».

FAURIEL: *Hist. de la poésie provenç.* T. I, p. 7.

Nella prima delle Memorie sull'influenza dell'Islamismo pubblicate nel precedente Volume (1) io dimostrai fra l'altre cose, come gli Arabi, i quali tradussero tante opere scientifiche, non si curassero dei poeti, degli oratori e degli storici greci e latini; onde mancarono dei grandi beneficj cui somministra la lettura di quelli: beneficj che a noi vennero in sì gran copia dall'attento studio che vi ponemmo, pel quale ci fu fatta abilità di avere migliori proporzioni nell'arte e una più sicura direzione nella ricerca del vero e del bello. Sdegnavano, io diceva, e gli idiomi e le poetiche ed oratorie bellezze dell'Occidente, siccome estranee ed avverse alla favella nativa di cui andavan superbi, ed all'araba poesia ed al Corano, dove trovavano il germe di ogni cosa che bella e verace fosse. Parrebbe dunque che per queste ragioni, da me sviluppate in quella Memoria, non abbiano gli Arabi avuta, pur nei loro tempi migliori,

(1) Pag. 322

alcuna influenza sulla nostra letteratura. Nulladimeno, se ciò si credesse, avrebbesi un'idea incompiuta della nostra storia letteraria e delle origini della poesia italiana, che ne fu il primo principio, e fu delle prime a sorgere di mezzo alle tenebre del medio evo, ed è pure e sarà sempre una delle incontrastabili nostre glorie. Sarebbe quello un errore; sarebbe un opporsi a quanto han dimostrato con severa critica in tale proposito e Ginguéné e Sismondi e Fauriel, a cui vuolsi prestare intiera fede; sarebbe un'ingratitudine verso gli Arabi dei secoli di mezzo, ai quali, non che le scienze, anche le nostre lettere hanno obblighi, già registrati negli annali di esse.

Ma come un popolo, la cui lingua non ha corrispondenza veruna colla nostra, nè mai la volle avere, potè influire sui primordj dell'italica poesia? Come gli Arabi che tanto avversavano i poeti greci e i latini, da loro abborriti perchè idolatri, poterono avere alcuna parte nel risorgimento delle lettere italiane a cui furono un tipo, un modello le greche e le latine? Come i seguaci dell'*Islam*, sì ostinati nemici del Cristianesimo, con dogmi e massime morali e civili tanto diverse, porsero una mano alle nazioni cristiane perchè facessero i primi passi in un aringo, dove poi queste giunsero a tanto gloriosa meta? Vediamo per quali vie si possa scioglierne il curioso problema, anzi in che guisa lo abbiano sciolto autori gravissimi, e se a quanto essi ne dissero rimanga da aggiunger qualcosa, sicchè vesta il mio ragionamento alcun che di nuovo che lo renda gradito ed interessante. In un tempo, che tanto si parla e in bene e in male del Maomettismo, o che si dicano cose nuove o che soltanto si ricordino le già osservate, ciò pure potrà contribuire ad appurare il vero ed il falso di quelle dicerie, e a far vedere, se abbian tutta la ragione coloro che gridano ai Maomettani la croce addosso.

Seguiamo innanzi tutto la scorta dei fatti che non ammettono contraddizione. È questa sempre la miglior via per poter giungere a scuoprire la verità. Quindi trarremo le deduzioni che ci condurranno ad una conclusione soddisfacente.

Che gli Arabi siano stati in ogni tempo ardenti ed egregi cultori della poesia, è un fatto incontrovertibile. Sin dalle età più remote, e nella Felice e nella Deserta Arabia risonò soave e gradita la voce dei poeti; dei quali i più segnalati aveano l'ambito onore di appendere i proprj versi alle pareti della venerata Caaba: anzi il principale motivo a fare che gli Arabi credessero Maometto un ispirato da Dio, fu appunto la poetica eleganza del Corano, l'esser questa la miglior poesia cui vanti la lingua araba. Divino pel suo altissimo poema fu chiamato Omero dai Greci; divini per ciò stesso apparvero agli Italiani e Dante e l'Ariosto: l'entusiasmo orientale, non pago di quel titolo, credette trovare nell'autore dell'*Islam*, sì poeticamente dettato, un

uomo il quale a faccia a faccia favellasse con Dio e ne fosse il ministro e l'apostolo; tanta efficacia ebbe su que' popoli la poesia! Qual maraviglia pertanto che i successori del profeta amassero e proteggessero i poeti? Noi già vedemmo nella predetta Memoria, quanto favore ottenessero questi in sino alla corte degli Ommiadi, che scienziati non furono, ma solo missionarj e guerrieri. Colmaronli di ricchezze e di onori gli Abassidi; più ancora i Califfi del Cairo e di Cordova; nè gli Almoravidi, nè i re di Granata, nè i Persiani, nè i Turchi stessi lasciaron mai di apprezzarli ed onorarli. « Era quello uno dei mezzi migliori per acquistare celebrità, dovizie e potere », dice Viardot (1).

Ma che poesia era codesta? Non al certo quale la troviamo in Omero ed in Virgilio, in Sofocle ed in Terenzio. L'epopea, propriamente detta, mancò del tutto all'araba letteratura. Vi mancò pure il dramma, alle rappresentazioni del quale troppo opponevansi i pregiudizj religiosi e il gran riserbo dei costumi domestici in un popolo, a cui ne faceva un precetto la naturale gelosia dell'Harem e lo stesso Corano; onde sì chiuse ed occulte agli altrui sguardi sono le donne in Oriente e impenetrabili i segreti della famiglia (2). Erano strofe, odi, novelle, romanzi in onore d'un eroe o d'una donna amata; erano allegorie, cavate da un giardino, da un fiore, da un fenomeno della natura; erano dialoghi poetici quelli che piacevano agli Arabi: poesia che il Viardot risguarda come frivola alquanto, segnatamente nei poeti di Cordova, e piuttosto un segno di decadenza che di grandezza e di gloria (3); ma dove troviamo con maraviglia alcuni elementi, che a primo aspetto non parrebbero proprj dell'Islamismo, eppure produssero frutti mirabili tra i Provenzali e tra gli Italiani di quel tempo. Dei quali elementi il precipuo era l'amore; non il sensuale dei Greci e dei Romani, ma un amor puro, scevro da brame voluttuose, come dice Fauriel (4), uno spirito cavalleresco; il quale, è vero, si ingrandì e raffinò nelle belle valli dell'Ebro e del Tago, ma era pur quello che imaginavasi e sentivasi fin dai tempi di Maometto, quello dell'antica Arabia e del Deserto, quello che sì nobili affetti ispirò ne' poeti orientali per le figlie degli

---

(1) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, Tom. II, p. 122. V. anche Ginguené, *Histoire littéraire d'Italie*. Première partie, ch. IV.

(2) V. Sismondi, *De la Littérature du Midi de l'Europe*, T. I, p. 61. Viardot, *ibidem*; T. II, p. 125.

(3) V. *ibidem*, T. II, p. 126-27.

(4) *Hist. de la poésie provençale*, T. III, p. 328 et suiv.

Scheick, degli Emiri e dei Sultani (1). Che se alcuno mi domandi, come codesto amore, di cui si vuole trovar l'origine nelle tende arabe e nella mollezza asiatica delle corti di Siria e di Cordova, potesse conciliarsi colla sensuale e dispotica poligamia e sorgere nel petto d'un musulmano, sposo e padrone d'una moltitudine di donne e di schiave, dirò, essere pur questa una verità istorica, la quale non può rivocarsi in forse; sì autorevoli e chiare ne sono le testimonianze. La dimostrano, cogli esempj che io pur vidi, i due scrittori citati poc'anzi; prima di essi aveala dimostrata in simil guisa l'accuratissimo ed imparziale Ginguéné (2); l'afferman pure senza il menomo dubbio e Rampoldi (3) e Sismondi. « Quella delicatezza di sentimenti, quel mistico amore dei Provenzali, dice quest'ultimo (4), ha coll'araba poesia e coi costumi dell'Oriente un più stretto rapporto che non si crederebbe ».

O convien dire con alcuni, non essere stata la poligamia orientale una corruttela dei costumi, bensì una condizione originaria ed essenziale di que' popoli; la quale anzi ne moderò la ingenita intemperanza, ne prevenne i conseguenti disordini, e non ne distrusse i sentimenti morali, nè rese impossibile quella specie di culto cui pur sempre aspira, e di cui pur sempre abbisogna un'amante, una sposa, una madre: culto del quale, a dir vero, non mancano gli esempj fra gli Arabi, fra i Persiani, e in sino fra i Turchi (5). O è d'uopo credere con altri, che, così quivi come altrove, l'umana fantasia che bene spesso ama crearsi un mondo imaginario, il quale, soddisfacendone il natural talento di affettuose e nobili espansioni, ne rallegri gli ozj e i passatempi, e la trasporti fuori dell'ingrato campo d'una fastidiosa realtà, si desse ad idealismi poetici che nulla aveano che fare coi costumi; onde la donna, che effettivamente eravi in uno stato di degradazione, fosse divinizzata come se appartenesse ad una maggior natura della nostra; non altrimenti che nel medio evo essa (6), pur rimasta ne' castelli feudali, qual'era già nelle antiche società, la serva e non la compagna del marito, appariva signora e regina ne' poemi cavallereschi: contraddizione dello spirito umano, che non fu la prima nè l'ultima! O se nè

---

(1) V. Fauriel, *ibidem*.

(2) *Hist. litt. d'Italie*, prem. partie, ch. IV.

(3) *Annali Musulmani*, Vol. IV, nota 21. Vol. VIII, nota 85.

(4) *De la littérature du Midi de l'Europe*, T. I, p. 95.

(5) V. Sismondi, *ibidem*. Viardot, T. II, pag. 130. *Lettres* de Lady Montague, trad. par Anson. Paris, 1830. Ubicini, *Lettres sur la Turquie*, lett. XXI.

(6) V. Laboulaye, *Recherches sur la condition civile et politique des femmes*. Livre cinquième, ch. premier.

anche di questa seconda supposizione si rimanga persuasi, ci è forza conchiudere, che l'indole di quegli Arabi, amanti del maraviglioso e di tutto ciò che sublime e poetico fosse o paresse, riuscisse più forte di ogni umana istituzione, ed anche della legge ad essi imposta dal loro profeta.

Checchè ne sia, conforme si legge in quelle loro *cassidi* o *gazzelle* o *divani* (1), come li chiamarono, essi furono poeti perchè d'un amore o vero o finto ma pure cavalleresco amarono. Forse a ragione Viardot, che pur tanto li loda e di tante cose li fa benemeriti, trovò frivole codeste strofe, codeste allegorie, codesti dialoghi poetici degli Arabi di Spagna, e, come dissi, vi scorse un indizio della loro decadenza: chè certo, mentr'essi in cotal forma poetavano, cadeva Toledo in mano dei loro nemici e ne erano minacciate le più nobili parti del Califfato di Spagna. Ma, s'egli è pur vero che siffatte rime d'amore, siffatte prose di romanzi inspirarono i primi poeti provenzali, da cui poi tolsero a poetare gli Italiani, ben fu decadenza degna di memoria quella che divenne l'aurora della nostra poesia.

Questo accadde in realtà; e i fatti parlano essi. Veramente, se per la parola *cavalleria* si voglia intendere una elevatezza di eroismo, di sensi generosi e magnanimi, onde il forte si assuma la difesa del debole, noi la troviamo fra molti popoli ed in molte età, cioè a dire, in tutte quelle che furono intermedie fra la selvatichezza in cui gli urgenti bisogni della vita assorbono tutti gli altri, e fra la civiltà che per sè medesima guarentisce abbastanza il cittadino. Essa è propria dei tempi eroici o semibarbari, nei quali la protezione d'un valoroso che ami le grandi imprese e i fatti straordinarj, salva gli imbelli dalle prepotenze altrui. In questo senso erano cavalieri, non solo gli eroi del medio evo, ma ne' più antichi secoli e Sansone e Otoniele e Giasone e Teseo, e posteriormente i Germani e gli Scandinavi, la cui fraternità d'armi e le eroiche geste sono ricordate da Tacito, dall'Edda e dai Nibelunghi. Ma, se a codesto vocabolo si annettano le idee oramai ricevute, secondo l'uso dei poeti e della lingua nostra, i cavalieri propriamente detti, o religiosi o militari o spontanei o mondani che fossero, non si trovano che nelle età di mezzo. Il dottissimo Heeren, nel suo rinomato *Saggio sulle Crociate*, ne riferisce l'instituzione ai Franco-Germani, dove, com'egli dice, « la pluralità delle donne non fu mai in uso, e che sempre mostrarono per esse il maggiore rispetto »: anzi la fa nascere in Francia e particolarmente in Provenza (2). Altri pur sono del suo avviso; nè sanno indursi a credere, che ad un ordine di persone, così nobile

(1) *Kassideh, Ghazel, Al-dyouan.*
(2) *Ibidem*, p. 120-121.

e leale, così riverente verso il bel sesso, abbian mai dato origine i Musulmani, fra cui la poligamia e il dispotismo teocratico degradano le femmine e la dignità umana; ma pensano, che codesta origine debba invece ricercarsi nelle raffinate armi e nelle investiture della feudalità dapprima, indi in una magnanima reazione contro i soprusi di essa, e nella galanteria che il tempo portava, e nel Cristianesimo, il quale sublimò gli umani affetti col purissimo suo culto e nobilitò la donna, già tanto degradata dall'antico paganesimo. E i feudali e i popolani e i religiosi e i galanti cavalieri, queste successive gradazioni della cavalleria, non pare a quegli scrittori che imaginare si possano fra i Maomettani. Altri, a costoro meno avversi, qualcosa concedono ad essi, ma non tanto che possa porsi in paragone dell'influenza franco-germanica e cristiana. Michaud, nella sua *Storia delle Crociate*, quasi neppure gli accenna.

Senza parlare dei Franco-Germani, cui tanto attribuisce il prelodato Heeren (1), e i quali, per dir vero, al tempo dei Merovingi, non dettero alcuna prova di riverenza verso le donne, anzi ne abusarono con scandalosi costumi, peggiori della orientale poligamia; senza parlare tampoco del feudalismo, organizzato dappoi, nei castelli del quale la donna era in realtà piuttosto la serva che la compagna del marito; tacendo in somma di tutto ciò, che è pure una verità istorica, dirò anch'io colla solita schiettezza in tale controversia quello che imparzialmente ne penso. Non nego in fatti, che allo stabilimento ed ai progressi della cavalleria contribuisse precipuamente la religione cristiana. Gli ordini gerosolimitano, teutonico e dei Templarj, quelli spagnuoli di San Giacomo, di Alcantara e di Calatrava, e il portoghese di Evora, e gli altri introdotti appresso, ricevettero certamente anima e vita, ricevettero forma e legge dalle solenni cerimonie del Cristianesimo, dalla fede robusta in lui, dal vincolo con una sola donna che esso consacra, dallo spirito di carità che pur trovò nei dogmi cristiani un germe così fecondo. Chi mai potrebbe negarlo? Non furono, bensì, quei cavalieri nè onesti nè generosi tutti come nella lontananza dei tempi li crediam noi che tali li vedemmo nei poemi e nei romanzi: ma croici e miracolosi pur furono nelle età migliori, perchè ne inspirava e sosteneva il coraggio uno straordinario impulso di convinzioni religiose.

Ma, d'altra parte, nè pure si può mettere in dubbio, avere avuta anche gli Arabi, segnatamente quelli di Spagna, una cavalleria, e fors'anche prima che questa sorgesse nell'Occidente. L'imparziale e dotto Rampoldi in più di un luogo de' suoi *Annali* ci informa, che sin dall'ottavo secolo il famoso Abderamo I, quegli che pel suo valore e per le altre doti del corpo e dell'animo si

(1) *Ibidem*, p. 119-120.

acquistò nelle Spagne un sì gran numero di aderenti da potere trasferir quivi la dinastia e il califfato degli Ommeiadi, già caduto in Siria, vi dette il primo impulso allo spirito cavalleresco, che poi s'introdusse in Europa. « Gli Arabi di Cordova, divenuta allora il centro dell'urbanità e della galanteria, valorosi, fanatici ed amanti delle donne sino al delirio, furono, egli dice, i modelli, anzi i fondatori della cavalleria europea (1). Ciò pure affermano e dimostrano e Sismondi (2) e Fauriel (3) e Viardot (4). I primi principj di essa, pare in fatti che si debbano riferire a quel valoroso e magnanimo principe musulmano, da cui discesero tanti altri coltivatori e protettori d'ogni scienza e d'ogni bell'arte in Ispagna: principj, che poi produssero frutti mirabili tra i successori di lui, massime in Abderamo III, il cavalleresco amante di Zora, in Ben Karous e nel grande Almanzorre. Degni cavalieri mostraronsi in sino coi nemici; e ne propagarono lo spirito non solo fra i loro correligionarj, bensì ancora fra i cristiani di Spagna, come si raccoglie da quelle memorie.

Ed anche nella declinazione degli Ommiadi di Cordova, quando gli Spagnuoli cominciavano a minacciarne l'impero, scosso dalle sanguinose contese fra gli Arabi e i Berbéri d'Affrica, già non vi si spense il cavalleresco onore, anzi, quasi fiaccola prima di estinguersi, parve risplendervi di insolita luce. « I musulmani Rabiti (Rabhit), o *guarda-frontiere*, furono il tipo della cavalleria religiosa e ne offersero l'idea », dice Conde. « Erano, egli prosegue, cavallieri scelti, i quali professavano una estrema austerità di vita, una gran costanza nei pericoli e nelle fatiche, e che per voto si obbligavano a difendere le frontiere: mai non doveano fuggire, ma combattere intrepidamente e morire al loro posto ». « È verosimile, egli soggiunge, che da codesti *rabiti* derivassero così in Ispagna come tra i cristiani di Oriente gli Ordini militari, tanto celebri pel loro valore e pei servigi resi alla Cristianità (5) ». Di tale opinione è pure il dotto e giudizioso Fauriel (6); lo crede anche Viardot, che in questo proposito mi sembra coscienzioso ed imparziale: del quale mi giova riportar qui il passo relativo a maggiore dichiarazione del mio assunto. « Dopo avere riconosciuto il vantaggio d'una simile milizia (sono queste le sue parole) gli Spagnuoli senza dubbio dovettero sentire il bisogno di opporvi altri instituti di

(1) *Annali Musulmani*, Vol. IV, nota 21. *Ibidem*, Vol. VIII, nota 85.
(2) *De la Littérature du Midi de l'Europe*, T. I, p. 96-97.
(3) *Hist. de la poésie provençale*, T. I. p. 26.
(4) *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 199.
(5) *Historia de la dominaçion de los Arabes en España:* Parte II, cap. 117, *in nota*.
(6) *Hist. de la poésie provençale*, T. I, p. 26 et suivantes.

cavalleria. Così furono fondati i tre principali Ordini militari di Spagna, quello di Alcantara nel 1156 dai cavalieri di Salamanca; quello di Calatrava nel 1158 dai monaci di San Bernardo che difesero questa città; e quello di San Giacomo (Sant Yago) nel 1162 dai cavalieri di Leone: nel qual tempo fu pure instituito l'Ordine di Evora nel Portogallo. Vero è, che la più parte degli altri Ordini militari d'Europa, ciò sono gli Spedalieri di San Giovanni di Gerusalemme (divenuti appresso i cavalieri di Rodi e di Malta), i Templarj e i Teutonici, instituiti a mano a mano in Palestina nel 1099, nel 1115 e nel 1128, esistevano già prima degli Ordini di Spagna e avrebber potuto servir loro di modello. Ma i *Rabiti*, che gli Spagnuoli avevano sotto gli occhi, e in faccia a cui si incontravano, erano bene anteriori a tutti; giacchè, quando l'ultimo califfo Ommeiade, Heschem III, recavasi alle frontiere nel 1026, la storia parla di quelli come d'un Ordine creato da lungo tempo: onde convien dire, egli soggiunge, che i *Rabiti* abbiano preceduto, almeno d'un secolo, gli Spedalieri della prima Crociata (1) ».

Da questi fatti, che non credo possano essere rivocati in forse da ogni più severa critica, si può agevolmente dedurre, avere avuta la cavalleria del medio evo la sua origine dagli Arabi di Spagna; i quali, come dissi, già non l'appresero nelle valli dell'Ebro e del Tago, ma sin dai tempi di Maometto, e forsanche prima, come si può congetturare dal famoso poema di Antar, il cui eroe era un guerrier valoroso, l'amante della bella Ebla, il difensore dei deboli. In breve, come anche affermano e dimostrano e Viardot e Fauriel, così la cavalleria obbligata come la spontanea, così la religiosa come la mondana, che, qualunque fosse, richiedeva pur sempre una espansione di affetti, una generosità di sensi, fu originata, non dagli antichi Germani (2), valorosi e leali, ma duri e ruvidi; rispettosi, quando che fosse, per le donne, ma certo nè teneri nè galanti per esse; non dal feudalismo (3), più fatto ad opprimere che a proteggere; sì bene dall'Arabia. Principiò sin dagli antichi secoli nel Deserto; si mantenne, anzi progredì, nelle tende degli Sceicchi, nelle corti di Siria e di Cordova; passò da ultimo in quella dei Mori di Granata, di cui è ancor celebre il valore e la gentilezza; nè cessò di esser araba che alla caduta di essi.

Se dobbiam credere a Rampoldi e a Viardot, non vi mancarono tampoco valorose e gentili donne che la inspirassero e promuovessero; quelle, che

(1) *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 203-204.
(2) Vedi Sismondi, *De la Littérature du Midi de l'Europe*, T. I, p. 271.
(3) Fauriel, *Hist. de la poésie provençale*, T. I, c. 15, T. III, c. 41.

nella battaglia di Yermouck, sotto il califfato di Omar, furono la principale cagione per cui i Musulmani rimasero vincitori, non ostante il numero assai maggiore delle milizie di Eraclio (1): Leileh, l'amante di Megnun, nella seconda metà del secolo ottavo, di cui si disse che era la più casta e la più bella delle orientali (2); Waladat, Aysciia, Safia, Lobnah, Fatima, Maryem, Rhadyah, ed altre che fiorirono, segnatamente in Ispagna, nei secoli nono e decimo, e tra per la bellezza, per la dottrina, e per l'eleganza delle poesie, novelle e storie, pur da loro composte (3), animavano e sostenevano il valore dei cavalieri ugualmente e forse più che non facessero le donne dell'Occidente, che non erano colte e civili del pari. La civiltà erasi allora rifuggita fra gli Arabi, come anch'io dimostrai precedentemente: perciò appunto, dicono Fauriel e Viardot, vi ebbe principio quella cavalleria che proteggeva i deboli e gli oppressi; perciò essi dettero i primi esempj d'eroismo, d'umanità, di magnanimità cogli avversarj istessi; perciò introdussero nelle Spagne ed altrove quello spirito di galanteria per le donne, quella generosa elevatezza d'onore e di valore, che costituiva il fiore e l'essenza d'ogni cavalleria.

Certo, nè anche per questo dobbiamo illuderci a tale proposito, come fanno coloro, i quali troppo attribuiscono a siffatta gente che era pur sempre musulmana. Gli espressi precetti del Corano, le usanze orientali, la poligamia e il conseguente riserbo dei costumi domestici non permettono alle donne di far mostra di sè sul teatro dei politici avvenimenti: ond'è, che, tranne per avventura il fatto di Yermouck, il quale pure accadde nei primordj del fanatismo musulmano, e qualche altro consimile, le storie non ci ricordano quasi alcuna donna maomettana, la quale, non che seguire gli eserciti, si frammettesse alla scoperta nei pubblici affari: se qualcuna vi influì, come avvenne più volte, nol fece che nei penetrali della sua casa. L'*Islam*, che concede all'uomo una moltitudine di donne, non concede alla donna che la compagnia d'un sol uomo: una diversa condotta di essa, quando pur mai siasi tenuta, era quindi un'eccezione piuttosto tollerata che approvata. Nei campi musulmani o che arabi fossero o turchi, o affricani o asiatici o europei, non troviamo in fatti quella quantità di donne e di fanciulle che si veggono tra i Crociati: non una che somigli Fiorina, la guerriera ed intrepida amante di Sveno che combatte e muore al suo fianco; nè Margherita di Francia, nè Berengaria

(1) Vedi Rampoldi, *Annali Musulmani*, vol. II, nota 21.

(2) *Ibidem*, vol. IV, nota 10.

(3) Vedi Viardot, *ibidem*, T. II, p. 130-131; Conde, *Hist. de la dominaçion de los Arabes en España*, P. II, cap. 87.

di Navarra, nè Eleonora di Guienna, nè quel drappello di donne che militò valorosamente sotto gli stendardi della Croce nel passaggio del re Luigi VII e dell' imperatore Corrado, nè altre siffatte. Di codeste eroine, forse non tutte caste ed onorate, ma che pure per la maggior parte il furono, e forti inoltre e magnanime, non ci offrono alcun paragone le storie orientali. Erano frutti mirabili del Cristianesimo, che sollevò la donna dalla degradazione, in cui la tengono gli altri culti: nè io so dar torto a Michaud (1), il quale per la ragione addotta, fa un gentile rimprovero al Tasso di avere introdotte nel suo poema quelle, per altro sì leggiadre e commoventi finzioni, di Armida e di Clorinda.

Ma, del resto, fatto sta, che anche codesti Crociati, ingranditi dalla fantasia di quel poeta oltre ciò che realmente furono e forse di là dal naturale, ci sono dipinti dal coscienzioso Michaud siccome uomini di piuttosto rozzi e barbari che gentili costumi, quali avealli resi il reggimento feudale che allor pesava sulla cristiana Europa. La caccia, il giuoco, i tornei e gli altri certami erano quasi i loro soli passatempi; ed anzichè insegnarvi qualcosa, impararono invece a mano a mano non poco nel lontano Oriente, come Heeren (2) ci informa. Fatto sta pure, che, come dimostrano i prealleganti Rampoldi, Fauriel e Viardot, da cui non discorda Sismondi, e come io stesso osservai più volte, fra gli Arabi di Siria, d'Affrica e di Spagna regnava a quel tempo la dottrina, la civiltà e la gentilezza. « Valorosi al pari dei cristiani, dice l' imparziale autore della *Storia della poesia provenzale*, essi erano molto più civilizzati (3) ». Nè tampoco può recarsi in dubbio, giusta le cose dette e dimostrate, e giusta ciò che afferma e dimostra il prelodato Fauriel, che in quelle guerre tra Cristiani e Maomettani, onde son piene le storie del medio evo, da questi vennero i primi esempj di eroismo, d'umanità, di generosità eziandio pei nemici, in una parola, di costumi cavallereschi assai prima che la cavalleria avesse un nome; da loro i primordj di essa cavalleria e delle sue o sacre o guerresche o galanti formole: soprappiù, la galanteria, questa delicata gentilezza delle sociali corrispondenze, era nata fra gli Arabi, come si vide più sopra. E da chi l'appresero? « Dal colto ingegno delle donne, dice Viardot (4), le quali sapevano inspirar l' amore e comandare il rispetto ». Ciò pur dice Fauriel (5); ciò appare evidente dalle memorie di que' tempi.

---

(1) *Histoire des Croisades*, L. XXI, ch. I.
(2) *Essai sur les Croisades.*
(3) Tom. I, p. 425.
(4) *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 197.
(5) *Hist. de la poésie provençale*, T. III, p. 329, e T. I, p. 513.

Convien dire pertanto, che anche dal fondo dei loro *harem*, anche segregate da ogni altro uomo che il lor signore non fosse, le donne maomettane, coi versi e coi romanzi, potessero promuovere fra i seguaci dell'*Islam* gentili e generosi sensi ed eccitarvi le cavalleresche virtù. Se, al pari delle donne cristiane, non aveano la facoltà di conversar coi guerrieri e di accenderne colla loro presenza il coraggio e l'amore, il quale anche fra i Crociati non era sempre casto e pudico, fu ad esse fatta abilità di supplire ad una immediata influenza con un'altra mediata e sopra genti incivilite non meno efficace, cioè con quella degli scritti, per suscitarvi affetti, i quali, nella mancanza dei sensi, fossero perciò appunto più ideali, più imaginarj, più poetici e cavallereschi. Lo attestano i due autorevoli scrittori citati pur dianzi; lo attestano i fatti. Per le quali cose, che vere ed effettive furono, io dirò senza esitazione, che la poligamia non fu sempre *la peste, la corruttela dell'Oriente*, come credono alcuni, e che anche fra i Maomettani potè nascere ed allignarvi quella delicatezza, quella nobiltà di sentimenti, onde venne a formarsi la cavalleria. Qualunque sia il modo, con cui si sciolga codesto problema istorico, non potrà mai negarsi l'evidenza del fatto. Vero è che la cavalleria, consecrata dal Cristianesimo e mantenuta dalla di lui morale purissima, tanto differente dalla musulmana, quanto lo è il perfetto e divino Codice di Cristo da quello umano ed imperfetto dell'arabo profeta, potè perfezionarsi, estendersi e a lungo sostenersi assai più che nol poterono i cavalieri maomettani: i quali, al cessare delle arabe dominazioni di Siria, dell'Egitto e di Spagna, cessarono anch'essi per dar luogo alla tartara e turchesca ferocia. Io mai, non che preporli, pareggierò i soldati di Maometto ai guerrieri di Cristo; non mai Abderamo a Goffredo e a San Luigi, nè i *Rabiti* ai cavalieri gerosolimitani. Ma, comunque siasi, dirò pure a scansamento di equivoci, che quando dominavano gli Arabi mostravansi questi superiori alla imperfetta legge di Maometto ed inferiori a quella perfetta di Cristo i Crociati.

Secondo le cose dette, la cavalleria del medio evo ebbe adunque l'origine dagli Arabi; assai prima che altrove divenne fra loro un ordine di persone, uno statuto in Ispagna; e da essi l'appresero primitivamente gli Spagnuoli, come anche si dimostrò. Ora, parecchie cause la introdussero quindi nel mezzodì della Francia, cioè a dire nell'Aquitania (1), nella Settimania (2) e nella Provenza. Allorchè, dopo i primi sforzi dei re delle Asturie i Cristiani a mano a mano, in quelle perpetue guerre contro gli Infedeli, fondarono parecchi

(1) Guienna.
(2) Linguadocca.

regni nelle Spagne riconquistate, le dinastie che ne sorsero in Navarra, in Arragona, in Catalogna, in Castiglia e nel Portogallo, erano tutte di schiatta francese; e i matrimonj vi furono pur quasi sempre tra principesse e principi francesi (1). Oltre a ciò si sa, che gli Arabi dominarono per più d'un mezzo secolo la Settimania e vi introdussero parecchie arti, parecchie macchine, parecchi miglioramenti agricoli, segnatamente idraulici, castelli fortificati, baluardi e torri ed altri monumenti architettonici, armi, opere di cesello, stoffe preziose, chiamate perciò *opera arabica* o *saracinesca*, come ci informa Fauriel (2): il quale poi soggiunge, che « ancor dopo che gli Arabi lasciarono la detta provincia, le corrispondenze mercantili e sociali e le guerre istesse vi mantennero quelle cognizioni e quelle industrie ». « Tranne Carlo Martello, egli dice in un altro luogo, codeste guerre cogli Arabi furono sostenute per l'ordinario dai Gallo-meridionali, dagli Aquitanj, dai Settimanj, dai Provenzali (3) ». Natural cosa era pertanto, che tra per le relazioni politiche delle corti, pel prolungato dominio, il quale raro è che non influisca sul costume, singolarmente di popoli ancora incolti e rozzi, pel bisogno di opporre ai nemici uguali armi e modi guerreschi, e pel commercio, onde le nazioni non solo si comunicano le merci, bensì ancora i lumi e le usanze, i Provenzali al pari degli Spagnoli, come le arti e le scienze, così pure apprendessero dagli Arabi lo spirito cavalleresco.

Quei valorosi Saraceni, quei terribili Mori, che superarono tante volte le arduc gole dei Pirenei, lasciando negli occupati o corsi paesi tanti vestigj delle conquiste e dei passaggi loro; quell'araba civiltà, contrapposta alla barbara ignoranza dei popoli occidentali del medio evo; quei costumi e quegli ordini cavallereschi, da gran tempo introdotti fra i guerrieri della mezzaluna, presero ben tosto nell'imaginazione degli abitanti di Narbona, di Tolosa, di Bordeaux un ben maggior luogo che non le feroci instituzioni e gli usi della feudalità franco-germana. Emuli del valore germanico, di quel valore che vi naseeva dalla forza fisica e dal superbo onore dell'armi, gli Arabi, come dice Conde (4), e come si raccoglie dal Regolamento di Youzef, re di Granata (5), vi accoppiavano le dieci virtù, che in sostanza erano quelle del grande Abderamo. « Nominavansi, per usare le parole istesse dell'autorevole storico spagnuolo, nominavansi da lui, che aveva i dieci pregj, i quali distinguono i

(1) Vedi Viardot, *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. I, p. 217.
(2) *Hist. de la poésie provençale*, T. III. p. 312-313.
(3) *Ibidem*, T. I, p. 422.
(4) *Hist. de la dominacion de los Arabes en España*, P. II, cap. 63.
(5) Riportato da Viardot nella Storia più volte citata, T. I, n. 3

nobili e i generosi, e consistono in bontà, prodezza, cavalleria, gentilezza, poesia, bel dire, forza, destrezza nella lancia, nella spada e nel tirar l'arco ». Da loro impararono i Provenzali codeste virtù, che insieme con quelle della tedesca e franca feudalità, prode e magnanima anch'essa fin dai tempi che Tacito ci ha descritti, ma pur dura e rozza, crearono nel mezzodì della Francia una cavalleria, diversa da quella dei Crociati, benchè valorosa del pari, una cavalleria più umana, più colta, più atta all'incivilimento dei popoli. Ne appresero l'elevatezza d'animo, gli ardenti e insieme umani spiriti, già proprj degli Arabi, massimamente degli Andalusi, come ci insegna Fauriel (1); la generosità coi prigionieri e coi nemici, di cui si trovano esempj non pochi fra i Musulmani dominatori delle Spagne; la protezione degli oppressi e dei deboli; la galanteria e la liberalità per le donne; un amore, non mosso da voluttà eppure incompatibile col matrimonio, talchè si perdeva l'amante prendendolo per marito, in somma un amore che teneva del fantastico, ma puro, ma casto e lecito; onde ne veniva alle donne un vero primato morale sugli uomini, e la loro grazia, il loro favore erano la ricompensa di un culto. Tutto ciò dimostrano evidentemente e Viardot (2) e il predetto Fauriel (3), tanto attendibile in ogni cosa che concerne la storia e politica e letteraria della Francia meridionale. « Il carattere degli Arabi e dei Mori di Spagna, dice Rampoldi (4), influì oltremodo sopra il restante degli abitanti della Penisola Spagnola; i quali poi furono i modelli, anzi i fondatori della galanteria e della cavalleria in Europa ». Che più si vuole a persuadersi di quanto io dissi e dimostrai di sopra? Quindi vennero i primordj della moderna civiltà che dalla Provenza si propagarono a mano a mano in Italia, in Francia ed altrove; quindi prese a sorgere la poesia provenzale, da cui ebbe principio la nostra, che dovea col tempo risplendere di così chiara e perenne luce.

---

(1) *Hist. de la poésie provençale*, T. III, p. 312-313.
(2) *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 196 e seg.
(3) *Ibidem.*
(4) *Annali Mussulmani*, T. IV, nota 21. Vedi anche Sismondi nell'opera citata, T. I, p. 66

DELLA FILOSOFIA ARISTOTELICA

E DELLE SUE VICENDE.

MEMORIA

DI

BARTOLOMEO CATENA

Letta nell'adunanza 15 dicembre 1853

Dominavano con esclusivo impero le dottrine platoniche, e sì nelle scuole filosofiche, come nelle opere di insigni scrittori della Chiesa se ne riconosceva visibile la influenza. Perciocchè se qualche filosofo meritar poteva l'attenzione de' cristiani, questi doveva essere Platone, la di cui morale vanta maggior nobiltà e perfezione, talchè i Padri dei primi secoli dell'era cristiana fecero delle massime platoniche un quasi domestico uso per conciliarsi l'adesione de' pagani, presso cui l'autorità di quel filosofo era sacra e solenne. In mezzo a ciò sorse un genio straordinario, Aristotele dico, nativo di Stagira, greca città, che per fama e per vastità di scienze rivaleggiò con Platone, suo precettore, ne giudicò le dottrine trascendentali con intelligente severità, tale, che presagì in lui un formidabile antagonista delle idee platoniche, e per poco non distrusse i metodi tutti quanti de' filosofi a lui anteriori. *Aristoteles*, dice Bacone da Verulamio, *more Ottomanorum regnare se haud tuto posse putabat, nisi fratres suos contrucidasset* (1). Nè la riverenza al suo celebrato maestro gli impedì di stabilire principj affatto discordanti, e di fondare un nuovo sistema che con forze indirette elideva i principj da Platone professati. Perciocchè, mentre questi gettava il principio di nulla affermare, e di dubitare su tutto, secondo che giudica nelle sue quistioni accademiche Marco Tullio (2), *in*

(1) Baco, *de augmentis scientiarum*, lib. III, caput IV.

(2) *Quæstionum Acad.*, lib. I.

Platonis libris nihil affirmatur: quæritur de omnibus, nihil certi dicitur; lo Stagirita, in quella vece, abbandona le forme platoniche del dubitare, per approfondire negli intimi loro avvolgimenti le cose; e là dove era sentimento di Platone, che lo spirito dell'uomo si ottenebra abitando nel corpo, come un lume si estingue immerso nel fango, che le cognizioni dallo spirito possedute per la nobiltà di sua estrazione immortale e divina, si smarriscono affatto pel commercio della materia, e che perciò la scienza che a lui deriva dall'uso e dall'esperienza delle cose, non è una scienza veracc, ma solo una reminiscenza pura, come si esprime il greco Plotino; Aristotele all'incontro sostiene che l'anima non tragge da sè medesima veruna conoscenza di cose, quando si unisce al corpo; ch'essa acquista la conoscenza solo mediante i sensi, i quali sono altrettanti messaggieri stabiliti per rendere conto a lei di quanto avviene fuori di essa; che da tali particolari conoscenze a lei derivanti dal ministero de'sensi, ella si forma col suo intelletto conoscenze universali, certe, evidenti, ond'è costituita la scienza. Era pertanto assioma della scuola aristotelica: *Nihil est in intellectu quod non fuerit in sensu:* il quale assioma veniva poscia formalmente proclamato con quella logica sentenza: *omnis idea ortum ducit a sensibus.* Ammetteva però Aristotele, che tutte le umane idee non hanno reale esistenza, quale se la forma il nostro spirito, ma che tuttavia hanno loro esistenza o per via di composizione, come allorquando dalle imagini disgiunte di *oro* e di *monte* si forma l'idea di un monte d'oro; o per via di diminuzione, ovvero di ampliazione, come allorquando dall'imagine di un uomo di ordinaria grandezza se ne forma un gigante od un pigmeo; o finalmente per via di accomodamento e di proporzione, come allorchè dall'idea di una cosa che si è veduta, si forma l'imagine di una cosa non ancor caduta sott'occhio. E così, argomentavano i seguaci di questo principio, noi concepiamo Iddio, che non può cadere sotto i nostri sensi; lo concepiamo sotto forme al corpo appartenenti. Sul qual punto ci è dato di riflettere, che sebbene tutte le nostre idee non sieno somiglianti al particolar corpo, che ci venne fatto di rimirare, elleno però sarebbero corporee, e non ci rappresenterebbero oggetto che almeno parzialmente non avesse ferito i nostri sensi. Quindi non concepiamo idee che per mezzo di imagini simili a quelle che si formano nel nostro intelletto, quando veggiamo o imaginiamo dei corpi. Ora, per imaginarci la divinità sotto quelle forme corporee, quale oggetto disparato in natura ce ne porge l'imagine, onde la divinità si costituisca visibile? Che se taluno ama spiegar la cosa per via di induzione, non v'ha oggetto che più distintamente concepiamo, quanto il nostro pensiero stesso, nè v'ha proposizione che sia più evidente di questa: Se *penso*, dunque *esisto.* Or potremmo noi rilevare

l'evidenza di questa proposizione, senza possedere nella nostra mente l'idea del pensiero e dell'esistenza? Che se ciò non può impugnarsi, si addomanda, per mezzo di qual senso sono esse entrate in noi? Sono per avventura luminose o colorate, per venire trasmesse a noi mediante la vista? Hanno esse un suono acuto o grave per esserci comunicate coll'udito? Olezzano esse o no, feriscono le papille del gusto, portano ribrezzo di freddo, o sensazione di caldo, sono aspre al tatto, o dilicate per essere percepite mediante l'odorato, il gusto, il contatto? Che se oppongasi tali idee essersi formate da altre imagini sensibili, ci si dica quali sieno queste imagini, onde si pretendono originate l'idee dell'esistenza e del pensiero, e come esse han potuto costituirsi per mezzo della composizione e dell'ampliamento, della diminuzione o della proporzione. In tal modo ragionano gli oppositori del principio comune alle scuole aristoteliche dei trascorsi tempi, i quali conchiudono dicendo che le nozioni del pensiero e dell'esistenza non hanno in veruna maniera origine da' sensi; ma che l'anima ha la facoltà di formarsele da sè, quantunque accada sovente che dessa sia eccitata a formarsele per l'impulso di alcun che, onde sono feriti i sensi, nella stessa guisa che un pittore può essere indotto a dipingere una tela per la moneta che gli si promette, senza che dir si possa per questa cagione che la dipintura fu originata dal promesso danaro. Sembra dunque falso per sè, che tutte le nostre idee vengano dai sensi, e che un gran numero di idee, non avendo alcun rapporto con una imagine corporea, non possano senza una aperta assurdità riferirsi al loro ministero, quantunque dir si possa in contrario, che nessuna idea del nostro spirito non abbia sua origine da' sensi se non per occasione, o, per così esprimermi, se non per que' movimenti che si destano nel cerebro, e danno occasione all'anima di formarsi diverse idee, che ella non si formerebbe senza ciò. Pare che Aristotele rilevata abbia la deficienza del principio da lui stabilito, procurando di corroborarlo col mezzo del suo *organo universale*, che è il suo secondo metodo, su cui fonda l'arte della dimostrazione, mediante il sillogismo, di cui la materia potendo essere necessaria, o contingente, o sofistica, è da lui spiegata in differenti libri dimostrativi e logici, al quale oggetto egli pensava dovere essenzialmente giovare le sue famose dieci categorie, le quali non sono che diverse classi, alle quali Aristotele volle ridurre tutti gli oggetti de' nostri pensieri, comprendendo tutte le sostanze sotto la prima, e gli accidenti tutti sotto le altre nove. Di queste categorie si è fatto ne' tempi andati un non so che di mistero, quantunque, per vero dire, non solo esse non giovino a formare un raziocinio, ciò che è lo scopo della vera logica, ma sovente esse vi rechino nocumento. Perciocchè si riguardano tali categorie fondate sulla ragione e sulla

verità, mentre sono punti affatto arbitrarj, ed hanno per fondamento la pura imaginazione di uomo che prescrive leggi agli altri, i quali hanno altrettanto diritto di coordinare in altra guisa gli oggetti de' loro pensieri. Inoltre lo studio di queste categorie accostuma gli uomini ad appagarsi di motti, e ad imaginarsi di possedere lo scibile umano, quando sol posseggono nomi fittizj, che non destano nella mente alcuna idea chiara e distinta. Quindi ne derivò in filosofia la falsa scienza di chi si imagina di sapere ciò che realmente non sa, e con troppo di leggerezza consente alle cose di cui non si ha certezza, ma solo opinione: disposizion d'animo contraria al sentimento comune de' sensati filosofi, i quali sostenevano *sapientem nihil opinari,* e per la quale Cicerone biasimando sè stesso chiamavasi *magnum opinatorem.* A tacere delle teorie filosofiche di Aristotele, ciò che ancor più lo distingue si è il genio delle osservazioni, il collegare nelle indagini l'attività più maravigliosa colla più ostinata costanza e sagacità dello spirito; si è l'aver rilevato che ogni e qualunque subbietto della natura e dell'arte forma una immensa serie di fatti, ora fra lor somiglianti, ma tali da non rimanersene confusi, ora troppo differenti, perchè tosto ne balzi all'occhio la disparità. Da ciò il partito da lui preso di primieramente interrogare la natura, di rischiarare la sua tesi col frequente uso delle divisioni e delle definizioni, di non inoltrarsi nel soggiorno della verità se non dopo averne esplorati gli esteriori recinti che la tengono rinchiusa: questo progetto poteva tutt'altri sgomentare che lui: egli si pose avanti gli occhi la storia generale e particolare della natura, la materia delle sue investigazioni, l'origine e l'eternità del mondo, le cause, i principj e le essenze degli esseri, la entità e l'azione reciproca degli elementi, la composizione e la decomposizione de' corpi, le quistioni sull' infinito e sul moto; le dispute riguardanti il vôto, lo spazio e il tempo non furono a lui sconosciute. Quanto mai esiste, quanto mai si opera ne' cieli, nelle profonde viscere della terra e nella superficie de' corpi egli descrisse; trattò delle materie, ragionò delle distanze, delle rivoluzioni de' pianeti, della natura degli astri e delle loro sfere, penetrò nel seno della terra, disputò dei fossili, dei minerali, ragionò delle violente scosse che sconvolgono il globo, e sulla di lui superficie chiamò a disamina i mari, i fiumi, le piante, gli animali. Seguì l'uomo in tutti i suoi rapporti; conobbe l'anatomia de' corpi, la natura e le facoltà dell' anima, gli oggetti delle sensazioni, gli impulsi più segreti del cuore, le leggi, i governi, le scienze, le arti, e vide nella caligine de' secoli le multiformi, svariate vicende de' popoli e il corso degli umani eventi. Tale fu il filosofo di Stagira, e tali le opere del suo ingegno. Tuttavia, malgrado la maravigliosa vastità delle cognizioni, malgrado la profondità delle vedute, le dottrine aristoteliche giacquero per

molto tempo negletto, mentre lo spirito brillante di Platone e la sua armoniosa favella traeva in suo favore le menti greche, adescate dalla vivace di lui immaginazione e dalla copia di una dizione sempre felice ed insinuante, a fronte dello stile aristotelico severo ed arido nelle sue forme, ed espresso in una favella che, quantunque pura, sente dell'austero, o è ravvolta in oscurità o naturali od affettate, e stancavano, non che l'universalità dei lettori, specialmente la delicatezza ellenica. La fama di Platone era pur decantata presso i Romani, che derivavano da fonti platonici tutte le dottrine filosofiche. Riporta Suida, che Arpocrazione di Argo insegnò tali dottrine a Giulio Cesare nelle conferenze che ebbe con esso lui: che anzi, siccome Scipione e Lelio avevano cominciato ad inspirare a' Romani l'inclinazione verso le lettere e la passione di divenire sapienti; così tutte le ragguardevoli persone si recavano ad Atene per istudiar filosofia sotto Carneade, Filone ed altri, che resero ancor più luminosi i dettami di Platone per la riputazione che ivi si procacciarono. Questo motivo rese pur aderente agli insegnamenti platonici il principe della Romana eloquenza, Cicerone, che nelle epistole a Quinto fratello scriveva: *Deus noster Plato*, e nelle epistole famigliari confessava: *Platonem auctorem ergo vehementer sequor* (1). E la seguiva, e la celebrava ne' varj suoi scritti, onde altamente ne saliva il grido per l'Italia tutta, non solo a cagione di quelli che professavano le dottrine platoniche, ma altresì per la copia delle opere di quel filosofo, che continuarono a diramarsi fino ai primi imperatori di Roma. Intanto le opere di Aristotele se ne rimanevano presso che silenziose, e poichè tanta luce spandeva la dottrina di Platone, Aristotele, che su molti aspetti la impugnava, non potè determinarsi a pubblicare i suoi scritti, solo pago di affidarli a Teofrasto, il suo più fedele discepolo e anco suo successore nel Liceo, talchè Teofrasto e coloro che a lui succedettero, Stratone, Demetrio Falereo ed altri, insegnarono la dottrina di Aristotele solo per pura tradizione. Non esistendo scritto veruno che dispiegasse il pensiero di Aristotele, essa apparve fredda e destituita di quel vigore che valse a raccomandare le altre sette. Dopo la morte di Teofrasto, siccome narra Strabone (2), le opere di Aristotele soggiacquero a tali avventure che abbastanza spiegano la causa del silenzio di que' secoli sulla dottrina di lui, durante lo strepito che faceva di sè la scuola platonica. Silla, nelle di cui mani pervennero i preziosi scritti di Aristotele, e Lucullo, che nella guerra contro Mitridate si fece prigione e condusse a Roma il grammatico Tirannione, valente conoscitore di quegli scritti, non seppero apprezzare il

(1) Liber I, *epistol. familiarium.*
(2) Lib. XIII. *Geographiæ.*

tesoro che di Grecia recavano in Roma. Ma Andronico Rodio, quivi venuto, estimatore quale egli era del merito di Aristotele, pose tanta cura ed opera su quegli scritti, che dir se ne può il primo ristauratore, e quegli che divulgò per Roma il merito di Aristotele verso il tempo che Cicerone levava alto grido di sè e veniva chiamato alla dignità più illustre della repubblica. Intanto la filosofia di Platone, sotto i successori di Giuliano, Arcadio, Onorio e i due Teodosii, cadeva in un pieno discredito. Gli imperatori divenuti cristiani, meglio aderivano ai sentimenti di san Giovanni Grisostomo, di sant'Ambrogio, di sant'Agostino, di san Gerolamo intorno alle dottrine di Platone, di cui scriveva Tertulliano (1): *Doleo bona fide Platonem, omnium hæreticorum faetum esse condimentum;* la qual riflessione di Tertulliano si avverò sempre più dopo le funeste avventure di Apollonio Tianeo, di Porfirio, di Jamblico, di Proclo e di molti altri Platonici, divenuti seguaci della magia e dell'ateismo. In quella vece cominciò ad essere acclamato Aristotele; nè l'incursione de' Goti in Italia, le guerre de' Saraceni nell'Asia, la presa di Alessandria fatta da' Musulmani, le persecuzioni di Leone Isaurico contro i filosofi, sconfortarono questi dall'abbracciare i dettami di Aristotele. Varj scrittori della Chiesa, che prima erano accostumati ai fiori dell'eloquenza platonica, e mal giudicavano delle dottrine aristoteliche, finalmente piegarono in favore di questo filosofo, e riconobbero che nell'arte del ragionare da lui insegnata nulla vi avea di falso, che quest'arte era solida, e poteva divenir proficua alla religione, che quantunque sopra naturale, non manca di essere alla ragione conforme. Vi fu pure un Anatolio, vescovo di Laodicea, chiamato da Eusebio il più sapiente de' suoi tempi, il quale primo fra i cristiani insegnò la dottrina di Aristotele in Alessandria, e colla sua autorità le conciliò grande riputazione in Egitto e nell'Italia. Sant'Agostino stesso, di cui lo spirito era così penetrante, non avrebbe posta mano alle opere di Aristotele, se molto riputato non avesse il di lui metodo, talchè ne' libri contro Cresceuzio egli biasima questo grammatico donatista, perchè tendeva a sopprimere l'uso della dialettica, così vantaggiosa alla difesa delle verità. Severino Boezio, in fine, che fu tre volte console in Roma, dopo avere studiato in Atene per lo spazio di diciotto anni la filosofia di Aristotele, e dopo averla approfondita con molte meditazioni, la rese celebre per tutto l'Occidente, malgrado i turbamenti delle guerre italiche, l'ignoranza degli imperanti, la stupidità de' popoli tale, che si prendevano per negromanti gli eruditi in qualche ramo delle scienze umane, siccome il Bellarmino scrisse di papa Silvestro II che sapeva di filosofia e di geometria.

---

(1) Cap. VII. *De præscriptione.*

Ma la riputazione del filosofo di Stagira erasi diffusa con molto maggiore strepito presso gli Arabi, giacchè le scienze passate di Grecia in Italia, passarono d'Italia in Africa, e quelli che furono secoli d'ignoranza in Europa, furono secoli illuminati nell'Africa e nell'Egitto, dove sorse una turba di filosofi, che arricchirono colle loro illustrazioni le dottrine di Aristotele. Fra questi primeggiano Avicenna ed Averroe, che, come scrive l'Alighieri, *fece il gran commento*. Levarono essi in tanta fama Aristotele, che si stabilirono università per insegnare la di lui filosofia a Costantina, a Tunisi, a Tripoli, a Fez ed a Marocco: dovunque in somma stendevano gli Arabi le loro conquiste, portavano pure lo spirito della filosofia da loro abbracciata; e questa fioriva parimente nelle Spagne. Gli Ispani dappoi recarono in Francia i commentarj della filosofia aristotelica, di cui si aveva da quegli abitanti poca contezza, e siffatta dottrina cominciò ad insegnarsi pubblicamente nell'Università di Parigi. Io rammento un'epoca, in cui fu più varia ancora la fortuna d'Aristotele (1); e sorse il metodo scolastico, che improntò di sue forme non la filosofia sola, ma altresì le dottrine teologiche per rimarchevole serie di tempi. Ma disgraziatamente l'Aristotele delle scuole non era punto quello della Grecia, e sol vi si ravvisava una qualche affinità. Le alterazioni che la di lui dottrina aveva sofferto presso gli Arabi, esse pure ne crebbero le incongruenze. Pure l'autorità di questa filosofia era, per così dire, irrefragabile. Dove erasi lanciato il motto: *Ipse dixit*, era vano il dissentire, e solo era lecita qualche interpretazione conciliativa. Laonde potea riuscir verissimo il detto di Seneca: *Versat nos et præcipitat traditus per manus error alienisque perimus exemplis.* Coll'appoggio anzi delle sentenze aristoteliche percepite a capriccio, l'ingegno umano si impegnava a difendere le sue imaginate stravaganze. Laonde a togliere le studiate occasioni di un perverso interpretare, i libri di Aristotele talora vennero arsi, o ne fu vietata la lettura. Sotto Filippo Augusto un'assemblea di vescovi condannava la metafisica di Aristotele; e sotto Innocenzo III e Gregorio IX si vietava ai professori dell'università parigina di insegnare la fisica di lui; e si notavano di eresia celeberrimi institutori per essere troppo aderenti ai principj di lui. Tuttavia tanto si estimava il genio di Aristotele, che in una novella riforma della università di Parigi si diede eccitamento allo studio di esso, e in cambio di biasimo, la filosofia di lui fu considerata siccome regola e modello d'ogni altra, talchè al dir di Patrizio, filosofo veneto, si annoveravano migliaja di volumi sopra le

(1) Launoi, *De varia Aristotelis fortuna.*

sole materie dallo Stagirita trattate. Ma il grande raffinamento di dialettica, e la furiosa emulazione che si accese dappoi sulla dottrina d'Aristotele fra i così detti Nominali ed i Realisti, fra i Tomisti e gli Scotisti, ne' quali partiti si divise la maggior parte delle università europee, fece sì che quel carattere solido, che è il carattere essenziale di Aristotele, evaporasse, per così dire, in sottigliezze per ogni parte introdotte, e si corrompesse per la confusione delle idee e delle dispute la gravezza della filosofia aristotelica. L'animosità e l'arbitrio di tutto permettere alla propria imaginazione si spinse al punto, che il tumulto delle scuole faceva risuonare il nome di Aristotele, ma la voce di lui veniva soffocata, e la sua dottrina non era possibile ravvisarla. Pel cattivo gusto de' tempi, per l'ignoranza delle belle lettere e l'eccessiva foga del ragionare fu aperto il campo a quelle vane e sfumate contese, a quello spirito di tutto impugnare per una fanciullesca ostentazione, che occupò le menti umane per un decorso di secoli, e degradò la dignità del filosofo. Gli stessi commentatori arabi, che tanto contribuirono alla preferenza di Aristotele sopra ogni altro filosofo, contribuirono pure alla introduzione di termini sconosciuti e barbari nella schietta dizione aristotelica. Il genio brillante della eloquenza platonica gli Arabi non lo gustavano, e più li muoveva lo stile conciso e la maniera solida del ragionare aristotelico. Perciocchè, siccome il cattivo gusto de' Goti si stabilì nell'architettura e nelle arti sorelle, così i barbarismi e le implicate forme indigeste del dire si sparsero negli arabi commenti e negli studiosi degli interpreti arabi, che poco sapevano di lettere amene. Per queste vicende dei tempi e per questa variata condizione dell'ingegno umano fu pure il filosofo di Stagira or depresso e deturpato (1), or levato a cielo, siccome già aveva fatto Quintiliano, che a tempi ancora autorevoli scriveva: *Quid ego commemorem Aristotelem, quem dubito scientia rerum, an scriptorum copia, an eloquendi suavitate, an inventionum acumine, an varietate operum clariorem putem?* (2)

Le mie parole mi hanno naturalmente ricondotto alle non troppo fortunate epoche del metodo scolastico negli studj sacri adottato, o sia di quel metodo che si praticava da' monaci che fra i Benedettini avevan l'incarico dell'insegnamento: del che mi verrà fatto di ragionare in altra tornata.

---

(1) Gassendi: *Exercitationes: Paradoxicæ.*

(2) *Instit. orator.* lib. X.

SCOLASTICISMO,

INFLUENZA DEL SUO METODO, SUE FRIVOLEZZE E SUOI LOGICI DIFETTI.

MEMORIA

DI

BARTOLOMEO CATENA

Letta nell'adunanza 8 giugno 1854.

Da quanto finora ci venne fatto di ragionare intorno la filosofia aristotelica, ed il suo dominio nelle scuole acclamato per molti secoli, rileviamo quanto sia giudizioso l'avviso di Cicerone (1): *Non tam auctoritas in disputando, quam rationum momenta quærenda sunt. Quin etiam obest plerumque iis qui discere volunt auctoritas eorum, qui se docere profitentur. Desinunt enim suum judicium adhibere: id habent ratum quod ab eo quem probant, judicatum videant. Nec vero probare solco id quod de Pythagoreis accepimus, quos ferunt si quid affirmarent in disputando, cum ex iis quæreretur, quare ita esset, respondere solitos:* Ipse dixit. *Ipse autem erat Pythagoras. Tantum opinio præjudicata poterat, ut etiam sine ratione valeret auctoritas.* Veggiamo infatti che dopo i luminosi tentativi della mente umana per le filosofiche speculazioni ci abbattiamo in due o tre secoli sterili in discoperte, durante i quali, la filosofia, lungi dall'aumentare il deposito delle idee, non fu nemmeno atta a conservarle; e diretta soltanto da una cieca imitazione, quasi trascurare la veggiamo i fortunati impulsi a nuove ricerche, e intorpidire sui dettati di uomini che già vissero. E come suole avvenire nelle abitudini umane, che ogni secolo si informa del gusto e delle tendenze generalmente dominanti, e là dove inclina lo spirito pubblico, ivi si volge ed armonizza senza altro esame il più degli uomini: così l'invalsa opinione pubblica rese applaudita e decantata, quasi dono celeste, la dottrina aristotelica; ogni individuo si attribuiva a stoltezza il lottare contro di essa, e

(1) *De natura Deorum*, lib. I.

credeva pure di rendere un omaggio alla sapienza umana, accogliendo e facendo tesoro inesauribile di scienza il suo magistero. E tanto più propizj volgevano i tempi al dominio aristotelico, quanto meno svegliato gli si presentava lo spirito dell'umana società, e gli ingegni erano più proclivi a ricevere le impressioni altrui, che a crearsi le proprie. Da ciò avvenne che a questo così generico fonte bevevano i loro concetti gli amatori dell'arte poetica non meno che i più rigidi dialettici, i più indulgenti studiosi delle arti liberali, non meno che il più accigliato geometra, e tanto il dotto che dedicava l'opera sua al sollievo della languente umanità, quanto l'oratore che si proponeva a scopo della sua facondia la prosperità pubblica o la individuale benemerenza, tanto il perito nella legge che perorava le cause, quanto i dottori di religione che professavano nelle scuole la scienza del cielo, talchè non nella sola medicina, non nella sola giurisprudenza, o nelle altre facoltà che colla filosofia conservano un vincolo comune, ma altresì nel trattare le dottrine teologiche, sebbene le forme della scuola peripatetica immensamente si discostassero dalla natura di essa dottrina; pur nella loro esposizione si è veduta una straniera impronta ed una novità quanto al metodo ed alla dicitura, se non nell' essenza dell'insegnare. Di cotali maestri posti ad additare la via della scienza sacra si incontrano turbe conosciute dagli stessi tipografi. I fondamenti e i principj, talora difettosi di Aristotile, e quindi di Averroe, di Avicenna, di Alfarabio e di altri Arabi, le opere de' quali passarono in que' tempi rozzi dalle Spagne nella Francia, operarono soverchie invasioni, e giunsero ad arrogarsi un mal inteso dominio.

Ma di questa scuola non è mio intendimento nè il censurarne i vizj con animo agitatore, nè l'esaltarne le virtù. Fecero di ciò bastevole cenno un Bossuet (1), un Mabillon (2), Elia Dupin (3), lo storico Fleury (4), e quanti altri mai scrissero su di ciò con franca penna esattamente cattolica, e sciente delle materie. I celebri scrittori da me accennati, di cui suona sì alta la fama, ben sapevano apprezzare i buoni autori scolastici, e la sana teologia che porgevano essi alla turba degli studiosi. Ma dietro la loro scorta ei è d'uopo distinguere la dottrina, che tali autori raccoglievano dai Padri della Chiesa, dal modo con cui la esponevano. È noto che sotto il nome di dottrina scolastica si intende il metodo di insegnare nella scuola introdotto dopo il secolo XII, tempo

(1) *Defense de la Tradition.*
(2) *De studiis Monasticis.*
(3) *Bibliothèque des auteurs ecclésiastiques.*
(4) *Discours sur l'hist. eccles.*

in cui la ignoranza, la barbarie e il cattivo gusto regnavano nell'insegnamento di tutte le scienze. Questo metodo, ben differente dall'uso seguito fin dal principio del Cristianesimo, due principj essenziali comprendeva: 1.° la riduzione di tutte le quistioni in un corpo di teologia; 2.° lo stile e la maniera di trattare quistioni siffatte. Gli antichi Maestri della Chiesa non si erano assunto l'incarico di presentare un corpo intero di teologia, come divisarono i novelli Scolastici: quantunque, a vero dire, si ravvisi in taluna delle loro opere il piano intero della religione e la maniera d'insegnarne la dottrina. E perciò non trattasi di porre a quistione quale dei due metodi offra migliori vantaggi. Sarebbe certo intollerabile pretensione il volere che il metodo degli antichi non sia il veritiero, o manchi di sua perfezione, quasi che la Chiesa ne' suoi secoli più belli fosse destituita di soccorsi all'istruzione de' suoi ministri necessarj, e delle maniere di insegnare le più naturali e le più solide. Malgrado ciò, convengono i dotti di buon grado, che il metodo di ridurre in un corpo consecutivo tutta la dottrina sacra può avere i suoi vantaggi, purchè tale dottrina sia stabilita sugli immobili principj della Scrittura e della Tradizione. Convengono pure che per quanto si discuta sulle incongruenze e sui vizj della Scolastica, ciò non pregiudica in verun modo nè alla santità, nè alla dottrina, nè ai solidi ragionamenti di alcuni fra loro, al numero de' quali sappiamo appartenere un S. Tomaso, cui il mondo cattolico onora come l'angelo delle Scuole, e un vero dottore della Chiesa, di cui gli scritti, sebben dettati coll'arido stile proprio del suo secolo, saranno sempre ammirati per la precisione, il candore e la esattezza con cui l'autore va trattando le materie di dogma e di morale. Ma l'esempio dell'Aquinate non ha potuto prevalere in modo che lui solo seguisse la turba dedicata agli studj sacri. Profonda era la estimazione, dominante il credito di un Pietro Abailardo e di Pietro Lombardo, vescovo di Parigi, che ridusse a quattro libri di sentenze le teologiche opere dei Padri, e inaugurò quel metodo che più sorrise all'universale classe degli Scolastici che vennero dappoi, e che non a torto esaltavano i vantaggi recati dalla Scolastica alle scienze sacre. Ed in vero noi le siamo debitori dell'ordine e del metodo che regna negli scritti, dell'arte del tenersi fermo e costante in sulla difesa della propria tesi contro qualsivoglia attacco di chi si avanza ad espugnarla, del giudizio logico per rilevare se nei sillogismi, o nelle consimili forme sia praticato il giusto confronto dei termini, se l'una o l'altra delle proposizioni premesse sia falsa, o mal reggente, e se da essa scaturisce spontaneamente il giudizio conseguente, onde poi la mente si accostumi a discernere il paralogismo dal retto sentire, e a mettere in palese le illusioni sofistiche e gli insidiosi cavilli; ed onde pure la forza sillogistica del disputare determini l'avversario a confessare l'evidenza di ciò che

più è munito del probabile o del vero. Pregi son questi alla Scolastica annessi, per cui essa, fidando sulla fama de' suoi primi cultori, chiamò a sè l'opera e gli ingegni dei molti, che poi co' più fastosi titoli si celebravano. Perciocchè, a non parlare di Pietro Lombardo, conosciuto sotto l'appellazione di *Magister sententiarum*, molto mossero la fantasia de' posteri l'uno chiamato Magno, l'altro *dottor sottile, irrefragabile* un terzo, e degli altri chi *illuminato*, chi *solenne*, chi *universale*. La principale missione di tali strepitosi autori sembra esser quella di aver dato mano ad una infinità di volumi, parte impressi, e parte ancor manoscritti, che riposano tranquilli nelle grandi biblioteche, giacchè non par che allettino i leggitori nè per l'utilità, nè per la lusinga dello scritto. La copia stessa dei libri usciti dalla lor penna ci fa maravigliare del tempo da essi impiegato, e temere che non sia rimasto loro abbastanza tempo per meditare. Ad ogni modo, malgrado la rinomanza degli autori e delle scuole, si veggono le scienze sacre declinare in peggio. Il più degli Scolastici ignorando le lingue originali delle opere bibliche, e le veritiere regole della critica, prendevano sovente le sacre pagine in sensi travolti, o figurati, e sopra questi pretendevano stabilire dommi, che non potevano avere altra base che il loro vero senso naturale; citavano libri apocrifi di Padri, di Concilj, di Canonisti; perciocchè un ragionar vizioso aveva depravato lo studio del civile non meno che del diritto canonico. L'alleanza poi di una mal fondata dialettica colla logica sacra, e la pretensione di trattare la dottrina della Scrittura e dei Padri sotto la forma e l'organo di una metafisica appresa dagli scritti di Aristotele, e seguace del metodo arabo, rese libero il varco a tutte le quistioni problematiche, e tali che presentavano piuttosto una scuola di filosofi, chiamati a propugnare in pubblico le imaginazioni del loro spirito e le polemiche contenziose, ingombre di divisioni e distinzioni e di quelle inette minuzie, che al dire di Bacone *Scientiarum frangunt robur* (*De augmentis scientiarum*). E siccome la congerie delle quistioni cresceva a dismisura ogni giorno, e fervevano dispute ingombre di assurdità e di cavilli; così lo studioso si riputava a fortuna, per isbrigarsene, il valersi dei fondamenti o dei principj talora difettosi di Aristotele, e dei seguaci di questo, Averroe, Avicenna, Alfarabio ed altri Arabi, le opere dei quali passate in quelle epoche rozze nell'Occidente, occuparono di troppo le scuole, e si impadronirono delle scienze più elevate. Questo scoglio non isfuggiva alla vista de' buoni teologi di que' secoli; ma le turbe non furono attente ad evitarlo, nè porgevano orecchio docile ad un S. Fulberto di Chartres, ad un S. Anselmo, ad un Lanfranco e ad altri, dai quali era mostrato che nelle cose della fede, la ragione umana è una guida ingannatrice, ed espone all'errore ed alla illusione chi si lascia adescare, e non valuta a dovere

i soccorsi della rivelazione. Dimenticato adunque il nobile e maestoso contegno dei Padri, dimenticato l'esempio di illuminati scrittori, sedotti in quella vece e rapiti gli umani ingegni dall'amor del problema, dalla passione dell'antitesi, dalla foga capricciosa di istituire dispute, infinitamente pregiavano le distinzioni argute e frivole, le futili sottigliezze, le *quiddità*, gli *accidenti*, e cercarono in ogni argomento il dubbio, non per difetto di convincimento, ma per necessità di sistema, e per mostrare di provar tutto sillogisticamente, secondo la formola adottata: *Videtur quod sic, videtur quod non;* e secondo la pratica invalsa di esprimere pure i concetti sacri con termini poco noti e con novità di forme, contro la sentenza del grande Basilio (1): *Nomina autem nobis satis est ea confiteri quæ a sancta Scriptura accepimus, et in his novitatem vitare. Non enim in inventione nominum nostra salus, sed in sana divinitatis, in qua credimus, confessione.* Noi vediamo le traccie di questa furiosa invasione dialettica segnate nelle opere degli scrittori de' secoli barbari, dopo che Aristotele or col pallio filosofico, or col manto delle scuole parlò da legislatore in filosofia, e invase gli studj, e si spinse per entro ai non concessi limitari delle sacre aule. Non a torto dunque scriveva un pio vescovo di Francia (2), che molti Scolastici più sottili che solidi, volendo avere il vanto sopra S. Tomaso, hanno implicate le verità, cui pretendevano rischiarare, danneggiato lo studio delle Scritture, de' santi Padri e de' Concilj, dissipati gli ingegni, ed estinto a poco a poco lo spirito di pietà con quel loro tenore stibrato ed arido di spiegarsi. Alle quali parole noi possiamo aggiugnere lo stile informe e nojoso, sparso non solamente di formole barbare, ma anche di concetti non intelligibili che a stento. Io bensì ammetterei che in qualche materia, nell'insegnamento del dogma, a cagion d'esempio, la dizione debb'essere sgombra d'ogni affettazione, che vi si debba ricercare la chiarezza e la precisione, e non la pompa degli ornati, ma siffatti semplici modi han pure la loro nobiltà e le loro grazie, ma il bisogno della semplicità non toglie che puramente si parli e si scriva la lingua, in cui esprimiamo le cose; all'incontro più appositamente si parla, più agevolmente arriviamo a farci intendere; nè giova il formarsi un senso particolare ed un artificio di termini proprj, sconosciuti nella lingua stessa di cui ci serviamo. È cosa evidente che ognuno può filosofare, può dissertare, parlando bene la propria lingua. Aristotele scritto aveva in buon greco, come Cicerone aveva dettate le sue opere filosofiche in buon latino, e

(1) *Epistola* 410.
(2) Godeau, *Histoire de l'Eglise.*

come è costume de' più distinti ingegni di esporre i proprj concetti in uno stile preciso e depurato che rivela la forma nativa della lingua di cui è improntato l'autore. Che se il solo frammischiare nella lingua propria e famigliare un'accento straniero muove a disgusto gli orecchi anche i più triviali, come avvenne della vecchia ateniese, che scoprì quale straniero alla sua città il dolcissimo Teofrasto, e come pur narra il Burcardo nel suo famoso Diario (1), che Alessandro VI cantò solennemente nel suo pontificale: «*Exsultet jam angelica turba*», *intermiscens accentus hispanos in omnium displicentiam;* che direm di coloro, i quali pure affettando il linguaggio del Lazio, ne disconoscono i modi, e lo improntano di una terminologia dissonante, più amica dei clamori arabi che del placido favellare latino. Era dunque in quelle età malaugurate destino degli studj serj l'esser gravosi e disaggradevoli; nè si aveva pensiero che colui che istruisce, tocca al massimo punto della perfezione, associando alle utili le maniere dilettevoli.

Se non che meno ci muove a disgusto lo stile delle scienze scolastiche disadatto e barbaro, quanto il metodo di discutere le materie, l'ingombro delle dispute frivole che poscia si accesero, e la farragine delle quistioni sottili, sminuzzate e spesso non accordate col buon senso, nè colla rivelazione. E pure tale era la piega degli ingegni, che poste in noncuranza la Scrittura e la dottrina de' Padri, si procurava umano fondamento alle proprie quistioni con prove estratte da inconcludente filosofia e dall'autorità di profani scrittori. Per tal modo aprivasi il campo a novelle opinioni, a novelli sistemi, che alla fine produssero lo scetticismo di que' probabilisti che, condottisi al punto di negligentare gli studj sacri, giunsero col battagliare fra loro in lor concitata favella a copiarsi a vicenda, a citarsi gli uni cogli altri sotto i titoli più vani, finalmente a sciorinare errori e novità nelle loro magistrali decisioni, pretendendo pure che col biasimare il tenore scolastico si faccia onta e dileggio ai santi ed ai veri dottori che pur seguivano quel metodo: qual se taluno biasimando il ciarlatanismo in medicina, facesse ingiuria all'apostolo S. Luca che fu medico. Io per me crederei che la copia di siffatti ingegni fosse quella che pose ritardo nel secolo ai progressi della morale evangelica, la quale ne' più bei giorni della Chiesa non riconosceva siffatti maestri, che in genere non sono riputati nè veri teologi, nè buoni canonisti, nè sensati filosofi, e di alcuni de' quali la temerità fu repressa da' pastori che vegliavano alla conservazione del deposito della fede e della morale; maestri, io dico, che avvezzavano i loro discepoli

---

(1) Diario ms., Codice Ambrosiano.

ad una scienza secca e scarnata, sempre pronta a garrire ed a sostenere stizzosamente le disfide col soccorso delle distinzioni sofistiche e delle ambiguità insidiose di una insana dialettica. « Tuttavia io non cesso dal maravigliarmi, scriveva il Fleury, che in tempi così disgraziati e con sì pochi sussidj ci abbiano gli scrittori di que' tempi conservato il deposito della Tradizione quanto alle dottrine. Io di buon grado loro tributo quelle lodi che si meritano, e benedico, a mia possa, quell'Ente che, a tenore delle sue promesse, non ha cessato giammai dal sostenere la sua Chiesa. Solo io domanderei che fossimo paghi di collocare quegli scrittori nel seggio che è loro proprio, senza elevarli di troppo; che non si pretenda d'aver essi raggiunto l'apice della perfezione, e che come tali debbano essi servire di modello ».

E veramente troppo grave accusa peserebbe sopra i cultori delle scienze sacre, se, immemori degli sforzi tentati dalle altre scienze, e delle veglie praticate per riuscire a buon fine, essi soli se ne stessero scioperati imitatori de' secoli che abbiamo percorsi. Le Scritture e la Tradizione sono per vero dire le fonti dove essi attingono le loro dottrine; ma una schietta dizione nell'esporle, un giudizioso tenore nelle discussioni e nella scelta degli argomenti, un liberarsi da tutti gli ingobri di una viziosa dialettica, sono di gran giovamento per chi ne sa profittare. Sappiamo che dopo Cartesio la filosofia ha fatti sì grandi progressi, e il metodo di ragionare si è cotanto depurato, che la teologia pure è divenuta più chiara, più metodica, più sgombra di artificj non suoi e di sfumate sottigliezze che le erano di sopraccarico, e ad oscuri vocaboli si è imparato di sostituire nozioni rette e distinte. I grandi uomini che trattarono di scienze sacre, erano pur buoni filosofi, e destarono l'ammirazione dell'Europa colla chiarezza che seppero conciliare ai loro trattati di teologia. Insistendo sulle orme di questi ingegni, ancorchè questi altre regole non ne diano che il loro esempio, saprà ogni cultore delle scienze sacre attenersi ad una aggiustatezza di dottrine non meno che ad una lucida esposizione di materie. A disgraziato consiglio si appiglierebbero coloro che o per pregiudicate opinioni, o per una trista influenza di persone e di cose, ponendo in non cale il sereno e il limpido ragionare de' tempi a noi più vicini, ripigliassero l'aereo e tempestoso romoreggiare de' secoli andati, e disdegnando gli inquieti e mal nudriti spiriti, non adottassero il dantesco:

« Non ragionar di lor, ma guarda e passa. » (1)

---

(1) *Inferno* cap. III.

IMPORTANZA DEGLI STUDJ SULLA STATISTICA DEI FIUMI.

E

CENNI INTORNO A QUELLI FINORA INTRAPRESI.

MEMORIA

DELL'INGEGNERE

ELIA LOMBARDINI

Letta nei giorni 16 luglio e 6 agosto 1846

Le scienze naturali, mano mano che allargano a più vasto campo il loro dominio, vanno gettando nuovi rami, ciascuno de' quali, non appena diviene argomento di speciali studj, assume l'aspetto di una nuova scienza; poichè mentre quell'ordine di fatti che si raccoglie diventa bastevole ad occupare tutte le forze dell'intelletto, richiede inoltre particolari modi di osservazione, e quindi un'altra attitudine d'ingegno, e un altro andamento del pensiero.

In mezzo a questa apparente divergenza dei varj rami scientifici si scoprono ciò non pertanto rapporti sempre nuovi che legano gli uni agli altri; ed accrescendosi per tal modo i punti di loro contatto, il vicendevole sussidio che vengono a prestarsi ha non poca parte nel rapido loro avanzamento.

La scienza delle acque limitando da principio le proprie ricerche a ciò che risguarda l'architettura idraulica propriamente detta, all'arte cioè di farle servire pei comodi della vita, e di frenare le loro irruzioni, ella era scienza del tutto isolata. Ma vennero frattanto a cadere sotto l'occhio dell'osservatore altri fenomeni che per la serie delle cause e degli effetti si collegavano alla meteorologia, e le potevano fornire la contro-prova delle sue induzioni. Altri fenomeni parvero ripetere quelli che in una più vasta scala dovevano essere avvenuti in remote età del globo, e aggiunsero un nuovo capitolo alla geologia. E finalmente nel paragone dei fiumi la geografia fisica trovò un profondo argomento d'osservazione ed un nuovo lume per determinare la complessiva natura d'ogni regione della terra. Di modo che se si avessero per un momento a dimenticare tutti i diretti servigi che la scienza delle acque può prestare alle

nazioni, ella formerebbe ancora una importante materia di studj per l'ajuto che offre a molte altre scienze naturali, nella parte specialmente che risguarda la statistica dei fiumi.

Mi si perdonerà poi se per un giusto sentimento di patria esprimo il desiderio che questo ramo scientifico pressochè nuovo trovi più volonterosi coltivatori in quel paese nel quale, per condizioni particolari di natura e d'incivilimento, la scienza delle acque venne creata, da prima colle grandi opere idrauliche, e di poi colle dottrine, recando tanto frutto di pubblica utilità. Un succinto ragguaglio dei lavori intrapresi a questo fine e delle importanti conseguenze che di già se ne ricavano, possa servire di stimolo per promovere siffatti studj anche presso di noi, ove sarebbero assecondati dal concorso delle più favorevoli circostanze.

Sotto il Governo francese uscì in Torino una Memoria di *Giuseppe Castellano*, professore di geometria, contenente un progetto di statistica per i fiumi di primo ordine, applicato alla Senna. L'autore prometteva di pubblicare eziandio una statistica del Po, della quale dichiarava avere di già raccolti i materiali.

La statistica della Senna doveva principalmente consistere in una immensa tabella suddivisa in sessantaquattro colonne, nelle quali si sarebbero esposte le principali indicazioni tanto pel fiume recipiente, quanto pe' suoi influenti. Molte di quelle indicazioni sarebbero state in vero utilissime, ma molte altre di poca importanza. Col dare al suo quadro tanta estensione, sembra che l'autore si proponesse dimostrare d'aver dimenticato nulla di ciò che si richiederebbe pel fine cui mirava il suo lavoro, senza poi calcolare le difficoltà cui si andrebbe incontro per riempiere tutte quelle colonne, circostanza che consiglia in casi simili a ristringere le ricerche entro confini più limitati ed alla parte soltanto che può tornare maggiormente utile. L'esperienza per altro ebbe a provare come quella forma non sia la più opportuna per dare una giusta idea dell'indole dei fiumi e delle loro qualità caratteristiche.

Un lavoro di somma importanza è quello del signor *Girard* sul Nilo, contenuto in una Memoria letta li 16 e 21 giugno 1816 all'Accademia delle scienze di Francia (1). Ch'io mi sappia, egli pel primo avrebbe rappresentato graficamente le oscillazioni giornaliere d'un fiume, dandone, rispetto al Nilo, per gli anni 1799, 1800 e 1801 la curva, le cui ascisse corrispondono ai tempi, e le ordinate alle altezze osservate.

---

(1) *Observations sur la vallée d'Egypte et sur l'exhaussement séculaire du sol qui la recouvre.* Mém. de l'Ac. des Sc. T. II, an. 1817. Paris, 1819.

Premessa una descrizione della valle del Nilo, e dell'andamento di questo sino allo sbocco in mare, e data una idea del sistema delle irrigazioni mediante i canali derivati dal fiume, egli passa a determinarne la portata tanto nella magra quanto nella piena, dopo averne rilevato due sezioni.

Esplorata per la magra la velocità media superficiale del fiume, ne avrebbe ricavata la portata unitaria in m. c. 678; e la determinerebbe in m. c. 10247 per la piena, facendo uso della nota formola del moto equabile delle acque, avuto riguardo alla pendenza che in tale circostanza gli avrebbe assegnata.

Dopo avere praticati alcuni scandagli mediante l'escavazione di pozzi a varie distanze dal Nilo, dall'esaminare la potenza dello strato di limo argilloso che ricopre gli inferiori di sabbia, e dal confrontarne il livello con quello d'alcuni monumenti storici, egli ha indagato quale possa essere stato l'alzamento secolare della sua valle dipendente dai depositi fluviali, e lo calcolerebbe in cent. 10 a Tebe, ed in cent. 15 ad Eliopoli. Termina poi col dare un cenno sulla presuntiva misura di quanto si va avanzando il delta del Nilo in mare.

Approfittando delle misure eseguite dall'autore, e dei dati esposti rispetto alle altezze giornaliere delle acque, ne ho ricavato per semplice approssimazione il deflusso unitario medio, ossia il modulo del Nilo in m. c. 4739, il quale corrisponderebbe a circa due volte e tre quarti quello del Po.

È notevole la circostanza che tanto gli alzamenti, quanto gli abbassamenti del Nilo sono sempre progressivi senza oscillazioni sensibili, meno quelle annuali, lo che devesi attribuire alla regolare periodicità delle cause di tali variazioni, alla mancanza d'influenti ed alla lunghezza del corso del fiume, il quale viene così a fare le veci d'un immenso lago per rendere maggiormente costante il deflusso ne' suoi tronchi inferiori.

È pur meritevole d'osservazione che dopo tre mesi di magra continuata del Nilo, in tre pozzi escavati alla sua sinistra presso Esnè si ritrovasse l'acqua elevata, in uno di $4^m,97$ alla distanza di 3200^m; in un secondo, di $4^m,23$ in distanza di 1800^m; ed in un terzo, di $3^m,44$ sul livello del fiume in distanza di 1200^m, quantunque lo strato del terreno fosse sabbioso e quindi permeabile, particolarmente pel secondo e terzo pozzo.

Il signor *Escher de la Linth*, celebre pei benefici sentimenti coi quali ha promosso e diretto l'abbassamento del lago di Wallenstadt colla salvezza di un esteso territorio che ne rimaneva inondato, in una Memoria letta il 23 luglio 1821 alla Società elvetica delle scienze naturali in Basilea ha presentato un lavoro interessantissimo intorno al Reno, del quale vedesi l'estratto nel T. 17 della *Biblioteca Universale* di Ginevra (1821). Avendo misurata una sezione del fiume presso Basilea, in relazione alla rilevata pendenza del pelo d'acqua determina

colla formola d'Eytelwein la velocità media delle acque nella diversa loro elevazione, e la confronta con quella ricavata dalla velocità superficiale esperimentata onde rettificarla. Costrutta con quei dati una scala dei deflussi, e tenuto un registro giornaliero delle altezze del fiume dal 1809 al 1820, calcola il deflusso integrale e medio d'ogni anno e per l'intero periodo, il quale ultimo verrebbe ad essere di m. c. 1135 per secondo. Rappresentò pure graficamente le osservazioni giornaliere fluviali, delle quali si danno nell'articolo quelle degli anni 1816 e 1819, da cui ricavasi avere in quel punto il Reno un carattere alpino, essere cioè ricco d'acque d'estate e generalmente povero d'inverno. Questo carattere però, come vedremo in appresso, sarebbe meno pronunciato in confronto del Rodano superiore, il cui bacino si limita ad una regione montuosa elevatissima, mentre quello del Reno e dell'Aar una ne comprende assai estesa e di poca elevazione, ove le piogge ed un precoce scioglimento di nevi sono cagione di piene anche nell'inverno.

Il signor Escher osserva come sarebbe utile il confrontare le portate integrali del fiume colle quantità di pioggia caduta contemporaneamente sull'intero bacino, al che egli non si è indotto per la poca confidenza che aveva nella esattezza delle carte topografiche. Ma l'autore dell'estratto avverte giustamente che non meno incerti sono i dati delle misure eseguite, e che perciò tali confronti potevansi egualmente fare con somma utilità della scienza.

L'ingegnere in capo *Desfontaines,* nella sua Memoria sulle opere di difesa del Reno, inserita nel vol. II, 1833, degli *Annales des Ponts et Chaussées,* dà un profilo di livellazione di quel fiume per tutta la frontiera francese da Basilea a Lauterbourg in lunghezza di 225 chilometri, ove è riportato il pelo d'acqua di magra, medio, e di piena in sedici punti, che sembra corrispondano ad altrettanti idrometri. Quindi per Basilea dà un prospetto delle altezze mensili massime e minime dal 1811 al 1832, come pure la *tenuta* ossia durata dei diversi stati d'acqua in ogni mese ed anno, e nell'intero periodo delle osservazioni per differenze di altezza di circa cent. 50.

Si espongono dati simili risguardanti il periodo 1806-1832 pel Renometro di Kehl; come pure rispetto al decennio 1823-1832 pel Renometro di Lauterbourg.

Egli poi indica la portata unitaria del fiume in magra, in acque medie ed in piena per le tre località summentovate e per Vieux-Brisack, ma non fa cenno delle precise altezze cui tali portate corrispondono; estremo che avrebbe giovato assaissimo di conoscere, e del quale si avrebbe potuto approfittare onde rinvenire la portata media del fiume in que' diversi punti per l'intero periodo delle osservazioni.

Gli ingegneri *Chapperon* e *Legrom,* nella Memoria inserita nel vol. I, 1838, di quella raccolta, danno alcuni cenni interessantissimi sul regime del Reno; ma essi si occupano specialmente degli effetti ottenuti dai diversi sistemi di difese delle sponde, dimostrando i vantaggi avutisi in ultimo dalle opere continue aderenti in confronto dei moli salienti che dapprima si costruivano.

I lavori più importanti che si conoscano sulla statistica dei fiumi sono quelli dell'ingegnere in capo *Dausse* rispetto ai fiumi principali della Francia.

Negli anni 1830, 31, 32, 33 e 39 egli aveva presentati all'Accademia delle Scienze alcuni lavori parziali su questa materia, i quali vennero raccolti in una Memoria che nel 1840 ottenne il premio Monthyon. Dal rapporto che ne venne fatto (1) ricavasi che lo scopo precipuo dell'autore quello si è di studiare l'indole dei principali fiumi della Francia per regolare nel modo più utile i lavori intesi ad agevolarne la navigazione. Le osservazioni si riferiscono a ventitrè stazioni lungo il Reno, la Loira, la Sonna, la Garonna, il Rodano, la Mosa, la Senna, la Somma, il Doub, il Mains, l'Isera, il Tarn, il Lot, e comprendono nella loro totalità 360 anni. Vi si sono aggiunte le osservazioni fatte da Girard al Cairo, delle quali si è di già fatto cenno. Per ogni stazione si danno i prospetti delle altezze medie mensili e delle tenute medie di decimetro in decimetro, rappresentando le une e le altre con curve nel modo di sopra indicato. L'autore dimostra col sussidio di tutti questi dati come nel proporre le opere dirette a migliorare la navigazione de' fiumi, quali sarebbero le chiuse o pescaje che ne attraversano la sezione, o le strade dell'alzaja più o meno elevate, si possa ottenere un risparmio considerevole di spesa, lasciando che rimanga interrotta la navigazione stessa nel caso di massime magre o delle maggiori piene, ove le une e le altre si limitino a breve tempo, lo che viene appunto indicato dalla curva delle tenute annuali, cioè dalla durata dei singoli stati del fiume nelle varie sue elevazioni.

Da un'ordinanza reale del 27 ottobre 1845 rilevasi che il signor Dausse, ingegnere in capo incaricato del servizio straordinario per la prima sezione della navigazione della Senna, ne venne temporariamente esentuato, essendosi autorizzato ad ultimare il lavoro statistico da lui intrapreso per i principali fiumi della Francia, il quale deve sicuramente tornare di una utilità somma. Di esso non si è finora pubblicato che un semplice estratto nel vol. I, 1842, degli *Annales des ponts et chaussées* sotto il titolo: *De la pluie et de l'influence des forêts sur les cours d'eau,* del quale noteremo alcune cose principali.

---

(1) *Comptes rendus de l'Académie des sciences.* Tom. II. lug., dic. 1840, pag. 60.

Ivi si dimostra come una regione sia tanto più abbondevole di piogge quanto più è esposta ai venti della marina, o provenienti da altri luoghi umidi, e come ad accrescerne la copia influiscano la maggiore sua altitudine e l'essere coperta di foreste, circostanze che ne aumentano l'azione refrigerante. Indicate poi dall'autore, tanto numericamente in prospetti, quanto graficamente in una tavola, le altezze medie mensili della Senna al ponte della Tournelle in Parigi, le corrispondenti portate, la quantità media della pioggia e la temperatura, pel trentennio 1807-36, come pure la quantità dell'evaporazione mensile per Montmorency dal 1765 al 1804, istituisce confronti importantissimi, e ne ricava le più utili conseguenze. Avendo calcolata la quantità annuale della pioggia per l'intero bacino della Senna, dimostra che di essa non ne pervengono al fiume che 0,28 per termine medio, e cioè 0,42 ne' sei mesi d'inverno, e 0,17 soltanto in quelli d'estate, ne' quali combinasi la portata minima della Senna colla massima quantità della pioggia. Osserva come ciò debbasi attribuire alla grande influenza dell'evaporazione in un paese quasi piano e denudato, e come la cosa fosse assai diversa ai tempi dell'imperatore Giuliano, quando cioè il suolo era coperto di selve, dichiarando questi che in allora la portata del fiume era pressochè eguale tanto nell'inverno quanto nell'estate, mentre ora varia perfino nella proporzione di 1 : 20. A prova di tale influenza dell'evaporazione estiva accenna l'esempio dell'anno 1816, nel quale essa fu minima, per essere stata l'estate piovosa e fredda. Il deflusso medio di quell'anno avrebbe corrisposto a 0,41 della pioggia, con un divario assai minore di tale proporzione per l'inverno e per l'estate.

Il signor colonnello *Dufour*, nel fascicolo d'aprile 1844 della *Biblioteca universale di Ginevra*, ha dato un sunto delle osservazioni giornaliere delle altezze del lago di Ginevra praticate dal 1775 in poi, per rilevare se siasi alterato, come taluno pretendeva, il livello delle piene, da cui ricavasi che l'altezza massima di quel lago, e quindi del Rodano superiore, si ha dal termine di luglio al principio di agosto. E ciò attesa la notevole elevazione de' monti che vi fanno corona, l'esposizione settentrionale del versante dei principali di essi, e quindi la ritardata liquefazione de' ghiacci e delle nevi che ne ricoprono le cime.

L'ispettore dei ponti e strade di Francia signor *Vallée*, nella Memoria intitolata: *Du Rhône et du lac de Genève* (Parigi, 1842), prevalendosi delle accennate osservazioni, di alcune misure fatte dallo stesso colonnello Dufour delle acque che escono dal lago di Ginevra, e di altre da lui praticate o dedotte, determina gli efflussi massimi e minimi del Lemano nel suo progetto di alimentazione del Rodano colle acque di quello per agevolarne la navigazione. Dà una livellazione del fiume da Ginevra al mare, ed un prospetto della portata

della magra e della piena di esso ne' diversi suoi tronchi, e quella eziandio de' singoli suoi influenti. Tali misure per altro sono in gran parte puramente presuntive, ed i suoi calcoli per la proposta alimentazione non potè instituirli che in via approssimativa, perchè mancano, come egli dice, le osservazioni anteriori sulle altezze giornaliere delle acque del Rodano in Lione, ed a quanto pare anche pei tronchi inferiori. Da ciò rilevasi di quale importanza sieno tali osservazioni, la cui esecuzione e raccolta non presenta alcuna difficoltà, e come dalla loro mancanza vengano a riescire imperfette le proposizioni di opere di tanto momento.

Nel secondo volume 1841 degli *Annales des ponts et chaussées* è inserita una Memoria dell'ingegnere in capo signor *Laval*, nella quale si espongono osservazioni interessantissime sulle circostanze che accompagnarono la straordinaria piena della Sonna avvenuta nell'autunno del 1840. Egli dà in essa un profilo del pelo d'acqua di magra e di piena di quel fiume per tutto il tronco inferiore a Saint-Jean de Losne fino alla confluenza nel Rodano in Lione, in lunghezza di 211 chilometri, come pure la rappresentazione grafica e numerica delle oscillazioni giornaliere del fiume durante la piena, e cioè dal 25 ottobre al 22 novembre, rispetto a quattordici stazioni di quella linea fluviale. Per tal modo scorgesi la legge colla quale andavasi propagando la piena stessa dalle parti superiori alle inferiori. Il fatto più importante che risulta da tali osservazioni quello si è di un notevole ventre di piena manifestatosi all'ingresso della Sonna in Lione, dipendente dal ristringersi ivi in più angusta sezione, da due svolte risentite nell'interno della città e dall'esistenza di otto ponti che la attraversano, i cui argini o rampe d'accesso ingombrano la sezione di piena. Mentre questa difatti si elevò di $8^{m},11$ nel tronco superiore a Saint-Bernard, alla distanza di 28 chilometri dal primo di quei ponti detti di Serin, in quest'ultimo punto invece si alzò fino a $10^{m},65$, riducendosi poi a soli $6^{m},43$ al ponte di Annay in principio della penisola di Perrache dopo 2750^{m}, ed a $6^{m},0$ all'ultimo ponte della Mulatière dopo 2600^{m}, ove la Sonna sbocca nel Rodano. Per tal modo il penultimo tronco fluviale nell'interno di Lione, ove esistono sette ponti, il quale in tempo di magra ha la caduta di 8 centimetri soltanto, e quindi di 3 centimetri per chilometro, in quella piena l'avrebbe avuta nella misura veramente straordinaria di $4^{m},22$, ossia di $1^{m},53$ per chilometro, distribuendosi questa per la maggior parte a ciascuno de' ponti summentovati che, a guisa di diaframmi, formavano altrettanti stramazzi. Da ciò si può arguire come per siffatta causa siensi aumentati gli effetti disastrosi di quella memorabile piena.

Il giovane ingegnere *Surell*, in una pregevolissima Memoria pubblicata

l'anno 1841 (1), ha esposti i risultamenti de' suoi studj sull'indole dei torrenti delle alte Alpi, lavoro che può tornare utilissimo, non solo per rinvenire qualche riparo al progressivo degradamento de' monti diboscati, ma per estendere eziandio simili ricerche sulla natura dei fiumi. Ne aggiungo il seguente estratto, che vedesi anche nel rapporto della Giunta dell'I. R. Istituto Lombardo incaricata dell'esame delle Memorie presentate al concorso del premio scientifico relativo al quesito sull'imboscamento de' monti della Lombardia, rapporto inserito nel tomo XIV del *Giornale* del detto Istituto.

L'autore ha riconosciuto sussistere quanto aveva affermato il Fabre (2), ed erasi contraddetto da Lecreulx (3), che un torrente nel tronco superiore, partendo dall'origine, forma il suo letto escavando un bacino da lui chiamato *bacino di ricevimento;* che nel tronco infimo ove scorre sul piano accumula le materie trasportate disponendole a guisa di ventaglio, elevato in qualche luogo fino a 60 o 70 metri, su cui stabilisce il suo corso variabilissimo, che ivi chiama *letto di dejezione;* e che d'ordinario v'ha un tronco intermedio ai due preaccennati, ove non avviene nè escavazione, nè riempimento, cui egli distingue col nome di *canale di scolo.*

Da una serie di livellazioni ha ricavato che il profilo longitudinale di que' torrenti corrisponde ad una curva convessa verso il centro della terra, con pendenze comprese fra i limiti dell'8 al 2 per 100, le quali vanno scemando mano mano che si discende e che le materie divengono meno voluminose.

Le porzioni di curva corrispondenti rispettivamente al bacino di ricevimento ed al letto di dejezione sono fra loro continue, unendosi tangenzialmente, e quindi senza alcun passaggio repentino di pendenze, quando il fondo del torrente è stabilito, quando cioè ad un dipresso è cessata l'escavazione del primo ed il riempimento del secondo, condizione che è tanto più lontana dal verificarsi, quanto più è risentito il passaggio dall'una all'altra porzione di curva. I diversi stadj nei quali trovasi il torrente sotto un tale rapporto li chiama *età del torrente.*

Quando questo ha raggiunto la pendenza normale, l'arte può in allora inalvearlo sul letto di dejezione, e stabilirvi ponti ed altre opere, senza di che esse sarebbero esposte ad inevitabile distruzione.

Egli ha rilevato che molti torrenti si sono estinti coll'essersi naturalmente rivestiti di boscaglia tanto il bacino di ricevimento, quanto il letto di dejezione,

---

(1) *Étude sur les torrents des hautes Alpes.* Paris, 1841.

(2) *Théorie des torrents et rivières.* Paris, 1797.

(3) *Recherches sur la formation et l'existence des ruisseaux, rivières et torrents.* Paris, 1804.

ed in allora non vedesi più scorrere su questo che un semplice rigagnolo. L'estinzione dei torrenti ha luogo in generale quando essi sono pervenuti alla pendenza normale, e quindi si sono stabiliti di corso. Ma non pochi ne ha egli osservati, i quali si sono egualmente estinti quantunque fossero ancora lontani da siffatta condizione. Ne ha perciò dedotta la conseguenza importantissima, che se la natura, abbandonata alle sole sue forze, ha potuto operare coll'imboschimento tali risultamenti, molto più si può sperare qualora essa venga sussidiata dall'arte; notando pure che ove il terreno è maggiormente sciolto e labile, ed ove il degradamento del monte è più rapido, tanto più facile riesce l'imboschirlo.

Senza seguire l'autore in ciò che consiglia per rivestire di selve i monti ed estinguere i torrenti, aggiungerò solo l'osservazione che fa rispetto alle leggi presso che identiche, le quali regolano i fenomeni della formazione e stabilimento tanto dei torrenti quanto dei fiumi; e cioè le escavazioni e riempimenti del letto, i divagamenti di corso, e la curva del loro profilo longitudinale. Solo che nei torrenti sarebbe a suo avviso in qualche modo ridotta ad una minor misura la scala delle distanze di tale profilo, il quale verrebbe a riescire esagerato, trovandosi in essi, per così dire, compendiata la storia de'fiumi sopra uno spazio ed un tempo minore, con che ne sarebbe agevolato lo studio.

Un altro giovane ingegnere francese, il signor *Bouniceau*, ha portate le sue osservazioni all'ultimo tronco de' fiumi oceanici, soggetti cioè a marea presso la loro foce (1), per indagare i mezzi di migliorare la navigazione. Premesso un esame delle leggi che reggono i movimenti delle maree, delle onde e delle correnti litorali, e delle conseguenze che ne derivano sulle deposizioni de'fiumi e del mare; come pure una storia delle opere eseguite o proposte per impedire possibilmente che queste ultime ingombrassero le foci dei principali fiumi oceanici della Francia e dell'Inghilterra, passa ad indicare il rimedio che ritiene a tal fine efficacissimo. Propone cioè di contenere le acque del fiume fra due dighe longitudinali divergenti da monte a valle, mercè le quali, mentre si andrebbe progressivamente escavando il canale interposto, si colmerebbero coi depositi gli spazj laterali, che verrebbero tolti al dominio delle acque e ridotti a coltivazione.

Dopo i risultamenti avuti dal signor Commendatore Afan de Rivera da semplici guardiani composti di una serie di pali isolati per ottenere l'escavazione della

---

(1) *Étude de la navigation des rivières à marée*, etc. Paris, 1845.

foce di un fiume nel Mediterraneo (1), parrebbe potersi applicare con somma economia questo metodo anche nei fiumi oceanici onde costruire le dighe proposte dal signor Bouniceau.

Il signor ingegnere *Baumgarten,* addetto al servizio straordinario del canale laterale alla Garonna, e della navigazione di questo fiume, mi ha inviato i risultamenti di tredici misure della portata di quel fiume nei diversi suoi stati, e cioè da $0^m,44$ a $7^m,23$ sulla magra, ossia zero dell'idrometro di Tonneins, da lui eseguite col molinello di Woltmann. Mi ha comunicato eziandio tutti i particolari di una di tali misure, colle curve rappresentanti la scala delle velocità sopra ogni perpendicolare della sezione fluviale riferita ad una esatta livellazione longitudinale del tronco di fiume che vi corrisponde; con una serie di confronti fra i risultamenti delle praticate esperienze e quelli che si avrebbero dall'applicazione della nota formola del moto equabile, e dell'altra del moto permanente delle acque. Vi ha aggiunto la rappresentazione grafica delle osservazioni giornaliere fattesi al detto idrometro dal 1.° gennajo 1832 a tutto luglio 1844, colla indicazione per ogni anno della retta cui corrisponde l'altezza media, e della curva delle tenute, corredandole di un prospetto della pioggia mensile caduta dal 1833 al 1843, giusta le osservazioni praticate ad Espalais, comune di Porto Santa Maria. Risulta da tali osservazioni che la Garonna, alimentata in parte dalle alte cime de' Pirenei, ha un carattere semi-alpino, conservandosi di solito ricca di acque a tutto il mese di maggio, dopo di che succede la magra, la quale dura fino a tanto che non sopravvengano le piogge autunnali. Mi ha finalmente spedite dieci tavole litografiche in gran foglio, ove è delineato nella scala di 1:5000 l'andamento del tronco della Garonna interseccante il dipartimento del *Lot et Garonne,* colle sue adiacenze. In questo vedesi segnato lo specchio d'acqua, tanto in corrispondenza alla magra, quanto ad un metro sotto di essa, con scandagli numerici lungo il thalweg che ne indicano le variabili profondità. Vi sono pure disegnate le opere di ristringimento del letto fluviale eseguite per migliorarne la navigazione, le quali consistono principalmente in linee semplici o doppie di palafitte longitudinali, con altre trasversali che le uniscono alla sponda, intrecciate sì quelle che queste di vimini, e difese le prime con scogliere a scarpa. Alcuni de' pali di esse, a date distanze, servono siccome punti stabili per la livellazione, ed altri stabili numerizzati sono pure disposti lunghesso la sponda destra per determinare gli estremi, e quindi la posizione, delle rette fondamentali costituenti una linea

(1) *Del bonificamento del lago Salpi,* ec. Napoli, 1845, pag. 376 e seguenti.

spezzata continua cui si riferiscono tutte le misure del piano. Con ciò torna agevole il tener dietro a tutti i cangiamenti che avvengono nel corso fluviale rispetto tanto al suo andamento, quanto al livello del fondo e del pelo d'acqua.

Il signor *Berghaus*, nel suo *Atlante fisico* (1), espone, mediante alcune tavole, la superficie approssimativa dei bacini dei principali fiumi della terra e la pendenza di taluni di essi. Quindi in altre tavole rappresenta graficamente le oscillazioni giornaliere del Reno, dell'Elba, dell'Oder, del Weser, e di altri fiumi minori della Germania, riassumendole per determinare le altezze medie mensili, come pure le altezze minime e massime di ciascun periodo cui si estendono le osservazioni.

Credo opportuno di aggiungere il seguente prospetto di tali altezze medie sulla magra per le importanti conseguenze che se ne possono dedurre, avvertendo che le misure sono esposte in piedi, pollici e decimi.

Periodi decennali	RENO		ELBA	ODER
	Colonia	Emmerich	Maddeburgo	Küstrin
Dal 1731 al 1740			8'. 10,9	
» 1741 » 1750			8. 11,1	
» 1751 » 1760			8. 4,2	
» 1761 » 1770			8. 10,5	
» 1771 » 1780		10'. 11,6	9. 1,9	
» 1781 » 1790	9'. 3,3	9. 11,6	8. 2,8	5'. 0,4
» 1791 » 1800	9. 1,6	9. 3,2	6, 11,9	3. 11,8
» 1801 » 1810	9. 9,4	9. 9,0	7. 5,2	4. 5,6
» 1811 » 1820	9. 0,5	8. 9,3	6. 1,7	3. 9,7
» 1821 » 1830	9. 1,4	8. 9,3	6. 9,5	3. 9,1
» 1831 » 1840	8. 10,7	8. 2,1	6. 1,6	3. 8,5

Il notevole decremento dell'altezza media dell'Elba negli ultimi cinquant'anni, in confronto del periodo anteriore di sessant'anni, ha dato luogo a forti timori di vedere perduta la navigazione di quel fiume dopo un tempo non molto lontano. Un tale fenomeno, come avverte l'autore, ha destato una viva controversia, e senza accennare le varie opinioni esternate su questo particolare, dà per altro a divedere che taluni non ammetterebbero la realtà del fatto. Io

(1) Berghaus. *Physicalischer Atlas.* Berlin und Gotha, 1837 e segg.

pure ho fondato dubbio che in gran parte quelle differenze dipendano da difetto di osservazione, attese alcune circostanze che verrò in seguito indicando. Imperciocchè se fossero attribuibili ad una causa naturale, per la quale scemasse realmente il deflusso medio del fiume, la diminuzione dovrebbe progredire a gradi di decennio in decennio, mentre vedesi invece soltanto un passaggio repentino dal primo periodo di sessant'anni al successivo di cinquanta. Un effetto simile rilevandosi pure pel Reno ad Emmerich, mentre si scorgerebbe appena sensibile a Colonia, ciò promove sempre più l'accennata dubbiezza, non essendovi fra que' due punti alcun influente del Reno di tanta portata da poterglisi accagionare le osservate differenze. Ad ogni modo la questione è abbastanza interessante per le sue conseguenze da meritare di essere studiata colla massima ponderazione al fine di appurare la verità dei fatti.

Dall'esame della legge seguita nelle altezze mensili delle acque di que' fiumi, rilevasi che tanto l'Elba quanto l'Oder ed il Weser, il bacino de' quali non comprende monti di molta elevazione, hanno il carattere di fiumi jemali, avendo una magra prolungata all'estate. Il Reno inferiore ad Emmerich ed a Colonia sarebbe bensì ricco d'acqua nell'estate, ma le maggiori piene le avrebbe ancora nell'inverno, ed al principio della primavera, a cagione dei considerevoli influenti che vi concorrono dalle basse regioni, e quindi prenderebbe colà il carattere di fiume semi-alpino. A Basilea invece lo avrebbe veramente di fiume alpino, con sole piene accidentali d'inverno, siccome abbiamo precedentemente osservato.

Nei volumi II, III, IV degli *Annali* delle opere pubbliche del Belgio, raccolta periodica che esce annualmente, si danno le oscillazioni giornaliere della Mosa per gli anni 1842-43-44, come pure una storia delle piene e delle inondazioni di quel fiume, ed un ragguaglio dello stato in che si trova rispetto alla navigazione, dei miglioramenti in qualche parte operati e di quelli che rimarrebbero ad eseguirsi onde raggiungere in modo più compiuto questo fine.

Dopo avere accennato quanto si è fatto o scritto per una statistica de' fiumi d'oltremonti, passerò a dare ragguaglio di qualche lavoro simile concernente i fiumi d'Italia.

Fino dal 1820 l'ingegnere *Giuseppe Manzotti* di Modena, ispettore generale delle acque e strade, intraprese un lavoro statistico concernente il Po, del quale diede comunicazione a quell'Accademia delle scienze nel 1825. Essendo di poi il suo scritto rimasto inedito, egli ebbe la gentilezza d'inviarmelo lo scorso anno perchè ne prendessi cognizione. L'autore si è fatto a considerare il decennio 1801-10, e per ciascun anno rappresenta graficamente in una tavola le oscillazioni giornaliere del fiume all'idrometro di Ponte-Lago-scuro,

riportandovi con linee orizzontali le altezze medie mensili, le piene e magre massime dello scorso secolo, e di quel periodo decennale, le altezze massima, ordinaria, e minima del mare, riferite allo zero, ossia guardia del detto idrometro, distinguendo inoltre sulla scala verticale delle altezze i diversi stati del fiume, e cioè le magre massime ed ordinarie, le acque ordinarie ed alte, le piene ordinarie e le piene grandi.

Ad ogni tavola va unito un prospetto sinottico ove numericamente e per ogni mese si dà in giorni la tenuta, ossia durata dei diversi stati del fiume; il numero delle oscillazioni in alzamento ed abbassamento; le altezze massime, minime e medie; la distanza delle altezze estreme; le altezze massime, minime e medie del barometro e termometro, e la quantità della pioggia, giusta le osservazioni fatte a Milano, delle quali indicazioni presenta in seguito l'epilogo annuale.

Determinata poi la portata del fiume sul dato dell'altezza media di quell'anno, prevalendosi delle note formole del moto equabile, e ricavata con questo dato la portata integrale di tutto l'anno, la pone a confronto colla quantità della pioggia caduta alla superficie dell'intero bacino. Indica pure la successione dei mesi dell'anno in ordine alla maggiore o minore quantità del deflusso del fiume o della pioggia, ed aggiunge utilissime considerazioni rispetto a quei confronti per le speciali circostanze di ciascun anno.

Presenta in fine un prospetto riassuntivo di tutti quei dati per l'intero decennio, aggiungendo altre considerazioni sul confronto dei risultamenti relativi ai diversi anni, oltre ad importanti notizie, particolarmente intorno alle rotte avvenute durante lo stesso decennio.

L'ingegnere Manzotti quando intraprese un tale lavoro, che per essere condotto come egli fece, richiedeva consumata esperienza, vaste vedute e profonde cognizioni della fisica dei fiumi, associate ad una perseveranza non comune, gli erano ignoti quelli di Girard e di Escher de la Linth di sopra accennati. Ella è cosa spiacevole che sia rimasto inedito quel lavoro pregevolissimo, mentre colla sua pubblicazione è a credersi che si sarebbe dato un impulso efficacissimo per proseguirlo sopra una scala più estesa ancora rispetto al Po ed agli altri fiumi d'Italia, rendendo così familiari quegli studj d'osservazione, dai quali la scienza deve attendere vantaggi di non lieve momento.

Negli anni 1832 e 1833 venne stampata in Milano, in due volumi in foglio, la statistica dei fiumi, laghi e canali navigabili del regno Lombardo-Veneto, ove, oltre ad una quantità di notizie intorno alla navigazione ed al commercio che si esercita su quelle acque, se ne danno altre utilissime rispetto alla lunghezza, larghezza, profondità, pendenza, velocità ed elevazione delle piene dei

diversi tronchi nei quali i corsi d'acqua sono distinti, con una indicazione delle principali opere idrauliche in essi esistenti e dei progetti intesi a migliorarne la condizione.

Per le Provincie Venete si è stampata nel 1837 un'appendice nella quale si dà ragguaglio dei successivi cangiamenti avvenuti, particolarmente per opere posteriormente eseguite, e di alcune nuove proposizioni di miglioramenti.

Quel grandioso lavoro, ove sono raccolte le più importanti notizie idrografiche concernenti i territorj preaccennati, non venne fatto di pubblica ragione, ma si è destinato soltanto ad uso degli ufficj governativi. Essendosene ormai esaurita l'edizione, è a desiderarsi che abbia a pubblicarsene una nuova, la quale comprenda le ulteriori notizie che oggidì si possono aggiungere. Ove poi questa avesse ad essere posta in commercio, gioverebbe a diffondere vie meglio le utili cognizioni che racchiude ed a promuoverne lo studio.

Il chiarissimo professore *Giuseppe Venturoli*, dopo che venne stabilito nel 1821 un idrometro sul Tevere al porto di Ripetta in Roma, ha tenuta nota delle altezze giornaliere del fiume per gli undici anni successivi 1822-32. E siccome la portata del fiume erasi determinata mediante una misura diretta eseguita lo stesso anno 1821 dagli allievi della scuola degli ingegneri pontificj, e si riconobbe corrispondere a quella che sarebbesi avuta colla nota formola del moto equabile, detta di Eytelwein, egli si è prevaluto di tale risultamento per costruire una scala dei deflussi e calcolare quello integrale del fiume per ciascun anno. Preso poi per dato medio della pioggia che cade sull'intero bacino del Tevere quella che risulta dalle osservazioni fatte a Perugia, ad una notevole elevazione sul livello del mare (478^m), istituì utilissimi confronti fra l'una e l'altra quantità, aggiungendo dotte considerazioni sulle particolari circostanze dei diversi anni. Il tutto vedesi esposto in tre successive Memorie inserite nel volume secondo (1836) dei *Nuovi Commentarj* dell'Accademia delle Scienze di Bologna. Solo lo scorso anno mi fu dato consultare quel bel lavoro dell'illustre mio maestro, e siccome col sussidio di altri pubblicati posteriormente si possono ora estendere maggiormente i confronti, e ricavarne importanti conseguenze, mi riservo a ritornare in seguito sopra questo argomento.

Gli anni 1813-14, sotto il Governo italico, erasi intrapresa dagli ufficiali del Corpo degli ingegneri geografi una estesa livellazione dell'ultimo tronco del Po e dei territorj finitimi, insieme ad una serie di osservazioni contemporanee sulle oscillazioni di livello del fiume e del mare ai diversi idrometri disposti su quella linea fluviale. Il signor tenente-colonnello *Marieni*, che aveva avuta non poca parte in quei lavori, si è reso benemerito col pubblicarne i più importanti risultamenti nel tomo 96 della *Biblioteca Italiana* (1839), i quali mi tornarono utilissimi per alcuni studj da me fatti, e che ora verrò accennando.

Dopo le disastrose inondazioni del Po avvenute nel 1839, avendo potuto rilevare che le idee della generalità non erano le più giuste rispetto alla reale condizione di questo fiume, col sussidio delle nozioni che ho dovuto raccogliere nell'esperienza di molti anni, ho trovato opportuno di pubblicare nel 1840 i cenni intorno al sistema idraulico del Po (1).

Ho incominciato dal premettere qualche indicazione sull'origine geologica della pianura lombarda e sull'indole del Po, e dato di poi un ragguaglio storico dei mutamenti cui andò soggetto il suo corso per cause naturali, o per opere eseguite, come pure qualche cenno sulla misura del prolungamento delle alluvioni in mare, e sulla durata dei diversi stati del fiume, passai ad esaminare un punto importantissimo, e cioè se realmente il suo fondo vada continuamente elevandosi, e se le cose sieno ormai ridotte a tal segno da reclamare un pronto provvedimento. Dopo aver dimostrato che, ammesso pure quest'alzamento per l'ultimo tronco prossimo alla foce, mancavano però dati positivi per stabilire che lo stesso avvenga nei tronchi superiori, e che in ogni caso ciò avrebbe luogo assai lentamente ed in una tenue misura, mi dilungai alquanto a parlare delle somme difficoltà che si presentano nel praticare le osservazioni di fatto da cui dipende lo scioglimento della quistione, e ad esporre le cause di errore cui si può andare incontro, particolarmente nel determinare il livello di magra, oppure di piena. Avvertii innanzi tutto essere mestieri d'accertarsi che le piene e le magre corrispondano rispettivamente ad un eguale deflusso ne' confronti istituiti per due epoche fra loro distanti; osservai come il profilo longitudinale del pelo d'acqua fluviale vada soggetto a considerevoli modificazioni nei diversi suoi stati; e come in quelli di magra esso risenta assaissimo gli effetti delle irregolarità del fondo, tenendosi elevato ove corrispondono gli scanni interposti a due successive corrosioni. Di modo che per un semplice cangiamento di posizione di queste corrosioni, e quindi per una circostanza puramente locale, può alterarsi il livello di una piena o di una magra di eguale portata riferita ad un punto fisso, quale sarebbe lo zero di un idrometro, senza che siasi menomamente immutato il regime del fiume rispetto alla sua portata, ed al livello generale del suo fondo.

Io non conosco le speciali condizioni del letto dell'Elba presso Maddeburgo, ove, secondo il signor Berghaus, si rilevò la notevole diminuzione dell'altezza media delle acque negli ultimi cinquant'anni, di cui si è fatto cenno. Ma se esso è mobile come quello del Po, potrebbe darsi benissimo che tale differenza

---

(1) Milano, 1840, presso Luigi Pirola. Vedi anche *Politecnico*, T. III.

fosse attribuibile in molta parte ad una alterazione locale nella disposizione del fondo del fiume avvenuta dopo il primo periodo di 60 anni, la quale avrebbe dato luogo al passaggio repentino pel periodo successivo, come di sopra fu avvertito. Ciò potrebbe eziandio dipendere da cambiamento nella posizione della foce di un influente torbido che di solito forma uno scanno nel letto del recipiente. Nel dicembre 1825, essendosi cangiata la foce del Taro nel Po col portarsi più al basso per due chilometri, e sotto un angolo più favorevole alla confluenza, ho notato come da ciò derivasse per ogni stato del fiume una differenza di circa $0^m,40$ nelle indicazioni dei due idrometri d'Isola Pescaroli e di Casalmaggiore, posti il primo a monte, e l'altro a valle di essa foce, mentre per lo innanzi si trovavano in perfetto accordo (1). Avanti perciò di stabilire il fatto dell'assoluta diminuzione delle acque dell'Elba e di quelle eziandio del Reno ad Emmerich, indicata nell'*Atlante fisico* del signor Berghaus, sarebbe ad indagarsi se ciò non fosse per avventura da attribuirsi a cause di errore analoghe a quelle preaccennate; ben inteso che non insorga dubbio sull'essersi portato qualche cangiamento al livello delle scale idrometriche colà esistenti.

In un nuovo opuscolo pubblicato nel 1843 sotto il titolo: *Altre osservazioni sul Po* (2), ho riportati i seguenti fatti che sarebbero di qualche interesse. Dal confrontare la magra straordinaria del 1609 riferita dal Bertazzolo alla platea del sostegno di Governolo, da lui costrutto in allora alla foce del Mincio in Po, con quella massima del 1817, ne risulterebbe che l'ultima si è tenuta di centimetri 40 più depressa, lo che allontanerebbe per quella località qualunque idea d'alzamento del fondo del Po nel corso di due secoli.

Riportando il pelo d'acqua della piena del 13 novembre 1839, avvenuta tosto dopo la rotta del Bonizzo, a quello della precedente piena massima del giorno 8, anteriore alla rotta medesima, si avrebbe avuto in prossimità di questa una maggior depressione di $1^m,70$ in confronto di ciò che sarebbesi rilevato all'idrometro di Breseello, posto superiormente alla distanza di 76 chilometri. Si ha quindi un argomento per ritenere che la maggiore elevazione delle piene del Po in questi ultimi tempi debbasi in gran parte attribuire all'essersi perfezionati i suoi argini in modo da poterle contenere, mentre in addietro, attesa la minore elevazione di questi, esse venivano quasi sempre accompagnate da rotte, le quali, col dar luogo a notevoli espansioni e diversioni delle acque, dovevano naturalmente far deprimere il colmo della piena. Avendo rappresentato graficamente il profilo delle piene del Po avvenute in questo secolo, riferendole

(1) Vedi Memoria precitata, pag. 19.

(2) Milano, presso Luigi Pirola. Vedi anche nel *Politecnico*, T. IV.

ad una orizzontale sulla quale si suppone riportato il punto della massima magra di ciascun idrometro, vedonsi ivi chiaramente le depressioni avvenute per alcune di esse piene in causa di rotte dalle quali furono accompagnate, e rilevasi pure come tali effetti andassero gradatamente scemando ne' tronchi superiori coll'accrescersi la distanza dalla rotta.

Ho rappresentato eziandio graficamente le oscillazioni del Po ai diversi suoi idrometri per l'ultimo trimestre 1839, durante il quale avvennero le memorabili piene di sopra mentovate. E per gli ultimi di essi idrometri presso la foce, ai quali le osservazioni si facevano di due in due ore, scorgesi come le oscillazioni delle maree scemino rapidamente col risalire il fiume, partendo dalla foce, di modo che alla chiavica Puja, posta a soli 9 chilometri dalla foce stessa, esse si riducono a meno di un quinto; alla Cavanella, dopo altri 21 chilometri, appena si rendono sensibili, non vedendosene più traccia a Crespino dopo 28 chilometri successivi. Con ciò si ha la prova della limitata distanza cui si estendono in tale circostanza gli effetti, tanto dei regurgiti, quanto della chiamata dello sbocco. Nell'esaminare quelle curve distinguonsi a colpo d'occhio quali sieno le variazioni che dipendono da cause superiori, e cioè da variato afflusso, dalle altre attribuibili a cause inferiori, come sarebbero i rigurgiti, imperciocchè si rileva il tempo impiegato nel propagarsi siffatte variazioni in direzione discendente per le prime, ed ascendente per le seconde. E quando non appare alcuna successione di tempo, la variazione sembra dipendere da una causa simultanea, quale sarebbe quella di un forte vento che spira a seconda della corrente, od in opposizione ad essa. In qualche altro scritto, che tratterà in particolare di tale materia, è mio intendimento di far conoscere più estesamente queste ultime osservazioni, insieme ad altri fenomeni che accompagnarono quelle memorabili piene.

Nel volume 1.° delle *Notizie naturali e civili su la Lombardia* (1), pubblicato dal nostro collega dottore Carlo Cattaneo in occasione del VI Congresso degli scienziati italiani tenutosi in Milano, ho inserito quei cenni intorno allo *stato idrografico naturale ed artificiale* del paese che potevano trovar posto in un quadro il quale doveva accogliere tante altre materie. Senza parlare della seconda parte, nella quale si dà un'idea delle diversioni operate dall'arte nel corso de' fiumi, delle arginature ed altre difese, dei canali di scolo, navigabili ed irrigatorj, e delle discipline intorno alle acque; nella parte prima, alla descrizione de' laghi e fiumi, ove si accennano i mutamenti cui questi vanno naturalmente soggetti, ho aggiunto alcuni studj sulla loro portata, i quali risguardano appunto

(1) Milano, 1844, presso Giuseppe Bernardoni di Gio.

direttamente la loro statistica. Col sussidio di alcune misure eseguite onde determinare la portata dell'Adda lacuale e del Po, ho formata una scala dei deflussi dell'uno e dell'altro fiume, che venne applicata alle osservazioni giornaliere delle altezze praticate pel decennio 1834-43 rispetto al primo, e pel periodo 1827-40 riguardo al Po. E se ne sono ricavati per termine medio i deflussi unitarj mensili ed annuali tanto per ciascun anno, quanto per l'intero periodo, indicandosi eziandio i deflussi massimi e minimi avutisi in ogni mese.

Nel confrontare poi in fine il deflusso unitario medio di ciascun mese con quello di tutto il periodo, cui ho dato il nome di *modulo* (1), e che sarebbe di m. c. 186,85 per l'Adda, e di m. c. 1720 per il Po, ho notato le differenze in più od in meno che danno un'idea della distribuzione dei deflussi nelle diverse stagioni dell'anno. Vedansi i Prospetti III, IV, V e VI che vi sono uniti. Per paragonare il carattere di questi fiumi alpini o semi-alpini con quello d'altro fiume di paese piano, nel Prospetto VI ho aggiunti gli eguali confronti fra i deflussi medj mensili della Senna a Parigi ed il suo modulo, ritenuto di m. c. 249,55; ed al fine di rendere maggiormente evidenti le differenze che determinano l'indole speciale di que' fiumi, ne ho rappresentati tutti i risultamenti graficamente nella tav. B, ove si danno le curve dei deflussi medj mensili per il Po, per l'Adda e per la Senna, insieme a quelle della pioggia, della temperatura e della evaporazione. Egli è curioso il vedere come le due curve dei deflussi dell'Adda e della Senna sieno simili, ma diametralmente opposte, corrispondendo nell'estate i massimi della prima coi minimi dell'altra, e viceversa nell'inverno, e come i nodi ove esse curve si intersecano sieno prossimi alla retta che rappresenta la media, avendosene uno nella prima quindicina di maggio e l'altro nella seconda di novembre. Mentre i deflussi di que' due fiumi avrebbero nell'anno un solo massimo ed un solo minimo, ma in tempi affatto opposti, il Po che accoglie tanto gli influenti alpini, quanto quelli dell'Apennino, i quali si avvicinano per la loro condizione alla Senna, partecipa alla natura degli uni e degli altri, avendo due minimi e due massimi deflussi, i primi in gennajo ed in agosto, ed i secondi in maggio ed in ottobre.

Nel Prospetto IX ho dato il sunto delle altezze delle maggiori piene conosciute del Po riferite per ciascun idrometro alla massima magra; e nei

---

(1) Al deflusso unitario medio di un fiume ho applicato il nome di *modulo* in quanto che esso serve siccome dato di confronto per riferirvi tutte le variazioni di deflusso che avvengono nelle diverse circostanze, come pure per indicare la portata assoluta de' fiumi, nella stessa guisa che al modulo in architettura si riferisce la grandezza delle diverse parti d'un edificio, e dalla misura di quella desumesi eziandio la grandezza assoluta dell'edificio stesso.

Prospetti VII e X la durata e la misura della portata massima, media, ed integrale di alcune delle maggiori piene dell'Adda e del Po, per le quali si avevano i dati a ciò necessarj.

Allorchè si pongono a confronto i deflussi integrali d'un fiume per ogni anno, e più ancora per ogni semestre, colla quantità della pioggia contemporanea, si va incontro ad un errore in ciò che in generale la neve caduta sul terminare del secondo semestre d'un anno non concorre al fiume che al principio dell'anno successivo, per il che è tolta la corrispondenza fra i deflussi e la quantità della pioggia o della neve caduta. Pei fiumi alpini, quale sarebbe l'Adda, dimostrasi come il divario fra quelle quantità riesca ancor maggiore, dappoichè gran parte della pioggia autunnale cade in forma di neve, e non defluisce al fiume che nell'estate consecutiva.

Avanti di procedere ad ulteriori confronti fra la portata di questi fiumi e la superficie del loro bacino, accennerò altro lavoro da me letto a questo I. R. Istituto intorno alla natura dei laghi, ed alle opere intese a regolarne l'efflusso, il quale venne pubblicato nel vol. II di queste Memorie. In tale scritto ho procurato di spiegare la somma influenza dei laghi nel regime dei fiumi, dando un'idea di ciò che devesi intendere per *capacità di un lago*. Ed ho dimostrato consistere questa, rispetto ai laghi aperti, nella facoltà di moderare in maggiore o minor misura il deflusso del fiume che ne esce, di trattenere cioè una parte delle acque in tempo di piena, e di alimentarlo nelle magre successive colle acque trattenute, considerandosi positiva la capacità nel primo caso, e negativa nel secondo. Osservasi come tale capacità sia tanto maggiore quanto, a parità d'acqua affluente, è maggiore la superficie del lago, e l'altezza sotto la quale possono in esse accumularsi le acque, altezza che dipende principalmente dalla minore o maggiore libertà di efflusso, e cioè dall'ampiezza, forma e disposizione dell'emissario. Notasi pure come per la generalità dei casi s'accresca la capacità di un lago ove esso venga attraversato da dighe aperte a guisa di diaframmi (*a*); provandosi poi, mediante esempj, come le oscillazioni di efflusso di un lago, le quali dipendono da quelle delle sue altezze, sieno assai minori delle oscillazioni degli afflussi; come le piene di un lago siano durevoli; di quanto la portata massima degli afflussi superi quella degli efflussi; e quale sia il grado d'influenza delle diverse cause di variazione nell'altezza delle acque.

Senza entrare in ulteriori particolari sul contenuto di questa Memoria, e sulla applicazione dei principj in essa esposti alla sistemazione dell'emissario

---

(*a*) *Nelle Note aggiunte nel* 1848 *alla citata Memoria sui laghi si porgono schiarimenti sulle leggi che regolano la loro capacità.*

del lago di Como e di altri laghi, per non dilungarmi dal mio argomento, avvertirò soltanto che nei Prospetti i quali la corredano, ho trovato di comprendere il sunto delle altezze medie mensili dei laghi di Garda e di Ginevra, pel decennio 1835-44 rispetto al primo, e pel settennio 1838-44 in quanto al secondo. Rinvenuta poi l'altezza media relativa all'intero periodo cui si estendono le osservazioni per l'uno e per l'altro, con essa si confrontano le medie mensili complessive, notandosi le differenze in più ed in meno. Da ciò desumesi il carattere alpino d'entrambi quei laghi, il quale però è più pronunciato ancora per quello di Ginevra. Abbiamo veduto essersi dimostrato dal signor colonnello Dufour che l'altezza massima di questo si ha sul principiare d'agosto, e quale sia la causa per cui ciò avvenga. Nel Prospetto preaccennato se ne ha la prova, vedendosi eziandio a qual limite giungano tali altezze nei varj mesi dell'anno, e come la minima si abbia in marzo.

Interessandomi di conoscere la legge seguita nelle altezze medie mensili dei fiumi dell'Apennino, ho formato un Prospetto simile pel Tevere, approfittando delle mentovate osservazioni esposte dal signor professore Venturoli, e lo unisco in fine al presente scritto. Da esso rilevasi come il Tevere, per la mancanza di ghiacciaj, sia fiume jemale, avendo l'altezza massima in gennajo, e la minima in agosto. Rappresentando graficamente tali risultamenti, se ne avrebbe una curva simile a quella della Senna, ma colla differenza che nel Tevere è maggiormente precoce tanto l'abbassamento delle acque dopo l'altezza massima, quanto il loro alzamento dopo l'altezza minima.

Ritornando ai confronti da me istituiti nei Cenni idrografici sulla Lombardia fra la portata integrale del Po e dell'Adda lacuale e la superficie del rispettivo bacino, avrei determinato che il deflusso annuale del Po corrisponde ad uno strato d'acqua di $8^{m},781$ distribuito sull'intero suo bacino, e quello dell'Adda lacuale ad uno strato simile di $1^{m},313$. E ne avrei ricavata la conseguenza, che a pari superficie scolante il deflusso annuale del Po corrisponde a quattro volte e mezzo quello della Senna; ed il deflusso dell'Adda ad otto volte.

Secondo il signor professore Venturoli, la superficie del bacino del Tevere equivale a chil. q. 16725; ed il suo modulo a m. c. 267,26; per il che il suo deflusso annuale corrisponderebbe ad uno strato d'acqua di $0^{m},504$, presso che triplo di quello della Senna ($0^{m},177$), quantunque la quantità della pioggia nell'uno e nell'altro bacino presenti un divario assai minore, stando all'incirca nel rapporto di 10:7 (1). Questa circostanza, ed altre che verrò in seguito

(1) Pel bacino della Senna superiormente a Parigi si ritiene la pioggia media di metri $0^{m}60$, e per quello del Tevere, giusta le osservazioni di Perugia, di metri $0^{m},827$.

notando, saranno argomento di curiose indagini sulla speciale condizione del bacino del Tevere (*a*).

Avendo calcolato il modulo tanto per il Po quanto per l'Adda lacuale, mi sono accinto a determinarlo anche per tutti gli altri influenti di quello; e quantunque a prima giunta sembri che tale ricerca debba essere del tutto vaga, pure, per le ragioni che verrò adducendo, ritengo che essa mi abbia condotto a risultamenti abbastanza prossimi al vero, ed ammissibili fino a tanto che non si raccolgano dati più certi. Ho innanzi tutto calcolata la superficie d'ogni bacino, tenendo distinta la parte piana da quella montuosa. Per la prima, avendosi il dato della pioggia assai prossimo al vero, se ne è presa una parte aliquota, partendo dal rapporto di essa col deflusso della Senna, e cioè da quanto avviene in un paese similmente piano. Per la parte montuosa si aveva il dato dell'Adda lacuale, e si è trovato che moltiplicando pel numero astratto 0,04165 la superficie del suo bacino espressa in chilometri quadrati, ne risultava il suo modulo di già determinato in m. c. 186,85. Considerando quindi la maggiore o minore elevazione dei monti di ciascun bacino e la loro esposizione più o meno diretta ai venti della marina, si è aumentato o diminuito in relazione a ciò quel coefficiente astratto. E mediante una serie di tentativi si sono calcolati i moduli parziali d'ogni influente in guisa che, sommati, dessero prossimamente quello del Po con un eccesso equivalente ai presuntivi disperdimenti delle irrigazioni; per il che gli errori devono scemare d'assai, e limitarsi a qualche divario nei soli moduli parziali, ferma stante la totalità loro. Eseguito un tale calcolo, i cui risultamenti vedonsi esposti nel Prospetto XI, si avrebbero per la somma dei moduli degli influenti del Po m. c. 1795,54. E siccome quello del Po stesso a Ponte-Lago-scuro sarebbesi determinato in m. c. 1720, ne risulterebbe perciò l'eccesso di m. c. 75,54, il quale rappresenterebbe per termine medio i disperdimenti delle acque degli influenti per le irrigazioni, che sono massimi nell'estate, e pressochè nulli nell'inverno.

Di quei m. c. 1795,54, m. c. 224,04 corrisponderebbero alla somma dei moduli della parte piana del grande bacino del Po, e siccome questa sarebbe della superficie di chilometri quadrati 28326, ne risulterebbe per essa uno strato d'acqua di $0^m,25$. Supposto che la pioggia media della pianura sia di

---

(*a*) *Questi dati si riferiscono alle osservazioni fatte dal* 1822 *al* 1832. *Avendo di poi l'autore avute le successive a tutto il* 1849, *se n'è prevaluto al fine di rendere maggiormente completo il Prospetto di cui sopra, dal quale desumesi che le altezze massime mensili del Tevere si hanno in febbrajo e marzo.*

$0^m,90$, quello strato d'acqua sarebbe equivalente a 0,28 della pioggia, e quindi starebbe nello stesso rapporto che si ha fra questa ed il deflusso della Senna.

La superficie montuosa del bacino del Po è di chilometri quadrati 41056: la somma dei moduli che vi si riferiscono, di m. c. 1571,50, con che si avrebbe uno strato acqueo annuale di $1^m,21$. Supposto che esso corrisponda a $^3/_4$ della pioggia, in luogo di $^6/_{10}$ calcolati dal signor professore Venturoli pel Tevere, questa sarebbe ivi per termine medio di $1^m,613$. E siccome al piede dei monti che circondano l'intero bacino può ritenersi la pioggia prossimamente di $1^m,0$, ove essa andasse gradatamente crescendo fino alla loro sommità, dovrebbe colà giungere a $2^m,23$.

Nel bacino lacuale dell'Adda lo strato acqueo corrispondente al deflusso annuale sarebbe, come vedemmo, di $1^m,313$; e ritenuto che questo equivalga come sopra a $^3/_4$ della pioggia, essa verrebbe ad essere ragguagliatamente di $1^m,75$. Supposto che al piede di que' monti fosse la pioggia di $1^m,10$, sulla loro sommità essa giungerebbe a $2^m,40$.

Ove la pioggia fosse pure di $1^m,10$ al piede dei monti pel Ticino, e di $1^m,15$ per la Dora Baltéa, con un calcolo simile si avrebbe per la sommità di essi monti la quantità di pioggia e neve di $3^m,11$ nel primo caso, e di $3^m,48$ nel secondo. Ne verrebbe quindi la conseguenza che *sulle vette de' monti che fanno corona al Po la quantità della pioggia e della neve avrebbe per misura un'altezza dalle due alle quattro volte maggiore di quella che si ha per la parte piana della valle.*

Ammesso pure che possa esservi dubbio sui dati dei precedenti calcoli numerici, particolarmente in ciò che concerne il rapporto fra la quantità della pioggia e la parte di essa che si disperde per evaporazione ritenuta in $^1/_4$, e che questa dovesse ridursi ad una minor misura, rimarrebbe sempre, malgrado ciò, provato nel modo più evidente quanto sia considerevole la quantità della pioggia e della neve che cade sulle alte cime de' monti i quali circondano la valle del Po. Lo che sarebbe principalmente dovuto alla immediata loro esposizione ai venti della marina ed alla loro altitudine, che è la massima per tutto il continente europeo, circostanze le quali influiscono ad aumentare, per una parte la copia dei vapori che si dirigono contro le pendici di que' monti, e per l'altra l'azione refrigerante che ne promove la precipitazione. *Sicecome poi tali combinazioni non s'incontrano per qualsiasi altro fiume dell'Europa; quindi fra questi, a parità di superficie scolante, il Po dovrebbe occupare il primo posto rispetto alla copia delle acque.*

Per tal guisa, mentre su quelle cime inospiti sarà sempre impossibile il praticare osservazioni dirette che determinino il quantitativo della pioggia e della

neve caduta, a ciò supplirebbero le osservazioni idrometriche praticate sui fiumi, i quali sono perciò a considerarsi siccome altrettanti udometri che ci rivelano un fenomeno, prevedibile bensì in termini generali, ma che nessuno sicuramente avrebbe creduto dovesse avvicinarsi ad un tal limite nella sua misura.

Prendendo ad esaminare le osservazioni pubblicate dal signor professore Venturoli rispetto alle altezze giornaliere del Tevere dal 1822 al 1832, delle quali si è dato il sunto nell'unito Prospetto, come pure i deflussi del fiume ne'diversi suoi stati, mi ha colpito la notevole sua portata in magra, e la natura delle sue oscillazioni, lo che non si potrebbe sicuramente arguire dalla condizione del suo bacino. Ma per meglio spiegarmi su questo particolare, gioverà richiamare alcuni principj generali, ed istituire qualche confronto fra il Tevere ed altro fiume pel quale si posseggono dati abbastanza prossimi al vero, in quanto concerne la variabile sua portata.

Il grado di perennità di un fiume è tanto maggiore, quanto più il suo deflusso minimo in magra si avvicina al suo modulo, ossia al deflusso medio. Nella massima magra, quale sarebbe stata quella del 1817, il Po si abbassò fino a 5^m,62 sotto il segno di guardia a Ponte-Lago-scuro, ed in allora il suo deflusso unitario, giusta il Prospetto V dei Cenni idrografici (1), avrebbe dovuto essere di soli m. c. 214. Prendendo in vece uno stato di magra più comune, il quale avvenga ogni quattro o cinque anni, come sarebbe di 5^m,29 (2) sotto la guardia, il deflusso del Po verrebbe ad essere di m. c. 344; e quindi corrisponderebbe a 0,20 del suo modulo di m. c. 1720.

Negli undici anni pei quali si sono fatte le osservazioni sul Tevere, l'altezza minima avutasi nel 1825 e nel 1832 sarebbe stata di 5^m,40 sul livello basso del mare, cui, giusta la scala calcolata dal prefato professore Venturoli, corrisponde il deflusso di m. c. 165. E siccome il suo modulo ricavato dalle osservazioni per un tale periodo risulta di m. c. 267, ne consegue che pel Tevere il deflusso minimo verrebbe ad essere 0,60 del modulo. *A parità quindi di deflusso medio, il deflusso minimo del Tevere sarebbe triplo di quello del Po, e perciò il primo verrebbe ad essere fiume assai più perenne del secondo* (a).

---

(1) *Notizie Naturali e Civili sulla Lombardia*, pag. 210.

(2) Nelle maggiori magre avvenute durante il trentennio 1807-36 il Po discese sotto la guardia, nel 1817, 5^m,62; nel 1825, 5^m,55; nel 1835, 5^m,18; nel 1834, 5^m,14; nel 1829 e 1833, 4^m,98. La media di queste sei magre sarebbe di 5^m,29, cui corrisponde il deflusso di m. c. 344.

(a) *Prendendo i risultamenti delle osservazioni continuate a tutto il* 1849, *il modulo del Tevere aumenterebbe fino a m. c.* 292, *ed il suo deflusso in massima magra discenderebbe*

A questa conclusione non si sarebbe sicuramente giunti ove si fossero soltanto poste a confronto le condizioni dei bacini dei due fiumi. Imperciocchè per quello del Po si ha una superficie più che quadrupla, e quindi un maggior numero di cause che dovrebbero contribuire a renderne comparativamente più perenne il deflusso, quali sarebbero fra le altre le pioggie parziali sui bacini subalterni degli influenti. Esso comprenderebbe inoltre una immensa pianura, ove è ritardato il deflusso delle acque superficiali, e dovrebbe aumentarsi la copia di quelle che, penetrando nel terreno, alimentano le sorgenti e quindi la magra. La notevole distanza alla quale sono poste le varie sue confluenze viene a ritardare, e perciò a prolungare il concorso delle acque loro al punto inferiore ove se ne è praticata la misura. Di tutti gli influenti del Po altri, come quelli dell'Apennino, sono jemali, altri estivi, ossia alpini, e di questi molti, che insieme contribuiscono circa $^4/_{10}$ della sua portata media, attraversano ampj laghi che ne moderano e quindi prolungano l'efflusso. Anche la considerevole lunghezza del corso del Po deve influire a renderne più regolare e perenne la portata, attesa la circostanza che il suo letto assai più capace viene a fare le veci di un lago per ritardare lo scarico delle piene.

Nulla o ben poco di tutto ciò scorgesi nel bacino del Tevere, di limitata superficie, costituito in generale da monti di moderata elevazione, quindi senza ghiacciaj, e con pochi influenti, di modo che quel fiume dovrebbe avere un carattere torrentizio. Ora, prendendo ad esaminare con qual legge procedano le sue oscillazioni d'altezza, rilevasi questo fatto veramente strano, che mentre esse in generale sono lentissime, e quali si avrebbero per un lago di notevole capacità; in occasione di piogge, o di disgelo di nevi sono invece rapidissime tanto nell'ascendere quanto nel discendere, e d'una considerevole latitudine. Queste cose saltano all'occhio nel modo più evidente rappresentando graficamente tali oscillazioni, siccome ho fatto per l'anno 1822. Basta il dire che quantunque le maggiori piene avvenute nell'indicato periodo di undici anni siensi elevate fino a $8^m,60$ sulla massima magra; pure nel 1825 il fiume si conservò per 302 giorni fra i limiti di $5^m,40$, massima magra, e di $6^m,0$ sul livello del mare, con differenze quindi di soli 60 centimetri. Entro tali limiti, sopra 184 giorni del secondo semestre, si sarebbe mantenuto pure, per 172 giorni nel 1828, e per 180 giorni nel 1832. Questa permanenza di

---

a m. c. 160; *per cui il loro rapporto da* 0,60 *si ridurrebbe a* 0,55, *lo che non cangia in massima le conseguenze che se ne sono dedotte, avuto anche riguardo alla circostanza che ne' confronti col Po non si è presa per questo la magra massima.*

deflusso fa non lieve contrasto col rapido alzamento delle piene che in ventiquattr'ore giunse a 4^m, 5^m, e perfino a 6^m (26 dicembre 1830), e coi successivi loro abbassamenti che nello stesso termine di ventiquattr'ore sono di 2^m, 3^m ed anche di 4^m (2 novembre 1827) (*a*).

Tale fenomeno in vero assai curioso non si potrebbe a mio avviso spiegare in altro modo fuorchè supponendo nelle viscere de' monti costituenti il bacino del Tevere una quantità enorme di cavità nelle quali molta parte delle acque di pioggia, o provenienti dalla liquefazione delle nevi, si raccoglie come in ampio serbatojo per defluire successivamente al fiume in forma di sorgenti.

Per tal modo il Tevere sarebbe alimentato da un deflusso superficiale del suo bacino di carattere affatto torrentizio, e da un deflusso sotterraneo d'indole lacuale. E considerando che il primo deve cessare, scorsi quattro o cinque giorni dopo la pioggia, salva una maggior durata nel caso di disgelo di nevi, dall'esame delle oscillazioni giornaliere delle altezze, particolarmente in ciò che concerne la maggiore o minore permanenza di esse, facile torna il distinguere l'uno dall'altro, siccome ho fatto sulla tavola preaccennata. E se ne inferisce che il deflusso sotterraneo si contiene fra i limiti della massima magra di 5^m,40 sul livello del mare e dell'altezza media di 6^m,35, con una latitudine di circa un metro nelle sue variazioni, dal che si avrebbe per deflusso unitario minimo m. c. 165, e per massimo m. c. 260. Se si combinino tali quantità colla rispettiva loro *tenuta*, credo di non dilungarmi dal vero asserendo che *il deflusso sotterraneo del Tevere non sarebbe minore di* $^3/_4$ *del deflusso totale*. Ritenuto quindi questo di m. c. 267 per secondo, e perciò di m. c. 8425 milioni in un anno, il deflusso sotterraneo del Tevere non sarebbe al di sotto di m. c. 6318 milioni (*b*).

Supposto un immenso lago della superficie di 1800 chilometri quadrati, sestuplo cioè di quello di Garda, e triplo di quello di Ginevra, per somministrare la preindicata quantità d'acqua dovrebbe abbassarsi di 3^m,51. Da ciò

(*a*) *La piena del* 10 *dicembre* 1846 *si è alzata sulla massima magra* 11^m *e quella straordinaria del* 1598 12^m,80.

Al fine di dimostrare con maggiore evidenza i fenomeni preaccennati si danno nell'annessa tavola le rappresentazioni grafiche delle giornaliere osservazioni del Tevere per l'anno 1822, *pel* 1834 *di massima magra, e pel* 1836, *nel quale avvennero molte piene, indicandosi eziandio l'altezza di quella massima del* 1846. *Si aggiunge pure la curva delle altezze medie mensili con riferimento alla linea cui corrisponde l'altezza media assoluta per l'intero periodo* 1822-49.

(*b*) *In altra Memoria l'autore darà ragguaglio di ulteriori studi fatti su tale argomento col sussidio delle osservazioni posteriormente raccolte.*

si può arguire come abbia ad essere considerevole la capacità di que' serbatoj sotterranei, e come partendo dai principj esposti sulla natura dei laghi, ad accrescere la capacità stessa col prolungare lo scarico possa influire la loro suddivisione, e la circostanza particolarmente che le acque effluenti devono in generale attraversare gli interstizii degli strati di sabbie e ghiaje e di alcune rocce permeabili. Queste acque dovrebbero naturalmente essere più chiare che non sieno quelle che scorrono sulla superficie del terreno, di modo che anche il grado di torbidezza delle acque del Tevere porgerebbe un indizio della loro provenienza.

Taluno potrebbe muover dubbio sulla misura delle acque del Tevere dataci dal professore Venturoli, in quanto che si sarebbe ricavata da un solo esperimento. È però da osservarsi che questo venne praticato nelle circostanze del fiume le più favorevoli, quando cioè si trovava a $6^m,20$ sul livello del mare, quindi in prossimità dello stato medio, ma avvicinandosi a quello di magra; che il risultamento della misura diretta, per una felice combinazione, venne a coincidere quasi perfettamente con quello che avrebbe dato la nota formola idrometrica del moto equabile, la quale servì di base per costruire la scala dei deflussi; che le altezze medie mensili del Tevere per undici anni si contengono nei limiti di $7^m,08$ e di $5^m,65$, la cui media aritmetica corrisponde a quella di $6^m,35$, desunta dalle altezze di tutto il periodo, e si approssima a quella dell' esperimento; e che perciò non può attendersi un grande divario nell'applicazione della mentovata formola per determinare la scala dei deflussi del Tevere, particolarmente nei limiti preaccennati. Che se pure vi fosse qualche errore sensibile nei dati numerici esposti, esso non potrebbe però essere tale da condurci ad una diversa conseguenza (*a*).

L'ipotesi di un così ingente deflusso sotterraneo del Tevere troverebbe un forte appoggio anche nelle belle osservazioni fatte dall'illustre Prony, rispetto ai fiumi e canali pei quali si scaricano le Paludi Pontine (1).

Egli ha calcolato il deflusso unitario di tutte le acque del bacino di quelle paludi, le quali si scaricano mediante il portatore di Badino, per la magra, giusta alcune misure effettive, in m. c. 31,335; per la piena in m. c. 180, e per termine in m. c. 76,20. Quest'ultima quantità darebbe per deflusso integrale annuo m. c. 2352 milioni, mentre se si moltiplichi la superficie di tutto

---

(*a*) *Nel nuovo Prospetto le altezze medie mensili avrebbero per limiti* $7^m,10$ *e* $5^m,78$, *la cui media aritmetica* $6^m,44$ *si approssima pure alla media assoluta* $6^m,58$ *ed a quella dell'esperimento.*

(1) *Description hydrographique et historique des Marais Pontins. Paris,* 1822.

il bacino di chilometri quadrati 1303 per $0^m,805$, altezza della pioggia che cade annualmente a Roma, se ne avrebbero soli m. c. 1049 milioni. Per tal modo, senza far calcolo dell'effetto dell'evaporazione, le acque scaricate corrisponderebbero ad oltre il doppio di quelle della pioggia caduta. Egli perciò suppone che il bacino di quelle paludi sia alimentato mediante copiose sorgenti dagli altri a lui prossimi coi quali si troverebbe in comunicazione.

Potrebbe per avventura farsi qualche osservazione intorno al modo con che il Prony ha determinato il deflusso medio di sopra esposto, desumendolo da quello di magra stato misurato, e da quello di piena. Ma prendendo a considerare puramente quello di magra, esso, supposto costante, corrisponderebbe sempre annualmente a m. c. 989 milioni, e quindi si approssimerebbe per sè solo alla quantità della pioggia caduta. È in vero probabile che la misura di questa ricavata dalle osservazioni praticate al Collegio Romano sia al di sotto della quantità reale, atteso che per una metà all'incirca il bacino delle Paludi Pontine è montuoso, avendosi sul contorno di esso altezze di 500, 1000, e perfino 1400 metri, ove la pioggia dovrebbe cadere in maggior copia che non sia a Roma. Ma è poi a considerarsi tutto il disperdimento della pioggia per evaporazione; e la quantità assai maggiore del deflusso medio di que' canali in confronto del minimo stato assunto per questo calcolo, di modo che starebbe ancora l'osservazione del Prony rispetto all'alimento che quel bacino sembra dover ricevere dagli altri a lui prossimi.

Con questi mezzi indiretti si verrebbe adunque a scoprire un fatto interessantissimo sulla particolare disposizione interna del terreno costituente il territorio romano e quello che gli è contiguo, e sulla influenza di essa nella sua condizione idraulica. Ed il Tevere, quel fiume sacro che in Roma era un tempo oggetto di venerazione, andrebbe così a rivendicare l'antico suo carattere misterioso, dimostrandosi essere assai verisimile che riceva il principale suo alimento dalle viscere della terra.

Ammessa poi una tale ipotesi, si viene a spiegare come non siavi una proporzione costante fra i deflussi del fiume e la copia delle pioggie contemporanee, e come i primi si trovino in un rapporto maggiore colle seconde in tempi di siccità, quando cioè le piogge sono minime, dovendosi attribuire in allora quell'eccesso di deflusso alla copiosa provigione de' mentovati serbatoj sotterranei ove le acque si sono accumulate anteriormente.

Dal sunto da me dato dei lavori intrapresi presso di noi ed oltremonti per formare una statistica de'fiumi, e dalle importanti conseguenze che si ricavano nel ravvicinare le poche nozioni di fatto che possediamo finora rispetto ad alcuni de' medesimi, facile si è l'inferire di quanto vantaggio non tornerebbe

pel progresso dell'idraulica, e per quello delle scienze affini, il coltivare quegli studj col praticare diligenti osservazioni, e raccoglierle nel modo il più opportuno onde diffonderne possibilmente la cognizione (1).

---

(1) Dal volume VIII degli *Annali di scienze fisiche e naturali*, ec. pubblicati dalla Società d'Agricoltura di Lione per l'anno 1845 ho rilevato, mentre era in corso di stampa la presente Memoria, essersi colà istituita dal Municipio una Commissione Idrometrica per gli studj statistici sul Rodano, e suoi influenti. Essa ha incominciati i lavori col 1844, e ne dà ragguaglio in due rapporti del 7 febbrajo 1845 e del 3 febbrajo 1846; accompagnandoli coi Prospetti delle praticate osservazioni, con altri contenenti i calcoli delle piogge, e dei deflussi e loro confronti, e con tavole ove le une e gli altri si rappresentano graficamente.

Nel 1844 si erano stabiliti tredici osservatorj meteorologici nel bacino della Sonna, e due soltanto in quello del Rodano, i quali furono portati a quattordici nel 1845.

Le osservazioni idrometriche si sono da ultimo praticate in cinque stazioni per la Sonna, oltre ad altre due sopra influenti, ed in sette stazioni pel Rodano, e si andavano stabilendo nuovi idrometri anche sui principali tributarj di questo.

Il calcolo dei deflussi integrali ed i loro confronti colla pioggia non si sono fatti finora che per la Sonna, della quale si è determinata la variabile portata a Trévoux sopra Lione dopo tutte le confluenze; e ne esponiamo i più importanti risultamenti.

Superficie del bacino della Sonna chilometri quadrati 30670. Pioggia sul medesimo, pel 1844, 0^m,854; pel 1845, 0^m,960; media pel biennio, 0^m,877.

Deflusso unitario medio del fiume pel 1844 m. c. 446,50; pel 1845 m. c. 514,50; e pel biennio m. c. 480.50: massimo pel 1844 m. c. 1840; pel 1845 m. c. 1866; media mensile, minima pel giugno 1844 m. c. 75,11; per il luglio 1845 m. c. 119; deflusso minimo pel biennio nel 20 giugno 1844 m. c. 45,14.

Rapporto fra il deflusso integrale e la quantità della pioggia, pel 1844 0,561; pel 1845 0,549; media 0,555.

Nella stagione estiva quel rapporto si limita di solito a 0,25, ma nel giugno 1844 si ridusse a 0,095, quantunque nella misura dell'evaporazione non vi fosse che l'aumento di un quarto in confronto degli altri mesi estivi.

Strato d'acqua sull'intera superficie del bacino corrispondente al deflusso integrale, pel 1844, 0^m,459; pel 1845, 0^m,528; media, 0^m,494.

Attesa la tenue inclinazione del terreno costituente quel bacino le piene non si manifestano che cinque o sei giorni dopo la pioggia, e si propagano nel fiume colla velocità di soli chilom. 1.9 all'ora, mentre questa è in casi simili di chilom. 6.5 nel Rodano, e di chilom. 4,6 nel Po. Per tale circostanza le notizie delle piogge cadute giungono abbastanza in tempo per prevedere una prossima piena ne' tronchi inferiori del fiume, calcolarne perfino l'altezza e dar quindi le disposizioni onde scemarne i tristi effetti.

Le piogge sono quasi contemporanee ed uniformi in tutta la superficie del bacino, come desumesi dalle curve che le rappresentano per le diverse località.

La Sonna è fiume jemale, ed ha le sue piene in ottobre e novembre per le piogge, ed in febbrajo e marzo pel disgelo. La magra è estiva e prolungata.

Ponendo a confronto la Sonna col Tevere, se ne deduce che la superficie del bacino della

Un tale argomento, per quanto mi è noto, venne discusso nel VII Congresso degli scienzati italiani in Napoli, ove si è ben anche nominata una Commissione, quantunque parecchi fossero d'avviso non essere questo il mezzo più acconcio per condurre a qualche utile risultamento. Quella Commissione doveva compilare un programma indicante i punti che il Congresso avrebbe raccomandati allo studio degli idraulici; ma non mi consta che ciò siasi fatto. Qualunque sia per essere l'esito di quella proposta, essa prova però che in generale è riconosciuto il bisogno di far avanzare siffatti studj. Approfittando quindi di questa favorevole disposizione, mi permetto di manifestare su di ciò alcune mie vedute, pel caso non improbabile che se ne abbia a ripigliare la discussione nel prossimo congresso di Genova.

Le osservazioni che devono servir di base ad una statistica de' fiumi sono di natura tale da non poter essere intraprese e continuate da un privato. Esse di solito sono praticate d'ordine dei governi per ottenere i dati necessarj alla compilazione di qualche progetto d'opere pubbliche, od anche allo scopo di raccogliere una serie di fatti che possano tornare utili in ogni tempo sotto i rapporti tecnici o scientifici, prevalendosi quasi sempre degli impiegati che per dovere di loro istituto si trovano nella condizione di eseguirle con facilità. Ciò che maggiormente interessa si è, che tali osservazioni non vadano a seppellirsi

---

prima verrebbe ad essere presso che doppia, con tenui differenze nell'altezza della pioggia, e nel rapporto fra la quantità di questa ed il deflusso integrale. Ma rispetto al deflusso minimo, enorme sarebbe il divario, non giungendo per la Sonna, a parità del deflusso medio, ad una sesta parte di quello del Tevere, circostanza che mi conferma sempre più nell'opinione esternata circa alla speciale condizione di questo fiume.

Le curve rappresentanti le altezze del Rodano nelle diverse sue stazioni dimostrano come al disotto di Lione scemi in esso il carattere alpino per effetto dell'Ains e della Sonna, e come sieno maggiormente variabili le sue oscillazioni ad Arles dopo tutte le confluenze.

Il pensiero del Municipio di Lione venne collaudato dalla Reale Accademia delle Scienze, ed il Governo concorrerebbe ora per dare una maggiore estensione a quelle osservazioni. Nel secondo rapporto precitato la Commissione accenna che il signor Antinori, Direttore del Museo di Firenze, aveva annunziato la prossima istituzione di osservazioni meteorologiche contemporanee per una gran parte dell'Italia. Facciamo voti perchè la cosa abbia effetto, e perchè venga seguito l'esempio dei nostri vicini, nel qual caso vedrebbesi raggiunto lo scopo cui è intesa la presente Memoria (*a*).

(*a*) *Nella nuova Memoria che l'autore si riserva di comunicare sulla statistica de' fiumi darà un sunto delle posteriori osservazioni fatte sulla Sonna e sul Rodano stategli cortesemente inviate dalla Commissione Idrometrica di Lione.*

in qualche archivio, ma che sieno messe in vece alla portata degli studiosi, perchè possano profittarne nelle loro ricerche.

Io non intendo già di stendere il programma del quale sarebbesi incaricata la Commissione del VII Congresso italiano, ma di dare soltanto qualche breve cenno circa al grado d'importanza di talune di quelle osservazioni ed al modo che mi sembra il più semplice per raccoglierle.

Quelle che maggiormente interessano sono le osservazioni idrometriche giornaliere, le quali denotano le continue oscillazioni del fiume, e che sono anche le più facili ad eseguirsi. Basterebbe che di esse si pubblicasse in fin d'anno il sunto per le principali stazioni d'un fiume ne'modi di sopra accennati, colla indicazione delle altezze massime e minime, e delle tenute mensili ed annuali. Qualora però occorressero nozioni maggiormente particolarizzate, si dovrebbe rendere possibilmente facile la comunicazione de'registri giornalieri. Questi poi in qualche caso potrebbero essere d'importanza tale da meritare di essere pubblicati in esteso, come sarebbe di quello tenutosi per l'idrometro di Ponte-Lagoscuro sul Po, al quale si sono riferite da oltre due secoli tante misure, e che trovasi nella posizione la più favorevole, per essere al di sotto di tutte le confluenze, ed al disopra del punto ove si estende l'effetto delle maree.

Vengono di poi le misure della portata dei fiumi eseguite direttamente, oppure dedotte da formole idrometriche, le prime delle quali però, allo stato in che si trova la scienza, saranno in generale da preferirsi. Con esse si possono costruire le scale dei deflussi, ed applicar queste alle semplici osservazioni idrometriche praticate in addietro al fine di indagare tutte le variazioni di portata, e la misura del modulo di ciascun fiume, come pure per istituire confronti fra le quantità del suo deflusso integrale, e delle piogge cadenti sulla superficie del suo bacino. Pel Tevere, ove siffatte osservazioni possono condurre, come abbiam veduto, ad importanti conclusioni, alcune altre misure che avessero ad eseguirsi in istato più prossimo alla magra, e ad un metro circa sull'altezza media, non presenterebbero difficoltà, e sarebbero sufficienti per calcolare, coll'approssimazione che si richiede, i deflussi integrali. Gioverebbe eziandio aggiungere un nuovo idrometro all'escita del Tevere da Roma, come sarebbe a Ripa Grande, per confrontarne le indicazioni con quello posto superiormente alla Ripetta, e dai rapporti delle due scale idrometriche dedurre gli effetti degli ostacoli che si oppongono al libero deflusso delle piene nell'interno di Roma, quali sono, la sezione fluviale forse troppo angusta, gli ingombri che vi fossero disseminati, le svolte e la limitata luce de'ponti dai quali è attraversato. Abbiamo veduto come a queste cause fosse attribuibile lo straordinario alzamento della Sonna all'ingresso in Lione nell'autunno del 1840, e sono d'avviso che esse abbiano

pure avuta non poca parte nelle memorabili innondazioni di Roma, e principalmente in quella del 1598, lorchè il Tevere alla Ripetta si alzò per $12^{m},80$ sul livello di massima magra. E quando l'architetto Fontana accennava che in tale circostanza pel ponte *Quattro Capi* passavano 150 *canne d'acqua premuta*, egli ci annunciava un fatto di qualche importanza per la storia di quella straordinaria piena, e cioè che il fiume, riempiuta l'intera luce del ponte, vi formasse un battente; non potendo d'altronde concepire come il Castelli rilevasse in quella espressione un errore grossolano, e per dimostrarlo confondesse poi la *pressione*, che senza dubbio può animare una corrente, colla *compressione* di una sostanza compressibile (1).

Anche le livellazioni di un fiume, dandoci un'idea delle variabili sue pendenze, e dell'altitudine dei singoli punti del suo corso, possono tornare utilissime per spiegare la diversa indole di questo, e non pochi fenomeni dipendenti dall'azione dei regurgiti, o della chiamata di sbocco. Tale sarebbe quello del così detto *ventre delle piene*, nome che dassi al punto ove le piene d'un fiume giungono al loro massimo, approssimandosi alla foce in mare, e dopo del quale il pelo d'acqua s'inflette convergendo verso il livello pressochè costante del suo sbocco.

Da alcune indagini da me istituite per il Po, pel Rodano e pel Reno d'Italia, sembrami poter inferire che siffatto punto d'inflessione venga determinato dalla intersezione del fondo del fiume mediante una orizzontale condotta dalla sua foce ad un'altezza che corrisponda a quella che ivi avrebbe il fiume stesso se non avvenisse la depressione del suo livello per effetto dello sbocco in mare. Ove ciò fosse, vedrebbesi per la chiamata di sbocco confermata la stessa legge che le più recenti ed accurate esperienze sembrano indicare per l'estensione dei regurgiti, la quale estensione sarebbe determinata dalla intersezione dell'orizzontale di essi, non già col pelo d'acqua superiore del fiume, ma col suo fondo, giusta l'antica dottrina degli idraulici italiani che verrebbe così a rivivere, e che a me sembra la più razionale.

---

(1) Castelli. *Della misura delle acque correnti. Corolario X, osservazione sesta.*

Dopo la lettura della presente Memoria pervenne all'autore un libro interessante del signor Commendatore Cialdi sulla navigazione del Tevere (*), ove si dà appunto ragguaglio dei molti ostacoli che ingombrano quel fiume nell'interno di Roma, e ne interrompono ivi la navigazione, dichiarandosi i medesimi siccome causa precipua delle inondazioni della città. Si osserva pure come a chiarire questa cosa possa giovare l'aggiunta di altri idrometri all'unico esistente su tutta quella linea fluviale nel porto della Ripetta.

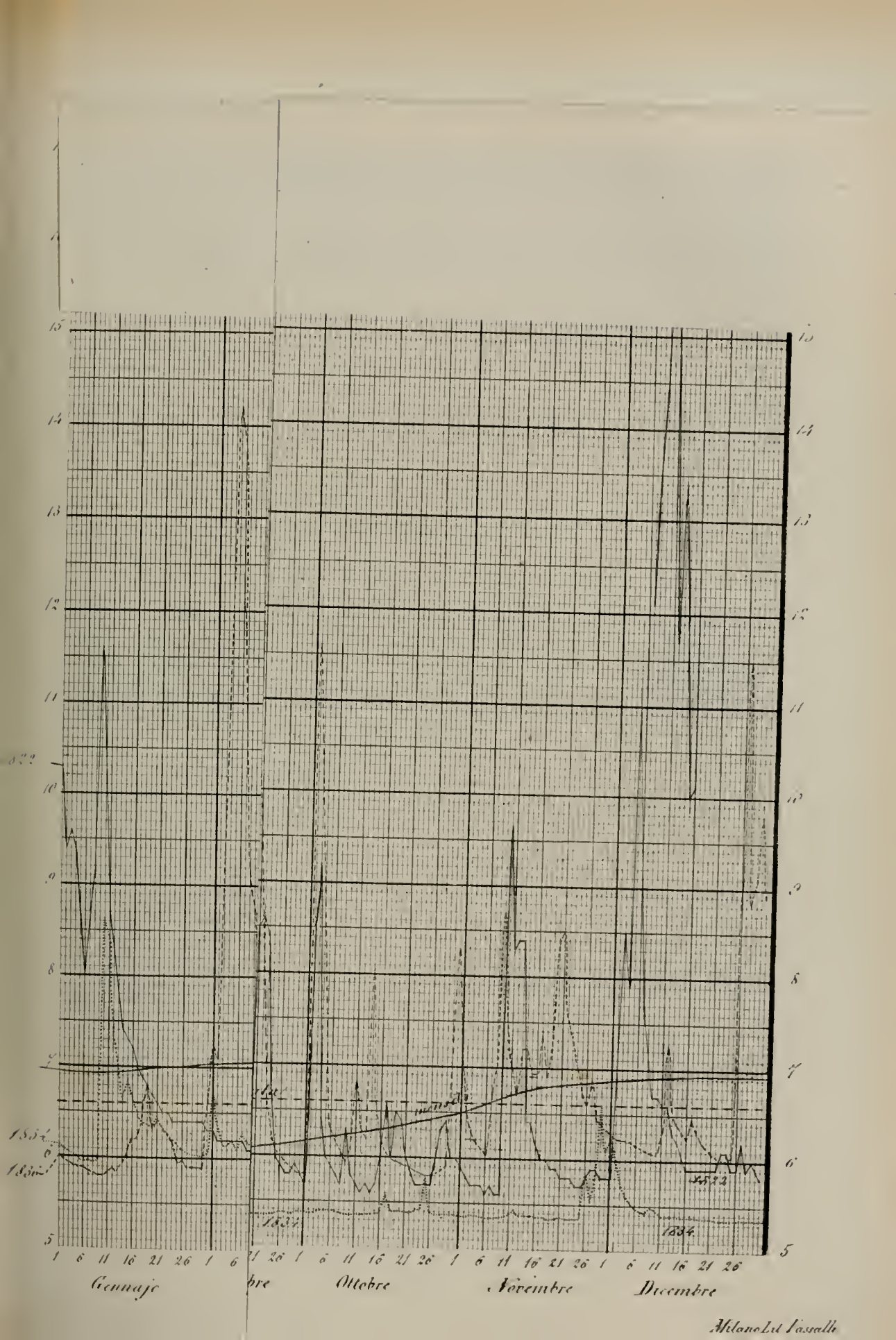
(*) Delle barche a vapore, della navigazione del Tevere, e della foce in Fiumicino. Ragionamento del Commendatore Alessandro Cialdi, ec. Roma, tip. delle Arti, 1845.

Le livellazioni del Po eseguite nel 1813, di sopra indicate, per quanto mi consta, devono essersi prolungate dalla Stellata ad Ostiglia sul territorio Veneto, e si sarebbero eziandio estese all'Adige. Altra livellazione esattissima sarebbesi ora ultimata pel Reno di Bologna, siccome me ne avverte il chiarissimo signor ispettore d' acque e strade professore Maurizio Brighenti. Con questi preziosi materiali è a sperarsi che possa spargersi molta luce sui punti preaccennati della scienza idraulica.

Per raccogliere presso di noi tutte quelle osservazioni e diffonderle fra gli studiosi, potrebbe per avventura sorgere il pensiero di formarne materia di una periodica pubblicazione. Ma se si considerino tutte le difficoltà cui si andrebbe incontro nel mandare ad effetto un tale divisamento, sia per la regolare compilazione di quel lavoro, sia per ciò che concerne la parte economica, sembra assai più ovvio quello di giovarsi di un giornale di già esistente, che non abbia il carattere di una speculazione libraria, quale sarebbe, per esempio, il Giornale dell' I. R. Istituto Lombardo. Fatto centro in ogni Stato d'Italia presso di una persona, che per i suoi studj idraulici e per la sua posizione sociale si trovi in grado di raccogliere nel miglior modo le suddette osservazioni, verrebbero queste trasmesse per la successiva loro pubblicazione con quell'ordine che si riconoscesse il più acconcio. Si formerebbe così un copioso repertorio di fatti, ove si avrebbe eziandio la traccia da seguirsi per raccoglierne altri; e mano mano che si riempissero in tal guisa le lacune che presenta in tanto numero la scienza delle acque, questa verrebbe ad avanzare sempre di qualche passo. Se essa ebbe culla nel nostro paese in conseguenza delle speciali condizioni de' luoghi e del genio particolare che spiegarono i nostri padri, sussistono tuttora le stesse circostanze che devono essere di stimolo a farla progredire, e cioè l'opportunità di praticare nuove osservazioni, e le moltiplici occasioni di profittarne pel pubblico e privato vantaggio.

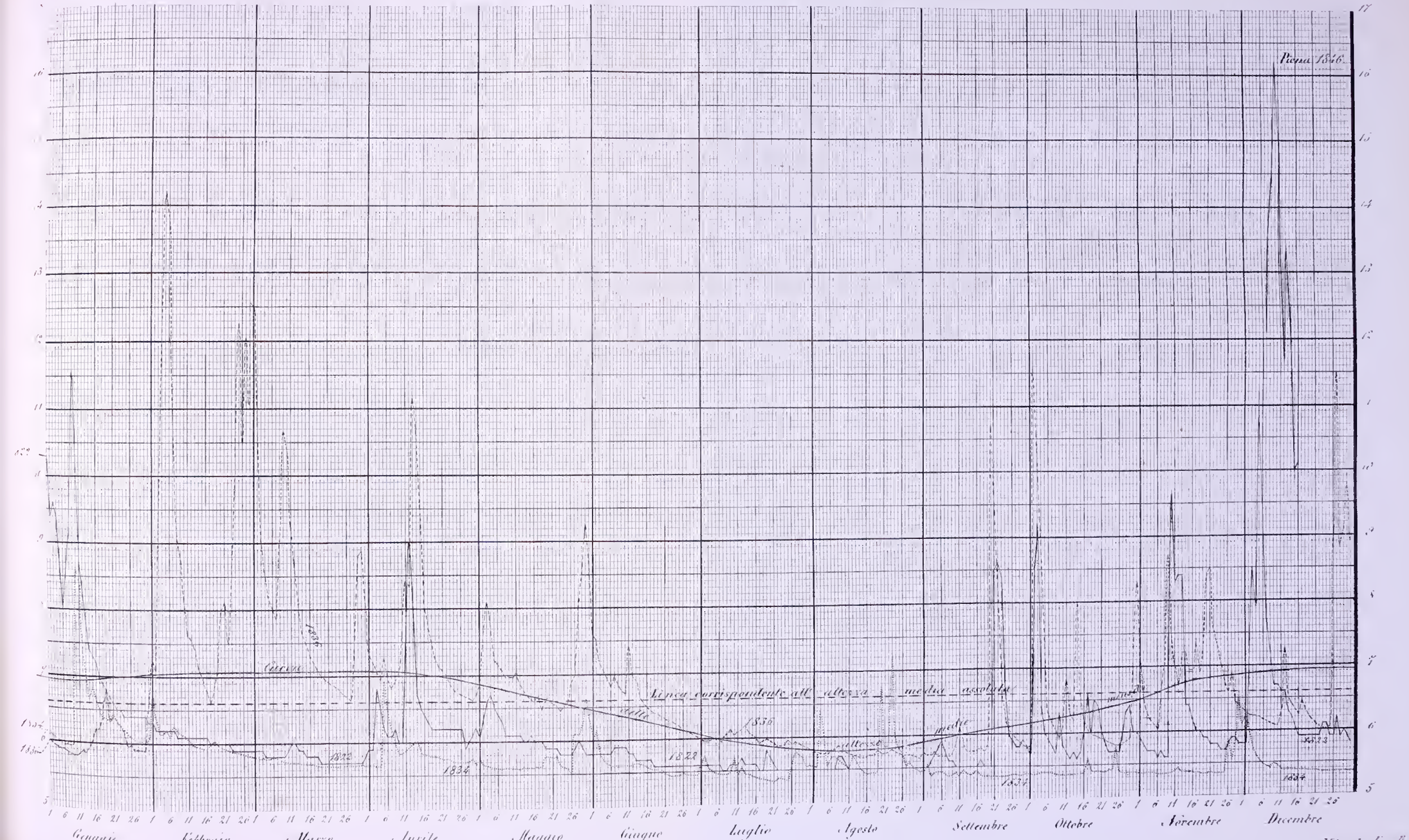
Prospetto delle altezze medie mensili del Tevere dal 1822 *al* 1849 *giusta le osservazioni fatte all'Idrometro della Ripetta all'ingresso del fiume in Roma. Le altezze si riferiscono al livello basso del mare. Per tale periodo la massima magra è a* 5,34. *La piena straordinaria del* 24 *dicembre* 1598 *sarebbe giunta a* 18^{m},20, *quella del* 1805 *a* 15^{m},58, *e quella del dicembre* 1846 *a* 16^{m},25.

Anno	Gennajo metri	Febbrajo metri	Marzo metri	Aprile metri	Maggio metri	Giugno metri	Luglio metri	Agosto metri	Settembre metri	Ottobre metri	Novembre metri	Dicembre metri	Media Annuale metri
1822	8,04	6,05	5,80	6,62	6,06	5,71	5,57	5,52	5,96	6,15	6-25	6,59	6,210
1823	7,55	8,75	8,27	7,20	6,45	5,99	5,80	5,65	5,80	6,41	6,52	6,05	6,722
1824	5,89	6,12	7,21	7,45	6,40	6,41	5,84	5,64	5,80	6,11	6,01	6,09	6,246
1825	6,05	5,80	6,10	5,79	5,85	5,70	5,58	5,51	5,49	5,85	5,87	7,15	5,895
1826	6,86	6,09	5,99	5,85	6,66	6,56	5,94	5,61	6,19	6,58	8,82	7,18	6,489
1827	8,52	8,40	7,56	7,15	6,20	6,97	6,18	6,02	5,99	7,00	6,98	6,70	6,944
1828	6,45	6,92	6,60	6,78	6,55	5,98	5,75	5,65	5,56	5,71	5,97	5,69	6,110
1829	6,41	6,59	6,14	7,50	6,40	6,20	5,75	5,58	6,00	6,54	6,17	8,69	6,466
1830	8,10	8,59	6,62	6,07	5,89	5,75	5,57	5,66	6,55	5,84	6,21	8,77	6,585
1831	7,65	6,75	6,10	6,46	6,66	6,06	5,75	5,85	6,20	5,79	5,75	5,79	6,225
1832	6,55	6,95	6,27	6,50	6,18	6,52	5,70	5,55	5,55	5,48	5,65	5,55	6,016
1833	5,47	5,86	6,95	7,95	6,52	5,96	5,99	5,95	6,64	6,61	6,22	6,06	6,330
1834	6,45	6,04	5,70	5,86	5,74	5,61	5,51	5,75	5,59	5,40	5,47	5,46	5,696
1835	5,45	5,51	6,59	5,70	6,55	6,25	5,60	5,78	6,54	6,71	7,47	6,42	6,296
1836	6,06	9,14	8,15	7,46	7,09	6,64	5,98	5,74	6,14	6,65	6,99	6,88	6,907
1837	7,56	6,87	7,70	8,61	8,17	6,89	6,57	6,14	6,22	5,89	6,59	7,10	7,010
1838	8,95	9,80	9,40	7,99	7,95	6,75	6,51	6,14	6,15	5,18	6,95	7,02	7,582
1839	6,29	6,50	7,96	6,79	6,84	6,11	5,78	5,67	5,78	6,08	6,79	7,57	6,497
1840	6,24	6,78	6,04	7,22	6,92	5,97	5,64	5,58	6,12	5,84	6,08	6,74	6,267
1841	8,41	7,24	6,88	6,82	6,18	6,20	5,75	5,74	5,96	6,28	6,72	6,72	6,373
1842	7,57	6,55	6,46	6,95	7,14	6,57	5,90	5,81	6,87	6,71	7,91	6,81	6,755
1843	7,67	9,76	8,12	6,75	6,85	6,59	6,27	5,86	5,79	5,90	6,11	5,76	6,767
1844	5,76	7,58	7,95	6,52	6,60	7,05	5,91	5,72	5,78	6,42	8,97	7,28	6,775
1845	7,55	8,47	9,74	8,51	7,50	7,18	6,44	6,17	6,65	6,55	8,62	8,57	7,644
1846	7,15	6,49	7,01	6,85	6,56	6,05	5,72	5,84	6,24	8,15	7,19	10,61	7,384
1847	8,09	7,66	7,55	7,58	7,17	6,56	6,52	6,58	6,41	6,57	6,18	7,15	6,951
1848	6,74	8,00	8,22	7,15	6,71	6,42	5,96	5,79	6,02	7,15	8,25	6,59	6,896
1849	6,17	5,96	6,09	8,82	6,85	6,02	5,77	5,65	5,68	6,50	6,00	6,00	6,274
Media assoluta mensile annuale	6,95 / 6,58	7,09 / 6,58	7,10 / 6,58	7,01 / 6,58	6,65 / 6,58	6,30 / 6,58	5,88 / 6,58	5,78 / 6,58	6,03 / 6,58	6,26 / 6,58	6,72 / 6,58	6,87 / 6,58	6,581
differenza	+0,37	+0,51	+0,52	+0,43	+0,07	-0,28	-0,70	-0,80	-0,55	-0,32	+0,14	+0,29	
Altezze minime	1835 gi. 6, 7, 8 / 5,34	1835 giorno 7 / 5,38	1835 giorno 1 / 5,62	1835 giorno 20 / 5,89	1834 giorno 26 / 5,80	1834 gi. 24, 25, 28 / 5,46	1834 giorno 25 / 5,34	1835 gi. 16, 17 / 5,34	1834 giorno 28 / 5,34	1834 gi. 9, 10 / 5,34	1834 giorno 24 / 5,35	1834 gi. 30, 31 / 5,34	
Altezze massime	1827 giorno 24 / 13,70	1845 giorno 7 / 15,34	1844 giorno 1 / 13,87	1835 giorno 13 / 12,71	1857 giorno 13 / 11,68	1844 giorno 4 / 12,49	1857 giorno 15 / 8,50	1855 giorno 9 / 9,15	1845 giorno 23 / 11,16	1846 giorno 23 / 13,88	1845 giorno 9 / 14,45	1846 giorno 10 / 16,25	


15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
1 6 11 16 21 26 1 6 11 16 21 26 1 6 11 16 21 26 1 6 11 16 21 26 1 6 11 16 21 26
Gennajo
Ottobre
Novembre
Decembre
1834
Milano Ed Vassalli

Rappresentazione grafica delle oscillazioni del Tevere negli anni 1822–1834 e 1836 giusta le osservazioni giornaliere praticate all'Idrometro della Ripetta sopra l'asta colla indicazione della linea dell'altezza media pel periodo di 28 anni dal 1822 al 1849 inclusivo e della corrispondente curva delle altezze medie mensili

Le misure sono in metri e la linea infima di riferimento corrisponde a 5,m sulla bassa marea del Mediterraneo a 2,m 23 sul fondo medio del Tevere alla Ripetta ed a 11,m 34 sotto la massima magra del 1834 durante la quale il fiume scorreva in ancona colla profondità media di 2,m 57 in larghezza di circa 70,m e con una velocità media di 0,m 90 per 1.''



Milano Lit. Vassallo

MELANOSI DIFFUSA DEGLI ORGANI DIGERENTI

IN UN MELANCOLICO

DI

ANDREA VERGA

Letta nell' adunanza 20 luglio 1854.

È nota, specialmente agli Inglesi, l'affezione *melanotica* cui vanno soggetti i polmoni degli operaj che lavorano nelle cave di carbon fossile. Essendo l'aria, che ivi abitualmente si respira, inquinata di gas carbonosi, sia per la deflagrazione della polvere, con cui si mettono allo scoperto i filoni, sia per il fumo denso che spandono le lampade alimentate dall'olio di lino, ne nasce una cronica irritazione dei polmoni con senso di stringimento ai bronchi e con ricorrenti accessi asmatici, che accorcia notabilmente la vita. Ne' cadaveri si rinviene un abbrunimento più o meno intenso, più o meno esteso, del parenchima del polmone e delle ghiandole bronchiali.

Si è però conosciuto che a render *melanotici* i polmoni non è necessario che s'introduca dal di fuori per le vie aeree una materia carbonosa, giacchè un pigmento bruno simile al carbone può generarsi in buona copia nei penetrali stessi dell'organismo per una alterazione speciale del sangue. Avvi infatti una *melanosi* propria dei polmoni dei vecchi che non è per nulla da attribuirsi ad inspirazione di gas carbonoso. Laennec fu il primo che nel 1806 descrisse questa speciale *melanosi* distinguendola in quattro varietà secondo che la materia bruna si trova in masse nude o saccate, infiltrata profondamente nel tessuto dei polmoni e delle ghiandole bronchiali, o semplicemente deposta alla superficie.

Anche nei cadaveri dei tubercolosi, sopratutto d'età avanzata, che furono per molt'anni tossicolosi e dispnoici, massimamente d'inverno, e che cedettero a lenta consunzione, non è raro d'incontrare una materia carbonosa ammassata particolarmente nei lobi superiori dei loro polmoni.

Meno ovvia è la *melanosi* negli altri organi, e se vi appare, è in forma di depositi più o meno circoscritti, oppure alquanto diffusa, ma superficiale, a macchie, a strisce, a punti, a stellette.

Quanto agli organi digerenti, si può considerare come una specie di *melanosi* diffusa quel coloramento ardesiaco che qualche volta si scorge sulla mucosa del ventricolo e più frequentemente su quella dell'intestino tenue e specialmente della prima metà del medesimo, coloramento che, osservato con attenzione, si risolve in una punteggiatura bruna fornita dalla estremità libera dei villi intestinali, ingorgati per cronica infiammazione di un sangue nerastro.

Ma la *melanosi* grave e diffusa degli organi digerenti, quale or sono per descrivere, è caso rarissimo, e a me stesso, in tanti cadaveri che ho tagliati, una sola volta occorso. Per questo spero che mi saranno perdonate le minutezze dalle quali non seppi difendermi nella compilazione della relativa storia.

Marco P.... di Milano, cuoco di professione, conjugato, fino al 1835 non avea mai patito altro incommodo che il sangue del naso; non febri intermittenti nè continue, non eruzioni alla pelle, non emorroidi, non cefalee, non mali d'occhi nè d'orecchi. Bevitore appena discreto, era gran mangiatore, e singolarmente appassionato pel caffè puro e pel caffè e latte. Dal 1835 al 1836 ebbe 4 salassi per una febre infiammatoria. Poi siccome gli si era fatto gonfio e duro il ventre, ricorse ad un omeopatico che, mediante una polverina, liberatolo di molte feci vecchie scibalose, lo guarì. Nel 1838 fu travagliato da grave melancolia con fuoco alla testa; era una malatia analoga a quella a cui poscia dovette soccombere. Ricorse di nuovo all'omeopatico, che non potendo non riconoscere il bisogno di emissioni di sangue, lo mandò agli allopatici. Uno di questi, assai riputato nella città, con 11 salassi e 40 mignatte applicate parte alle tempie e parte all'epigastrio, in breve lo ristabilì. Ma nell'agosto 1843, provando un abito che si era fatto fare dal suo portinajo e trovandolo mal tagliato, sentì improvvisamente come uno scoppio all'epigastrio ed un tremito generale, e da quel momento non potè più aver pace.

Io soglio, o Signori, citare questo fatto a coloro che perdono il tempo nell'indagare la vera causa occasionale d'un accesso di pazzia. Quando vi si è disposti, il fatto men grave, come è quello d'un taglio d'abito non corrispondente alla propria aspettazione, può essere fatale. Anche il nostro Marco infatti, oltre che aveva già patito di melancolia nel 1838, si seppe che da qualche

mese non era troppo bene in cervello. La collera smisurata che egli concepì contro il sarto portinajo fu come il fuoco che fa saltar in aria una mina ben preparata.

Da quel momento egli fu invaso dall'idea d'aver commesso dei sacrilegi e sentì il diavolo latrargli negli orecchi e borbottargli nel ventre. Le orine che prima erano sempre acquee si fecero rosse, benchè continuassero abbondanti; il ventre, già regolarissimo, divenne irregolare e sciolto anzi che no. Provava avversione alle carni, ed era invece più che mai avido del caffè e latte, delle zuppe, della polenta e del pane, del quale bisognava che fosse ben proveduto anche la notte, perchè ad ogni tratto era minacciato da deliquio. Il tremito e l'inquietudine gl'impedivano di prender sonno, benchè si cercasse di conciliarglielo con pillole opiate. Ogni volta che gli cadeva sott'occhi quel malaugurato portinajo, gl'incommodi raddoppiavano. Finchè potè contenersi, fu curato in sua casa, ma col tempo eccedendo i patimenti l'individuale tolleranza, vide egli stesso di quanto peso e di quanto cruccio fosse all'ottima sua moglie e si rassegnò a passare in un ospizio. Tanto v'era ancora di senno e di sentimento in quel pover uomo! Prima di fare il doloroso passo si recò a salutare li amici e i conoscenti, dichiarando però loro che andava a chiudersi vivo in una tomba e a pagare il fio de'suoi peccati.

Ora ecco quale mi apparve all'epoca del suo ingresso nell'ospizio di S. Celso il gennajo del 1845. — È un uomo sui 64 anni, alto di statura, macilento e di color terreo; il capo imparruccato, la bocca mal guernita di denti, la base del collo deformata a destra da un gozzo voluminoso, la lingua sporca e come sparsa di polvere biancastra. Cammina ritto lentamente colla disperazione in volto, e geme e sospira e fa automaticamente certe smorfie colle labra stringendole e sollevandole, quasi voglia dire: che disgrazia è la mia! Il braccio destro è in continuo tremore, e le dita della mano corrispondente sono divaricate per una specie di granchio. Se incomincia a discorrere di sè non finisce più di lamentarsi e *che ha un gran male allo stomaco, che gli vien su sangue, che ha la diarrea, che gli mancano del tutto le forze, che le medicine sono affatto inutili, che dovrebbe aver cibi meglio a sè confacenti, che dovrebbe almeno avere a sua disposizione un confessore, che vede il diavolo,* ecc. Ma ciò che rende il suo stato veramente compassionevole è la fame. Talvolta cerca un tozzo di pane, un bicchiere di latte per carità, scongiurandoci per quanto v'ha di più sacro, offrendo in compenso tutto ciò che possiede, piangendo, disperandosi per ogni ritardo. Di notte si sveglia come rabbioso e addenta del pane di cui tien sempre una provigione sotto il guanciale.

Mi parve che la di lui melancolia si potesse definire: disperazione della

salute temporale e della eterna, fondata sulla strana qualità e gravezza de' suoi mali: veglia, allucinazioni, tremori, chorea, bulimia, ecc.

Io non sono, o Signori, dell'opinione di quegli spiritualisti alemanni, che facendo eco alle parole di Heinroth proclamano l'alienazione mentale per una malatia dell'anima, e sostengono che l'uomo che ha sempre negli occhi e nel cuore l'imagine di Dio, non può temere di diventar pazzo, e che i tormenti degli infelici designati coi nomi di *stregati* ed *ossessi* non sono che la conseguenza dell'esaltazione dei loro rimorsi. Questa teoria assurda, calunniosa e crudele non ha, io credo, alcun seguace in Italia. Il mio ammalato, che era sempre stato di carattere dolce e di ottimi sentimenti, per le mutate condizioni del suo organismo evidentemente esaggerava a sè stesso alcuni piccoli falli, e fors'anche s'incolpava di peccati che non aveva mai commessi. Io dunque pensai a trovare quali organi in lui soffrissero di preferenza, ed in che modo. Il cervello era certamente affetto, ma pareva che il fosse secondariamente e non gravissimamente. Al contrario, manifesta era la lesione della sensibilità generale e specialmente quella degli organi digerenti.

È da rammentarsi che la malatia scoppiò con un accesso di collera, e che nel lungo corso della medesima tutto era causa di noja e di cruccio. Il mio ammalato si arrabbiava persino perchè io gli dimandava come stesse e perchè lo chiamava il *signor Marco*. Ora i fisiologi, in capo ai quali sta Broussais, ammettono che l'irritazione epigastrica fa parte del sentimento della collera, e che la principal sede di tale irritazione è nello stomaco e negli organi annessi, e che quando l'irritazione è qui primitiva, evoca nel commune sensorio idee di collera. Era probabile adunque nel mio ammalato un'irritazione del ventricolo e degli organi annessi, ma tale irritazione non poteva essere che lenta e d'indole particolare. In lui infatti non v'era nè sete, nè rossore della lingua, nè nausea, nè vomiti, nè intolleranza della pressione all'epigastrio, e invece dell'avversione ai cibi v'era una esigenza dei medesimi così imperiosa da andar in deliquio punto che si indugiasse a dargliene. Io paragonava quella bulimia al prurito cutaneo ond' alcuni sono tormentati in modo da smaniare e graffiarsi a sangue. Era un prurito della mucosa del ventricolo che si manifestava col bisogno irresistibile di cibi grossolani che ne vellicassero le pareti e ne distendessero la cavità. Accusava infatti il signor Marco ordinariamente un fuoco interno, cui non corrispondeva il calor della pelle, la quale per altro, pel consenso forse colla mucosa or nominata, faceva sentire di quando in quando un rabbioso prudore. Gli altri sintomi si potevano considerare come effetti diretti o riflessi dell'irritazione propagata al sottoposto plesso solare.

Essendo io di questo avviso, posi mano a diversi rimedi, e provai, per

quanto me lo permise l'ammalato, gli antiflogistici, i bagni, i vescicanti, i narcotici. Gli antiflogistici non giovarono, e il tartaro stibiato in particolare rese più canina la fame e più infelici le notti. Una volta che tentai un piccolo salasso, trovai il sangue di colore chiaro, benchè si coprisse di una leggiera cotenna. I bagni tepidi generali gli cagionavano uno stringimento di vita. Dei vescicanti non ne fu applicato che uno alla regione del cuore un giorno che accusò in quella parte un dolor vivo, e il dolore scomparve. Fra i narcotici il lattucario e la belladonna non spiegarono alcun effetto: il solo opio fu tollerato fino ad 8 gr. al giorno, e riusciva di sollievo.

Progredendo il male, mi confermai nell'idea d'un'affezione del gruppo degli organi digerenti, con degenerazione degli umori. La bulimia alternava coll'avversione al cibo: le egestioni erano irregolari: le fecce della matina erano ordinariamente figurate, le successive poltacee, e tutte aveano il colore delle foglie di quercia secche: le orine erano copiose, fetide e del colore dell'infuso di caffè, ma tenui, e colla bollitura non davano indizio d'albumina. Ogni tanto veniva sangue dal naso e muco sanguigno dalla bocca, che l'ammalato diceva venir dallo stomaco. Il sonno concedeva rarissime tregue a quel disgraziato, e anch'esse istantanee, perchè subito un'orrenda visione, come se il diavolo fosse venuto a portarlo via, lo faceva trasalire. Nelle mie notturne visite per lo Stabilimento m'abbattei più volte nella di lui figura pallida e lunga, che mentre tutti li altri ricoverati dormivano, percorreva lenta e cheta, in camicia, simile a bianco fantasma, il lungo corritojo, facendo strane smorfie colle labra e colle braccia. Nè egli al vedere la mia sollecitudine si commoveva, perchè non aveva più nè fiducia nè speranza in nessuno e si era chiuso ormai interamente nella sua disperazione. Altre volte intesi nella sua cella suonar cupi e interrotti lamenti che parean quelli d'un'anima dannata. « Le mie convulsioni, diceva, non son quelle degli altri. Vorrei avere tutti i mali dell'Ospedal grande piuttosto che il mio. Brucio e non sudo. Se guardo una chiesa, la mia vista si oscura. La mia pelle ha perduto ogni elasticità, e conserva le pieghe che le si fanno. Io non ho più affetto per nessuno, nè pure per mia moglie. Non capisco più quando ho il cibo nel ventricolo, e non sento più i moti del cuore. E tutto questo per le confessioni e per le comunioni mal fatte! Dio mi ha abbandonato. Ed io ho perduto me stesso. »

Ho voluto, o Signori, ripetervi questo soliloquio per farvi apprendere dalla bocca stessa dell'ammalato quanto fosse il pervertimento della di lui sensibilità e per invitarvi a riflettere contro Heinroth, che un uomo meno timorato e religioso di lui, uno che non avesse mai fatte confessioni nè comunioni, e che non avesse tampoco praticata una chiesa, non poteva certamente finire con questa forma di pazzia.

La bulimia cagionò parecchie indigestioni, sotto due delle quali restò come morto. Una di esse, nel 24 novembre dello stesso 1845, fu seguita da profusa diarrea, da vomito e da altri sintomi di vera gastrite, ai quali dovette realmente soccombere.

La sezione del cadavere fu fatta 36 ore dopo la morte. La giornata era rigida, e il cadavere non offriva macchie livide sul ventre, nè gaz nelle intestina, nè mandava un puzzo straordinario. La sua magrezza apparve minore di quel che sarebbe parso dal volto, essendosi trovato delle appendici epiploiche sul pericardio e una discreta copia d'adipe scolorato al grande omento. In genere, i tessuti erano flaccidi e inzuppati di sangue.

Il cranio presenta sviluppate le prominenze della circospezione e della venerazione religiosa. L'osso occipitale è grossissimo. La calotta offre all'interno dei piccoli incavi trasparenti, dovuti alla mancanza della tavola vitrea; il meno piccolo corrisponde all'angolo anteriore superiore dell'osso parietale destro. Le fosse medie della base del cranio sono poco profonde e irte di spigoli ossei taglienti. La dura-madre è inspessita e così aderente alla calotta da non poternela in alcun modo staccare. Non si trovano grumi di sangue ne' diversi suoi seni, come non se ne trovò in nessun altro vaso e cavità del corpo.

La sostanza cinerea e le sue varietà (subalbida del Gennari, nera del Vicq d'Azyr) si distinguono nettamente dalla bianca per il color saturo. La consistenza in genere è normale, ma si nota una certa mollezza al corpo calloso, al nodo e ai peduncoli del cervello, alle eminenze bigemine ed alla coda del midollo allungato; ancor più notevole è la mollezza del cervelletto, massimamente alla valletta di Haller: anche i talami ottici, massime il sinistro, sono meno consistenti e meno sviluppati dei talami olfattorii. Una grossa idatide al ginocchio di ciascun plesso coroideo. Non trovai la ghiandola pineale.

Ipertrofia con degenerazioni colloidee dei due lobi del corpo tiroide, e particolarmente del destro: nel lobo sinistro trovai anche delle cistidi ossee. Macchie nerastre lungo l'esofago; una più grande, con abrasione della mucosa, corrispondente alla biforcazione della trachea. Pleura destra immedesimata col polmone; libera ma assai injettata la sinistra: ambedue i polmoni ingorgati di sangue nero, e fragili. Cuore leggermente ipertrofico, massime nella sua metà sinistra; le colonne del ventricolo sinistro tagliate di traverso presentano dei punti bianchi. Vasi maggiori un po' dilatati con qualche punto ateromatoso nell'aorta. I corpi delle vertebre dorsali sporgono assai coi loro labri nella cavità toracica destra: e la maggiore di queste sporgenze corrisponde all'incontro della decima coll'undecima vertebra, le quali sono anchilosate: per tale sporgenza viene rialzato il nervo grande splancnico destro, che appare molto più sviluppato del sinistro.

Intestina tenui rilasciate e piene d'un muco *nerastro* che si fa gialliccio progredendo verso il cieco. Punteggiatura *nera* minuta del duodeno e del digiuno, che dà alla mucosa una tinta *ardesiaca:* picciolissime granulazioni bianchicce non elevate lungo l'ileo. Le pareti dello stomaco sono grosse circa due linee per lo sviluppo grande della tonaca muscolare e della mucosa: la prima offre palesissime le fibre trasverse; la seconda è *azzurra,* mammillare, rugosa e sparsa di piccole ecchimosi: il piloro permette appena l'introduzione dell'indice. Il fegato ha la glissoniana assai grossa e il tessuto resistente, che al taglio mostra granulazioni ranciate in fondo *azzurro:* la sua cistide è piena di bile gialla, non molto densa. Milza grossa, triangolare, un po' rammollita e *nera* come la polpa di cassia. Pancreas molliccio e *tutto nero* anche nel suo centro e nei singoli suoi acini. Il resto sano.

Tra i sintomi offerti in vita dal signor Marco, altri si riferivano commodamente all'encefalo, altri all'apparato digerente, ma alcuni, come quella chorea tetanico-gesticulatoria del braccio destro, restarono sempre del tutto misteriosi. La sezione ci rende molto probabile la congettura che essi non fossero che effetti riflessi dell'irritazione portata al nervo grande splancnico destro dalla notata sporgenza dei labri della decima ed undecima vertebra dorsale insieme anchilosate.

Quanto ai sintomi gastro-enterici, e particolarmente quanto a quella orrenda bulimia, abbiam veduto che erano sostenuti da un processo lento, subdolo, che è quello che rese melanotici il duodeno, il digiuno, lo stomaco, la milza, il fegato e più di tutti il pancreas. Qualunque sia stata la sua indole, è certo che vi prese parte una alterazione del sangue, e che a questa, anzi che ad assorbimento di molecole carbonose, è da attribuirsi la melanosi stessa. Ad ammettere un vizio nel sangue fecero inclinare, durante la vita, il colore del sangue stesso estratto dalla vena, che apparve sbiadito, le orine fetide e di color coffeano, e le facili emorragie dalla bocca e dal naso; confermarono in questa idea i reperti cadaverici, cioè l'inzuppamento sanguigno di tutti i tessuti e le ecchimosi della mucosa dello stomaco, il muco nerastro raccolto nelle intestina tenui e la mancanza di grumi in qualsiasi vaso del corpo. Si direbbe che, turbata la innervazione degli organi digerenti (e qui la mente non può non correre a quella cresta ossea ond'era rialzato e teso il nervo grande splancnico destro), si alterò anche la loro circolazione capillare, e venne ad accumularsi nei minimi vasi la parte più densa e bruna del sangue, sì che il blastema e lo stroma degli organi stessi ne rimase con varia intensità colorato.

SULLA PRIMA APPLICAZIONE DEL PENDOLO AGLI OROLOGI

MEMORIA

DI

GIOVANNI VELADINI

Letta nell'adunanza 6 luglio 1854.

Non parrebbe oramai più permesso il richiamare in dubbio a chi debba attribuirsi il merito della prima applicazione del pendolo agli orologi, dacchè tutti convengono andar noi debitori alla sagacia dell'Huyghens di tale importante scoperta. Ed io, che fino a questi ultimi mesi tenni per vero ciò che a questo proposito generalmente si crede, non vorrei oggi riaprire una disputa, la quale, dopo il molto che si è detto, potrebbe per lo meno venire accusata d'inutilità, se non credessi d'essere in grado di recare qualche notevole schiarimento su di un punto già tanto discusso e combattuto. A me sembra che quanto, o Signori, sono per dire varrà a mostrarvi nel modo più convincente che a quel sommo filosofo, nella cui mente balenò la prima felicissima idea di usare del pendolo come misuratore del tempo, è d'uopo, per esser giusti, tributare pur anche l'onore d'avere il primo concepito il pensiero di rendere equabile col pendolo medesimo il moto degli orologi. Ove il mio intendimento non fallisca, son certo che accoglierete con compiacenza il mio discorso, e ad ogni modo ho fiducia che comparteciperete al mio desiderio di aggiungere un nuovo titolo di gloria ad un nome che niuno può mai rammentare senza profonda ammirazione.

Si sa che il lento dondolare d'una lampada appesa con lunga fune ad una volta fu per il Galilei un fenomeno ricco di preziose conseguenze. L'isocronismo delle oscillazioni di quella lampada gli apparve come una verità, di cui intravide il sommo pregio per le applicazioni delle quali essa era suscettibile: e così il pendolo divenne presto un nuovo strumento presentato dal filosofo Fiorentino all'Astronomia ed alla Fisica, la quale, per opera sua, tolte a fondamento l'esperienza e l'osservazione, s'apprestava a studiare le leggi naturali nella realtà de'fenomeni, ed a combattere i delirj della presuntuosa filosofia peripatetica.

Il Galilei era di mente sì elevata, e teneva in così gran conto le basi sulle quali egli stava erigendo l'edificio della vera filosofia naturale, che doveva necessariamente accorgersi, dietro diligenti ed accurate prove ingegnosamente ideate, che l'isocronismo da lui presupposto nel pendolo poteva andar soggetto ad eccezioni (1). Sebbene egli ponesse il fondamento della vera Meccanica, la quale, al dire di Lagrange (2), aspettava chi dopo Archimede la sapesse far progredire; non pertanto il merito di stabilire la teoria del movimento del pendolo non può dirsi suo, mentre questa teorica apparve solo nel celebre trattato *Horologium oscillatorium* dell'Huyghens, ed ivi pure imperfetta e non appoggiata che ad un principio precario.

Se non che lo stesso matematico Olandese, il quale parve all'insigne Lagrange (3) destinato a perfezionare e completare le scoperte del Galilei, mettendo fuor di dubbio ciò che pure erasi sospettato dal filosofo Fiorentino circa al non esatto isocronismo del pendolo oscillante per archi circolari di diversa ampiezza, non giunse nemmen egli a discoprire, come ne fa fede la pregiata sua opera (4), che il desiderato isocronismo potevasi conseguire quasi esattamente limitando le oscillazioni dentro piccoli archi. Dal non avere potuto conoscere sì fatta importantissima proprietà ebbero origine le sottili sue investigazioni che lo condussero all'idea del pendolo cicloidale; felicissima, ove la si riguardi come la causa occasionale della scoperta di nuovi teoremi di Meccanica trovati nel determinare gli accidenti del moto di un corpo obbligato a percorrere una cicloide, ma di nessuna utilità ove la si consideri dal lato della pratica applicazione.

Huyghens pubblicava il suo pregiato lavoro nel 1673, ma in esso avvertiva che sedici anni prima, e quindi nel 1657, egli aveva posto alla luce un opuscolo nel quale rendeva conto della fabbrica degli orologi come da lui erasi immaginata fin da quell'epoca. Il trattato dell'Huyghens comincia colla descrizione dell'orologio ch'egli chiama oscillatorio; e quando pure le parole di questo celebre Matematico non si credessero da taluno sufficienti a chiarire il modo col quale egli aveva pensato d'applicare il pendolo agli orologi, una

---

(1) Galilei. Dialogo sui sistemi del mondo: giornata 4.ª Padova, 1744, pag. 317. — Opere di Galileo Galilei, nella Collezione dei Classici italiani. Milano, 1811, vol. XII, p. 328.

(2) « L'intervalle, osserva quest'insigne geometra, qui a séparé ces deux grands génies disparait dans l'histoire de la Mécanique. » *Mécanique analytique.* Tom. II, pag. 277, 2.ª ediz. Parigi, 1815.

(3) Opera suddetta. Tom. I, pag. 222, medesima ediz.

(4) Christiani Hugenii Zulichemii, *Horologium oscillatorium.* Parisiis, 1673.

figura abbastanza precisa di cui corredò la sua descrizione gioverebbe a renderlo manifesto.

La maraviglia che necessariamente indusse nei dotti tale ingegnosa invenzione fece accogliere con trasporto l'utilissimo trovato dell'Huyghens, il quale, insieme col pendolo applicato all'orologio, offriva pure col mezzo di lamine cicloidali il modo di renderne isocrone le oscillazioni.

Per altro una maggior maraviglia deve aver destato l'opuscolo (1) in cui egli nel 1657, non sospettando nemmeno che altri avesse potuto prevenirlo in questo difficile arringo, credette di mostrare prima di tutti come il pendolo potesse adoperarsi per moderatore del moto degli orologi a ruote. L'idea di questo suo primo tentativo, resa pure evidente con un disegno, potè parere un po' diversa da quella che pubblicò posteriormente; ma in sostanza l'una ricade nell'altra, di che si persuaderà facilmente chiunque è pratico di cose attinenti all'orologeria; ed in fatto la seconda produzione non differisce essenzialmente dalla prima, che per l'aggiunta di due archi cicloidali opportunamente disposti.

E lo stesso Huyghens attribuisce tanta importanza a questa sua invenzione che non solo con dispiacere, ma fin anche con dispetto, nega che se ne possa concedere il merito ad altri. Egli ammette facilmente che nella dottrina sulla discesa dei gravi stabilita dal sommo Galilei debbasi trovare la ragione delle sue scoperte intorno alle proprietà meccaniche della cicloide; ma quanto all'applicazione del pendolo agli orologi soggiunge (2): *Qui vero Galileo primas hic deferre conantur, si tentasse eum, non vero perfecisse inventum dicant, illius magis quam meæ laudi detrahere videntur, quippe qui rem eandem meliore quam ille eventu investigaverim.* Le ragioni addotte dall'Huyghens per difendere la proprietà di questa sua interessante scoperta furono in generale applaudite dai dotti, e restò quindi fin d'allora nei più la persuasione, che dura fino a' dì nostri, essersi per la prima volta applicato il pendolo agli orologi per opera del matematico Olandese.

Per verità, quel comune convincimento non impedì che alcune persone illustri (3) persistessero nell'attribuire al Galilei il merito dell'accennata applicazione; ma non adducendo esse in prova delle loro asserzioni che testimonianze non abbastanza precise ed accertate, lasciarono la controversia in tutta la sua incertezza.

---

(1) *Horologium.* Vedansi le *Opera Mechanica* Christ. Hugenii. Lugd. Batav. 1724.

(2) *Horologium oscillatorium;* edizione parigina dianzi citata, pag. 3.

(3) Vedansi le Lettere inedite di uomini illustri pubblicate dal Fabbroni. Firenze, 1775, Tom. I.

Il Montucla, nella prima edizione della sua storia delle Matematiche, tuttochè ammiratore del medesimo Galilei, pur sosteneva con asseveranza doversi all'Huyghens la costruzione dell'orologio a pendolo. Ma il Tiraboschi ne lo rampognava (1); ed a convincerlo d'errore, anzi d'ingiustizia, additavagli esistere uno di questi strumenti fabbricato da Vincenzo Galilei, figlio del filosofo Fiorentino, coll'opera dell'orologiere Marco Tresfler di Augusta, e glielo indicava descritto dal signor professore Perelli nell'articolo 8.° del volume 2.° del Giornale di Pisa per l'anno 1771 (2).

---

(1) Storia della Letteratura Italiana. Venezia, 1796. Tom. VIII, pag. 168.

(2) L'idea che in questo articolo si vorrebbe attribuire al Galilei risulta unicamente da una figura, la quale è null'altro che una copia precisa di quella con cui l'Huyghens chiarì il suo concetto, come lo espresse nell'opera *Horologium oscillatorium*. Basti ciò per vedere qual fede possa meritare tale articolo, che qui per altro si riproduce:

« Noi siamo debitori alla vasta erudizione del dottissimo signor Tommaso Perelli, primo Astronomo dell'Università di Pisa, di una notizia molto interessante la gloria della nostra Toscana, in proposito dell'applicazione del pendolo all'orologio. Ognuno fino ad ora sapeva, che il primo osservatore delle oscillazioni dei pendoli era stato il gran Galileo Galilei, onore non solo di Firenze, ma di tutta l'Italia, e ristoratore immortale delle buone filosofie, appoggiate soltanto ai gravi fondamenti delle matematiche, delle osservazioni e delle sperienze. Ma pochi, almeno di là dai monti, rimanevano persuasi, che il medesimo Galileo avesse il primo ancora applicato il pendolo all'orologio per la misura del tempo. Si era da più d'uno riflettuto, non esser verisimile che il Galileo, il quale colla sagacità del suo ingegno aveva inventato quella semplice e regolata misura, non si fosse poi servito della medesima nelle sue astronomiche osservazioni. Era paruto impossibile che il Padre Riccioli, due anni dopo la morte del Galileo, avesse potuto misurare le ascensioni rette di alcune fisse più illustri coll'uso del pendolo, senza che il primo inventore avesse mai pensato di applicarlo all'orologio. I signori Viviani, Magalotti, Redi, e tutti gli altri soggetti ragguardevoli che componevano la sempre memorabile Accademia del Cimento, formata avevano fra di noi una specie di tradizione favorevole al grand'astronomo Fiorentino su questo punto. Ed anche il signor Carlo Dati aveva procurato di rivendicare alla nostra Toscana il merito di questa prima invenzione in quella lettera, ove gli piacque di mascherarsi sotto il nome di Timauro Anziate. Questo però, comecchè moltissimo per tutti coloro che non avevano adottato lo spirito di partito, era anche poco per la nazione francese, la quale prevenuta per la giustissima fama del grand'Ugenio, a questo, e non al Galileo, attribuiva il vanto singolare di un simile ritrovamento. Bisognava che quella viva voce costante, quella tradizione universale, incominciata fra noi fino da' tempi del Galileo, si vedesse con ispecial trionfo della verità chiaramente appurata, e con una quasi rigorosa dimostrazione oculare stabilita e confermata in guisa, che niuna cosa potesse opporsi in confutazione della medesima. Ora di tanto appunto noi siamo debitori al vasto genio del nominato signor Tommaso Perelli, che in certa sua Prefazione stampata pochi mesi sono, ci assicura di aver veduto e potersi vedere da ognuno presso il dotto signor avvocato Maccioni, altro professore

A dare un'adequata idea del congegno ideato dall'Huyghens gioverà richiamare quanto ne dice il Montucla (1). « Le pendule, egli scrive, qui est une verge de fer au bas de la quelle le poids est suspendu, communique par sa partie supérieure un mouvement alternatif à un aissieu garni de deux petites palettes tellement disposées, qu'à chaque vibration elles ne laissent passer qu'une dent de la roue avec la quelle elles s'engrènent. Cette roue ne peut donc avoir qu'un mouvement aussi uniforme que celui du pendule même: et puisque de son mouvement dépend celui de tout le rouage, dont les parties s'engrènent mutuellement, et enfin avec elle, ce rouage est contraint de marcher avec la même uniformité que le pendule. Il y a plus: ce rouage, par l'action du poids ou du ressort qui le met en mouvement, fait un petit effort contre le pendule, et lui communique à peu près la même quantité de mouvement qu'il en perde à chaque vibration par la résistance de l'air, de sorte qu'au lieu de rester vingt-quatre heures en mouvement, comme il pourroit faire sans cela, il ne peut plus s'arrêter que lorsque le poids ou le ressort de

---

dell'Università di Pisa, l'orologio medesimo, munito di pendolo, e costruito per ordine di Galileo da Marco Tresfler orologiaro di Ferdinando II, coll'assistenza di Vincenzo Galilei il figlio, che era, come ognun sa, nella scienza delle meccaniche peritissimo. Quest'orologio che, fabbricato l'anno 1649, per sette interi anni precede la scoperta Ugeniana, avendo l'Ugenio pubblicata la sua opera l'anno 1656, e il di cui modello appena formato fu spedito subitamente in Olanda, rimase in mano degli eredi del Galileo: da questi passò in potere del signor Vincenzo Viviani, e dagli eredi di quest'ultimo fu comprato e lo ritiene tuttora il di sopra lodato signor avvocato Maccioni. Egli è, conforme si può vedere nelle due tavole in rame, che si danno alla fine di quest'estratto, egli è, dissi, nel suo meccanismo dall'Ugeniano differente alcun poco, ed il motore di esso, in vece di un peso, è una molla, a cui dopo sono state aggiunte le due laminette cicloidali (tra le quali si vede l'oscillante pendolo), invenzione senza fallo alla Galileana posteriore. Della costruzione di un tale orologio ne avevano fatta fede gli Accademici del Cimento, ed il chimico Giovanni Rechero, che ne aveva in Vienna dal signor conte Magalotti udita la storia, ed in Augusta dal Tresfler l'aveva sentita confermare. Ma in oggi che il nominato signor Tommaso Perelli ci ha ragguagliati del verace fondamento, a cui era appoggiata la giusta pretensione, che avevamo già da gran tempo di questo fatto, speriamo, che anche le nazioni oltramontane accorderanno alla nostra Toscana il merito di questa prima invenzione: nè dubitiamo, che una simile confessione sia per oscurare in verun modo la gloria dell'immortale Ugenio, il quale, secondo che anche aveva osservato il signor Vincenzo Viviani in una sua lettera, che è la sedicesima del I tomo di quelle ultimamente stampate in Firenze da monsignor Angelo Fabroni, che hanno per titolo: *Lettere familiari del conte Lorenzo Magalotti, e di altri insigni Uomini a lui scritte*, si merita per l'appunto l'istessa lode, come se niuno mai vi avesse pensato prima. »

(1) *Histoire des Mathématiques*, 2.ª ediz. Paris, 1800, Tom. II, pag. 192.

la machine cessera d'agir. M. Huyghens fit cette belle découverte vers la fin de l'année 1656, et vers le milieu de 1657 il présenta aux États une horloge de sa nouvelle construction. Il la dévoila bientôt après par un écrit particulier, et elle a été si universellement adoptée, que les petites horloges d'appartemens en ont pris le nom de *pendules.* »

Nella seconda edizione della sua opera lo storico Francese ribatteva, colle ragioni che soglionsi a tal proposito addurre anche oggidì, le accuse apostegli dal Tiraboschi; e quanto all'orologio che citavasi per convincerlo d'errore, non faceva che osservazioni di ben poca importanza; chè anzi dandone forse troppa all'articolo di sopra trascritto, confondeva ciò che si vedrà aver detto il Viviani con quanto si riferiva nell'articolo medesimo. Egli, discutendo intorno a tale invenzione, parla altresì d'un disegno trovato nelle carte dello stesso Viviani; ma convien credere o che non l'avesse veduto, o che non fosse quello di cui ci dovremo occupare; e quando poi si volesse ammettere che l'avesse effettivamente avuto sott'occhio, si dedurrebbe di leggieri dalle sue proprie parole che non avrebbe saputo apprezzare il valore del meccanismo raffiguratovi. Forse il Montucla avrebbe meglio risposto al suo censore su questo punto col ripetergli quanto già aveva detto lo stesso Huyghens a propria difesa (1): *Quod si deditâ operâ celatum fuisse dicant, idem hoc intelligunt a quolibet alio posse obtendi, qui sibi originem inventi arrogare cupiat.*

Del resto, l'orologio di cui parla il Tiraboschi, quale vedesi non dirò descritto ma semplicemente indicato nell'anzidetto Giornale, è in ultima analisi affatto simile a quello immaginato dall'Huyghens, come appare manifestamente dal disegno di cui è corredato l'articolo. Se pertanto a ciò solo si appoggiasse la priorità della scoperta del Galilei, sarebbe pur forza confessare ch'essa non si presenterebbe raccomandata da un molto forte argomento.

Non è noto l'inventore del primo scappamento usato per regolare col mezzo d'un bilanciere il movimento delle ruote di un orologio animato dall'azione di un peso (2). Pare che non senza fondamento possa attribuirsi al celebre

(1) *Horologium oscillatorium*, ediz. citata, pag. 3.

(2) L'invenzione degli orologi a ruote, ben lungi dall'essere moderna, risale a tempi molto antichi. Il celebre Padre Alessandro, Religioso Benedettino (*Traité général des horloges.* Paris, 1734), osserva che se stiamo alla testimonianza di Plinio (lib. 7.° cap. 60), Scipione Nasica sarebbe stato il primo che in Roma trovò il mezzo d'indicare le ore del giorno e della notte con clessidre; ma che invece, dando fede a Vitruvio (*Architect.* lib. 9), dovrebbesi dare a Ctesibio l'onore di aver ideato sì fatti ingegnosi apparati, i quali, coll'introduzione di convenienti ruote dentate, non solo valevano a segnare le ore, ma inducevano altresì in alcune figure movimenti maravigliosi.

Gerberto la costruzione del primo orologio a ruote; ed ove ciò fosse, converrebbe concedergli pure il merito dell'introduzione d'un acconcio moderatore del

---

Non è a negarsi che chiunque sia stato il primo autore di siffatti meccanismi, esso meriti la nostra lode e, diciam pure, la nostra ammirazione. Ma d'altra parte non deve tacersi che tali congegni, sebbene formati con acconcie combinazioni di ruote e di rocchetti, non possono però meritare il nome di veri orologi a ruote. Nelle clessidre è l'efflusso d'un fluido, o d'un semifluido, ciò che essenzialmente costituisce la misura del tempo, e se quell'efflusso è in qualsiasi maniera reso costante, deve pur riescire sensibilmente uniforme il moto da esso prodotto; vuolsi dire cioè che nelle clessidre, dipendendo la uniformità del moto dalla medesima loro costruzione, non può vedersi la necessità dell'introduzione d'un regolatore del movimento, quale apparve necessario allorchè si concepì l'idea ingegnosa di far dipendere il moto delle ruote d'un orologio dall'azione di un peso o da quella di un elastro. Il peso nel suo discendere acquista sempre maggiore velocità; una molla nell'avvicinarsi alla sua posizione d'equilibrio perde di forza; quindi in entrambi i casi è d'uopo d'un meccanismo che moderi e renda uniforme il movimento delle ruote.

Anche l'orologio che ci vien riferito essere stato presentato a Carlo Magno dagli ambasciatori d'un re di Persia non pare essenzialmente diverso dai precedenti, e solo ciò che dice Cicerone nel secondo libro *De natura Deorum*, e nelle Questioni Tusculane intorno alla sfera di Archimede rappresentante il moto del Sole e dei Pianeti ci potrebbe far credere che quel grande Geometra avesse provveduto la sua macchina d'un regolatore.

Nè avrebbe potuto essere altrimenti, ove nel Planetario d'Archimede, o in quello di Possidonio, il movimento fosse stato prodotto dall'azione d'un peso. Ma appunto perchè anche dopo la conoscenza di tali macchine non si ha memoria che abbandonate le comuni clessidre, siasi fin d'allora ideato di applicare alla misura del tempo l'azione di un peso moderata da quella di un regolatore, è d'uopo credere che il moto in quelle macchine medesime fosse all'uopo prodotto col mezzo d'una manovella.

Da taluno si credette che Pacifico Arcidiacono di Verona abbia il primo trovato il mezzo di misurare il tempo col movimento di ruote dentate sottoposte all'azione d'un grave cadente, e che a lui quindi si debba l'invenzione del bilanciere destinato a rendere uniforme il moto di quelle ruote. Ciò sarebbe avvenuto verso la metà del secolo nono; il che non sembra però credibile, perciocchè si sa che nel Monastero di Cluny il sagrestano, fin anche oltre la metà del secolo dodicesimo, era obbligato a consultare la posizione degli astri per chiamare i religiosi alla recita delle preci notturne. Pare più fondata l'opinione che attribuisce il merito dell'invenzione degli orologi a ruote al celebre monaco Benedettino Gerberto arcivescovo di Reims nel 992, di Ravenna nel 997, e Sommo Pontefice sotto il nome di Silvestro II nel 999: Guglielmo Merlot non dubita ch'egli ne sia il vero autore, e con parole che accennano alla superstizione dei tempi assicura che *admirabile horologium fabricavit per instrumentum diabolica arte inventum*. L'osservazione che feci dianzi circa all'arcidiacono Pacifico parrebbe doversi pure applicare al monaco Gerberto, sicchè anche a lui sarebbe a negarsi la gloria di questa invenzione per il motivo che dopo un secolo e mezzo la si vedrebbe tuttavia sconosciuta ne' monasteri. Ma per Gerberto il ritardo della diffusione di sì meraviglioso trovato non sarebbe che di un secolo e mezzo; e se col pensiero ci

moto (1). Dal secolo X, o se vuolsi anche solo dall'XI, fino al XVII nulla si era fatto per ottenere un più conveniente regolatore degli orologi, cosicchè ai tempi

---

trasporteremo a quell'epoca, certamente simile ritardo non ci parrà tale da offrire un motivo di dubitare ragionevolmente che Gerberto possa essere l'autore di tale scoperta.

Che se a questo Pontefice si concede l'onore, per altro contestatogli dal Lepaute (*Traitè d'Horlogerie.* Paris, 1767, pag. VIII), dell'avere pel primo ideato gli orologi a ruote propriamente detti, è pur forza conchiudere ch'egli abbia dovuto anche immaginare il mezzo di regolare il moto di quelle ruote, ed essere l'autore del primo scappamento, di cui si abbia notizia. La storia fino all'anno 1326 non fa espressa menzione di un orologio che possa con fondamento dirsi simile ai nostri, e solo a quest'epoca nota che Riccardo Walingfort, dell'Ordine di S. Benedetto, abate di S. Albano uno ne costruì che, secondo la testimonianza di Gesner, non aveva il suo simile in tutta l'Europa. Il secondo orologio (Vedansi le opere del P. Alessandro, del Lepaute e del Dubois) di cui abbiasi notizia è quello che Giacomo Dondi fece costruire a Padova nel 1344, e che fu accolto con tanta ammirazione da procurare alla famiglia dei Dondi il predicato degli Orologi. In seguito, cioè nel 1370, Carlo V re di Francia chiamò Enrico Di Vic dalla Germania, allo scopo di farne fabbricar uno pel suo palazzo: e nel 1382, per ordine del Duca di Borgogna, collocavasi sulla torre di Nostra Signora a Dijon un orologio già esistente a Courtrai, del quale non si conosce nè il nome dell'autore, nè l'epoca della costruzione.

Son questi i primi orologi de' quali si abbia notizia, ed in essi lo scappamento era a ruota d'incontro; il bilanciere fu da principio una semplice asticella metallica aggravata da pesi che si potevano disporre a differenti distanze dal centro di rotazione e sospesa mediante un filo attaccato agli estremi della medesima: la torsione del filo faceva in qualche maniera l'ufficio della molla spirale tanto utilmente introdotta da Huyghens a fine di raggiungere una maggiore regolarità nel moto alternativo del bilanciere.

L'orologeria rimase in tale modesta condizione per circa due secoli, fino cioè all'invenzione del Pendolo. Il Padre Alessandro, nell'opera citata, pare che inclini a credere doversi a Vincenzo Galilei la prima applicazione del pendolo agli orologi, e secondo lui non rimarrebbe all'Huyghens che il merito d'avere perfezionato questa scoperta. Ma quel celebre Monaco Benedettino, dopo aver parlato, non si sa con qual fondamento, di saggi fattisi a tale proposito in Venezia, cita in prova del suo asserto gli Atti dell'Accademia del Cimento, e si sa che questi, anche per testimonianza del Nelli, non forniscono alcuna prova concludente.

D'altra parte, lo stesso Padre Alessandro, proseguendo il racconto, soggiunge a proposito del primo opuscolo sull'orologio a pendolo pubblicato da Huyghens nel 1657, che Vincenzo Galilei « voulut lui (cioè ad Huyghens) ôter l'honneur de l'invention, et prétendit que c'étoit à lui même qu'elle étoit dûe; ce qui obligea M. Huyghens à donner un autre ouvrage en 1658 sous le titre *Horologium.* » Non si tenga pur conto della poca esattezza storica che v'ha in queste parole, ma badisi solo come con esse lo stesso autore contraddica e tolga ogni fede all'opinione ch'egli aveva poco prima manifestata. Il Padre Alessandro non ebbe forse agio di addentrarsi in tale questione, e la lasciò nell'incertezza in cui l'ha trovata; se gli fosse stato noto ciò che ne diceva il Viviani, a lui non sarebbe certamente sfuggito il senso che si racchiudeva nelle parole di questo valente Geometra.

(1) Dubois, *Histoire de l'Horlogerie.* Paris, 1849, p. 65 e 66.

del Galilei e dell'Huyghens l'unico scappamento che si conoscesse era quello scoperto cinque o sei secoli prima, vale a dire era lo scappamento che noi diciamo a *serpe* od a *ruota d'incontro*, il quale, usato ancora a' nostri giorni, cessò d'essere il solo adottato negli ordinarj orologi portatili, appena dacchè divenne comune il cilindro di Graham e l'áncora di Mudge. Nell'orologio descritto dall'Huyghens il pendolo vi è appunto applicato col mezzo dello scappamento a serpe, e collo stesso mezzo è operata l'applicazione del pendolo nell'orologio citato dal Tiraboschi. Il mancare quindi un'irrefragabile prova per poter assicurare che quest'ultimo siasi effettivamente costruito prima che il geometra Olandese pubblicasse la sua scoperta giustifica pienamente l'opinione segnita dalla maggioranza dei dotti, che sì fatta invenzione non debbasi attribuire al Galilei.

Chè anzi alcune lettere di questo sommo sembrano deporre contro di lui. Scrivendo egli negli ultimi anni di sua vita (1) intorno al modo di poter col pendolo avere un'esatta misura del tempo, accenna ad un pendolo avente la figura di un settore circolare, e munito nell'infimo suo punto d'un sottil ago destinato a spingere innanzi uno per volta ad ogni oscillazione fatta nello stesso verso i denti d'una ruota mobilissima disposta al di sotto del medesimo pendolo. L'indicata ruota avrebbe dovuto, secondo il Galilei, comunicare il moto ad un indice od immediatamente o col mezzo d'altre ruote, e così il numero delle oscillazioni del pendolo sarebbe stato notato dall'indice medesimo senza bisogno che fossero contate dall'osservatore.

Trasportandoci ai tempi, ne'quali fu concepito ed espresso un tal pensiero, ci è d'uopo confessarlo ingegnoso, e fin anche, contro l'opinione di Montucla, degno di ammirazione; esso per altro non è tale da poterlo considerare nemmeno come il primo germe dell'effettiva applicazione del pendolo all'orologio. Tale applicazione quale fu ideata dall'Huyghens aveva per iscopo di ottenere col mezzo del pendolo un vero regolatore del moto di un orologio animato dall'azione di un peso; laddove per il Galilei il pendolo, anzichè essere il moderatore del movimento, era invece l'unico motore.

Anche questa considerazione valse ad indurre nei più l'intimo convincimento che il merito dell'avere pel primo applicato il pendolo all'orologio debba assolutamente attribuirsi all'Huyghens.

Nè una tale opinione fu solo adottata dai fisici stranieri all'Italia, tra i quali

---

(1) Lettera al Realio in data 5 Giugno 1637; Edizione citata dei Classici Italiani, tomo VII, pag. 317.

oltre al Montucla già menzionato giova ricordare il Lalande (1), il Bailly (2), il Jürgensen (3) ed il Dubois (4), chè invece gl'Italiani stessi la tennero in generale certissima. Valga per ogni maggior prova di ciò la testimonianza del Nelli (5), del Gerbi (6), del Libri (7), e specialmente del celebre Mossotti, il quale, tuttochè caldo ammiratore del Galilei, nondimeno pubblicando in Firenze nell'anno 1843 le pregevolissime sue Lezioni di Fisica Matematica, là dove parla della variazione della gravità sulla superficie della terra (8), dice espressamente: *era riservato a Huyghens l'impiegare i pendoli come regolatori del tempo nella costruzione degli orologi.*

Anche la lunga prefazione posta innanzi alla splendida edizione degli Atti dell'Accademia del Cimento, che la munificenza del Gran Duca di Toscana volle che fosse presentata in dono agli Scienziati convenuti in Firenze per il Congresso colà tenutosi nel 1841, non offre alcun motivo di poter credere il Galilei lo scopritore dell'accennata applicazione.

Dopo tutto ciò non parrà vero, ed io pure da principio ne dubitai, che vi possa essere argomento incontrastabile per il quale sia forza riconoscere nel fisico Fiorentino il merito d'aver egli pel primo applicato il pendolo all'orologio. Nè tale argomento deve dedursi da nuove scoperte fatte in qualche Archivio, od in qualche Biblioteca; esso si ha in un'insigne pubblicazione fatta in Modena negli anni 1818 e 1821 da un nostro Collega il celebre Giambattista Venturi. Egli, nella sua pregevolissima raccolta di Memorie e Lettere inedite di Galileo Galilei, riporta (9) un brano di lettera di Vincenzo Viviani scritta il 20 agosto 1659 al Serenissimo Principe Leopoldo De Medici, ed in questo lunghissimo scritto vi ha quanto basta per dover confessare essere il Galilei il vero e primo autore dell'applicazione del pendolo agli orologi (10).

---

(1) *Astronomie.* Paris 1771. T. I, pag. 214; T. III, pag. 825.

(2) *Histoire de l'Astronomie moderne.* Paris 1779 T. II, pag. 85.

(3) *Mémoires sur l'Horlogerie exacte.* Paris 1832, pag. 21.

(4) *Histoire de l'Horlogerie.* Paris, 1854, pag. 102.

(5) Vita e Commercio letterario di Galileo Galilei. T. II, pag. 710.

(6) Corso di Fisica. T. I, pag. 212. Pisa 1823.

(7) *Histoire des Sciences Mathématiques en Italie.* Paris, 1841. T. IV, pag. 284.

(8) Lezioni di Fisica. T. I, pag. 39.

(9) Parte seconda, pag. 286.

(10) Si può leggere questa lettera in tutta la sua integrità nell'opera del Nelli dianzi citata, la quale, sebbene appaja stampata nel 1793, non fu però pubblicata che dopo essere venuta in luce la prima parte della Raccolta fatta dal Venturi, come si deduce da ciò che il Venturi medesimo accenna nella prefazione posta innanzi alla seconda parte del suo lavoro.

Nelle lettere che questo Filosofo scriveva negli ultimi anni di sua vita io vedrei null'altro che il testimonio del suo forte desiderio di risolvere un problema meccanico, che doveva in lui destare interesse tanto più vivo, quanto maggiore relazione aveva coll'altro importantissimo delle longitudini. Forse la lettera dianzi citata, che dirigeva al Realio, non conteneva che una maniera di nascondere i suoi sforzi fino allora male riesciti, e forse non era che la ripetizione d'un modo di eludere le altrui domande, non dissimile dall'altro che gli si attribuisce: *la natura ha in orrore il vuoto fino ai* 32 *piedi, ed oltre quel segno lo tollera.* Il Galilei, divenuto cieco negli ultimi anni che visse, non tralasciò di meditare su questo problema, e mi par certo averne egli in tal tempo trovata una splendida soluzione, che confidò al proprio figlio Vincenzo.

« Sovienmi, è il Viviani che parla nella lettera dianzi citata, che gli (a Galilei) cadde in pensiero, che si saria potuto adattare il pendolo agli oriuoli da contrappeso e da molla, con valersene invece del solito tempo, sperando che il moto equalissimo e naturale di esso pendolo avesse a correggere tutti i difetti dell'arte in essi oriuoli. Ma perchè l'esser privo di vista gli toglieva il poter far disegni e modelli a fine d'incontrare quell'artifizio che più proporzionato fosse all'effetto concepito, venendo un giorno di Firenze in Arcetri il signor Vincenzio suo figliuolo, gli conferì il Galileo il suo pensiero, e di poi più volte vi fecero sopra varj discorsi, e finalmente stabilirono il modo che dimostra il qui aggiunto disegno (1), e di metterlo intanto in opera, per venire in cognizione del fatto di quelle difficoltà, che il più delle volte nelle macchine colla semplice speculativa non si possono prevedere. »

La parte di questa lettera che si riferisce a simile scoperta è tutta di un sommo interesse, ma io non abuserò della vostra compiacenza, onorevoli Colleghi, proseguendo in tale citazione, e solo mi limiterò ad accennare che convien credere essersi perduto il disegno qui menzionato, perciocchè il Venturi soggiunge in una nota aver egli stimato meglio omettere la figura dell'orologio, che recarne una non corrispondente alla descrizione del Viviani (2).

La quale descrizione mi sembra tanto perspicua e di tanta importanza per

---

(1) Il disegno manca nell'Opera del Venturi.

(2) Il Nelli, pubblicando l'intiera lettera del Viviani, la corredà d'una figura, che non ha con essa relazione alcuna, e ciò poi che fa maraviglia si è che la figura stessa riducesi alla semplice copia di quella pubblicata dall'Huyghens nel suo primo opuscolo: *Horologium.* Se l'Huyghens avesse potuto vedere anche questa nuova apparente soperchieria, forse originata unicamente dal non avere il Nelli sufficiente intelligenza di simili materie, non avrebbe avuto ragione d'indispettirsene?

l'attuale questione, ch'io non so dispensarmi dal riferirla colle precise parole del Viviani medesimo. Egli avverte che il signor Vincenzio Galilei, morto il padre nel 1642, non prima di aprile del 1649 intraprese la fabbrica dell'orinolo, e procurò, egli soggiunge, « di avere un giovine che vive ancora (nell'anno 1659) chiamato Domenico Balestri, magnano in quel tempo al Pozzo del Ponte Vecchio, il quale aveva qualche pratica nel lavorare grandi orinoli da muro, e da esso fecesi fabbricare il telajo di ferro, le ruote con i loro fusti e rocchetti, senza intagliarle, ed il restante lavorò di propria mano, facendo nella ruota più alta detta delle tacche numero 12 denti con altrettanti pironi scompartiti in mezzo fra dente e dente, e col rocchetto nel fusto di numero 6; et altra ruota che muove la sopraddetta di numero 90. Fermò poi da una parte del bracciuolo, che fa la croce al telajo, la chiave o scatto, che posa sulla detta ruota superiore, e dall'altra impernò il pendolo, che era formato di un filo di ferro, nel quale stava infilata una palla di piombo, che vi poteva scorrere a vite, a fine di allungarlo o scorciarlo secondo il bisogno di aggiustarlo col contrappeso. Ciò fatto, volle il signor Vincenzio che io (come quegli ch'era consapevole di questa invenzione, e che l'avevo stimolato ad effettuarla) vedessi così per prova e più d'una volta la congiunta operazione del contrappeso e del pendolo; il quale stando fermo tratteneva il discender di quello, ma sollevato in fuori e lasciato poi in libertà, nel passare oltre il perpendicolo, con la più lunga delle due code annesse all'impernatura del dondolo, alzava la chiave che posa ed incastra nella ruota delle tacche, la quale tirata dal contrappeso, voltandosi colle parti superiori verso il dondolo, con uno de'suoi pironi calcava per di sopra l'altra codetta più corta, e le dava nel principio del suo ritorno un impulso tale, che serviva d'una certa accompagnatura al pendolo, che lo faceva sollevare fino all'altezza d'ond'era partito; il qual ricadendo naturalmente e trapassando il perpendicolo, tornava a sollevare la chiave, e subito la ruota delle tacche in vigor del contrappeso ripigliava il suo moto seguendo a volgersi e spingere col pirone susseguente il detto pendolo ».

Quand'ebbi lette con attenzione queste parole non poteva concepire come non avessero bastato le medesime a toglier di mezzo ogni incertezza circa al primo inventore dell'orologio a pendolo, e mi rincresceva d'avere fino a quel punto defraudato nella mia mente il sommo Galilei d'un merito, del quale egli ricco di tante scoperte potè essere spogliato senza che venisse meno la comune ammirazione per lui, ma che d'altra parte bastava da solo a raccomandare un nome alla posterità.

Gli è vero che la lettera del Viviani porta la data del 1659, e quindi è

posteriore alla pubblicazione fatta dall'Huyghens. Ma oltrechè non v'ha alcuno il quale ardirebbe muover dubbio sulla buona fede del Viviani e del suo racconto pur convalidato dalle testimonianze che invoca, parmi che la priorità a favore del Galilei risulti in ispecial modo dalla originalità dell'invenzione, nella quale nulla è tolto a prestanza da ciò che fin allora si conosceva.

Non altri che il filosofo Toscano poteva a que'tempi risolvere il problema in un modo sì luminoso, e ciò che maggiormente eccita a maraviglia si è che quella vecchia soluzione può dirsi nuova anche dopo due secoli dacchè fu ideata, perciocchè, per quanto io mi sappia, non venne giammai pubblicato un concetto simile al quì descritto.

Mi parve quindi di dover tributare all'insigne filosofo Fiorentino un segno di profonda ammirazione non già solo col riprodurre (fig. I.ª) il semplice disegno, che il Venturi non credette di saper indovinare, ma sibbene col far costruire l'effettivo modello che rendesse a tutti manifesta l'invenzione del Galilei.

Riguardo al giuoco di tale scappamento, esso è già bastantemente spiegato da quanto ne dice il Viviani. Ma a concepirlo ancor meglio s'immagini rappresentata con *mn* la ruota delle *tacche*, ed i punti *a*, *b*, *c*, ecc., raffigurino i piedi dei *pironi* che debbono supporsi impiantati in direzione normale al piano della ruota medesima. Sia *pq* la chiave e questa sia girevole liberamente intorno al pernio *q*; essa poi insieme all'altro braccio *qr* costituisca una leva angolare, la quale in virtù del suo peso tende a tenere appoggiato alla periferia della ruota l'estremo *p* del suo braccio *pq*. Il pendolo, mobile intorno ad *o*, riesca congiunto al suo estremo superiore colle due *code* o leve *ot*, *og*; la prima più corta situata innanzi alla ruota sicchè possa essere successivamente incontrata dai diversi *pironi*, ossia dalle varie caviglie; la seconda più lunga posta di dietro alla ruota medesima, e in tal posizione da poter agire sul braccio *qr* dell'anzidetta leva angolare. È manifesto che il pendolo oscillando verso destra solleverà la chiave col mezzo della leva più lunga; quindi la ruota *mn* di scappamento, obbedendo all'azione del peso motore, si spingerà innanzi, ed il suo moto durerà finchè non verrà impedito dall'incontrarsi coll'altro dente la *chiave* ricaduta pel semplice suo peso. Intanto poi che la ruota di scappamento si muove, il pirone *a* urtando contro l'estremità *t* della leva più corta comunica al pendolo la forza opportuna a poter risalire nell'oscillazione successiva a quella che va compiendosi fino all'altezza dalla quale è precedentemente caduto. Per tal maniera le oscillazioni del pendolo sono mantenute sensibilmente eguali, e l'azione del peso sulle ruote viene moderata dal pendolo medesimo, che ad ogni due oscillazioni permette il passaggio di un dente della ruota delle *tacche* ossia della ruota di scappamento.

Il nostro orologiere Kohlschitter, del quale conoscete, o Signori, la somma valentia e pei pregevoli lavori di lui onde va adorno il nostro Gabinetto tecnologico, e per la onorevole ricompensa che gli decretaste in pegno di maggior guiderdone, è quegli di cui mi valsi per la costruzione del modello che ho l'onore di presentarvi. Sebbene il lavoro ne apparisca rozzo per la fretta con cui fu eseguito, e quindi non sia tal pezzo d'orologeria da poter convenientemente figurare cogli altri che possediamo, nondimeno io non dubito d'offrirvelo, e son certo che cortesi il gradirete, onde resti fra noi a testimonio d'un altissimo concetto del celebre matematico Fiorentino.

Se l'Huyghens avesse avuta notizia di tale invenzione, e non si fosse cercato di togliergli il merito di sua scoperta col porgli innanzi meccanismi che tutti in fondo coincidevano col suo, egli forse, prima di Bernoulli, avrebbe esclamato *ab ungue leonem*, e si sarebbe persuaso che l'applicazione del pendolo agli orologi, prima ch'egli la facesse, era stata immaginata dal Galilei.

L'Huyghens nel suo orologio conservando lo scappamento a serpe, non aveva fatto che sostituire il pendolo al solito bilanciere; quindi il pendolo si trovava continuamente sottoposto all'azione dell'ultima ruota; quindi le oscillazioni del pendolo dovevano essere di necessità molto ampie; e quindi il corpo ond'era terminato il pendolo non poteva essere che poco pesante. Tutte queste circostanze rendevano il moto dell'orologio irregolare, nè a ridurlo uniforme poteva in pratica valere l'ingegnosa introduzione della cicloide.

Nel meccanismo del Galilei il moto del pendolo è invece quasi affatto libero; le oscillazioni possono essere ridotte a piccola ampiezza, e perciò più vicine all'isocronismo; l'impulso è dato da una forza che a que' tempi si sarebbe detta costante; e la lente del pendolo può essere quanto si vuole pesante. Ma v'ha di più; nello scappamento immaginato dal Galilei, trovansi i rudimenti dell'áncora di Graham comparsa nell'orologeria quasi un secolo più tardi, e dopo che il Clement ne presentò, sarei per dire, l'abbozzo.

Se non che tanto nell'orologio dell'Huyghens quanto in quello del Galilei v'ha il difetto del rimbalzo (*réeul*) dell'ultima ruota, e forse un tal rimbalzo fu il motivo pel quale il figlio di Galilei distrusse alli 16 di maggio del 1649, come ne racconta il medesimo Viviani, l'opera delle sue mani. Per altro nello scappamento adottato dall'Huyghens il rimbalzo è una necessità; in quello ideato dal Galilei non solo può essere ridotto a tenuissima misura, ma è pur possibile con poche modificazioni di levarlo.

Si trasporti infatti la leva più corta al di sotto del punto di sospensione del pendolo, si termini la stessa leva più corta a piano inclinato, e se ne renda circolare quella parte su cui cade da principio il pirone, ossia la caviglia; ed

ecco tolto affatto il rimbalzo, introdotto il riposo e conseguita la possibilità di ridurre le oscillazioni ad archi minimi. Per altro siffatto riposo non è tale che privi il pendolo di grandissima parte di sua libertà, cosicchè il meccanismo di Galilei con queste pochissime modificazioni, delle quali egli avrebbe certamente riconosciuta la convenienza, sarebbe divenuto un pregevolissimo misuratore del tempo, non inferiore, quanto al concetto, ai più stimati che si hanno nei nostri Osservatorj.

Accennai a questa semplicissima modificazione come a quella che importa il minore cangiamento nel meccanismo originale. Ma se alla chiave si sostituisse una molla o scatto *ab* (fig. II), la quale essendo munita di un dente *m* presentasse nella sua posizione d'equilibrio un appoggio ad una delle caviglie, è chiaro che movendosi col pendolo un pezzo come l'AB, questo col tornar il pendolo verso la molla urterà contro la medesima mediante l'appendice *pq*. Per tal maniera la caviglia che posava sul dente della molla verrà liberata, ed appoggiandosi sul braccio B opportunamente conformato varrà a ridonare al pendolo la forza perduta, sicchè nell'oscillazione successiva esso ritorni nella posizione d'onde si suppose essere prima caduto.

Le modificazioni qui accennate non sono le sole delle quali possa essere suscettibile questo scappamento; a chi è pratico d'orologeria riesce agevole immaginarne altre moltissime, ed anche più opportune per rendere l'andamento dell'orologio sempre più regolare. Nè potrebbe credersi che il genio del sommo Galilei non avrebbe saputo ridurre a perfezione il meccanismo tanto mirabilmente da lui ideato. Del resto, è però facile avvedersi che, anche con quelle sole più ovvie modificazioni dianzi indicate, un braccio dell'áncora di Graham riesce già bell'e formato, cosicchè non a torto dissi che nel concetto di Galilei v'erano i rudimenti della scoperta che rese celebre il nome dell'orologiere Britanno.

Con questo mio lavoro non ebbi solo l'intendimento di rivendicare al Galilei l'onore della prima applicazione del pendolo agli orologi; pensai inoltre di presentare agli abili meccanici un semplicissimo concetto originale, ed anche direbbesi nuovo, perchè fin qui non conosciuto, dal quale potessero trarre utili conseguenze per l'orologeria esatta. Ho già avvertito come nel pensiero di Clement, o se vuolsi di Hook, debba vedersi l'origine dell'áncora di Graham, e quindi degli scappamenti di Amant, di Thiout, di Lepaute, di Wuillamy, ecc. Ora non si potrà ragionevolmente sperare che l'idea del Galilei abbia ad essere egualmente feconda di preziose ed importanti scoperte? (1)

(1) Un orologio costruito già da molt'anni dal signor Kohlschitter, e posseduto da S. E. il signor Maresciallo Conte Radetzky, è munito d'uno scappamento a riposo, il cui principio

Un altro scopo poi ebbi nel far conoscere l'indicato scappamento, quello cioè di proporlo nella sua originale semplicità per gli orologi da torre, pei quali lo crederei sommamente preferibile agli scappamenti sia ad *ancora* sia a *caviglie*, ora anche in tali orologi comunemente adottati.

Io penso che la facilità colla quale può essere costruito, la possibilità di rendere in esso piccolissimi gli attriti, e la conseguente durevolezza del meccanismo saranno circostanze che non potranno non essere convenientemente apprezzate, e che varranno a farci tra pochi anni ammirare negli orologi da torre un'invenzione, che, nata nella mente del sommo filosofo Toscano, aggiunge una gemma alla corona onde per tanti titoli fregiarono unanimi quel Genio i dotti di tutte le Nazioni incivilite.

---

ricade in quello del Galilei e che potrebbe dirsi una modificazione di quest'ultimo, ove il medesimo fosse stato già noto. Lo stesso signor Kohlschitter mi avvertiva di ciò nell'occasione ch'io lo incaricai d'eseguire il modello dianzi accennato, e non credo di dover tacere questo fatto, che certamente ridonda a sua lode.

Fig I^a

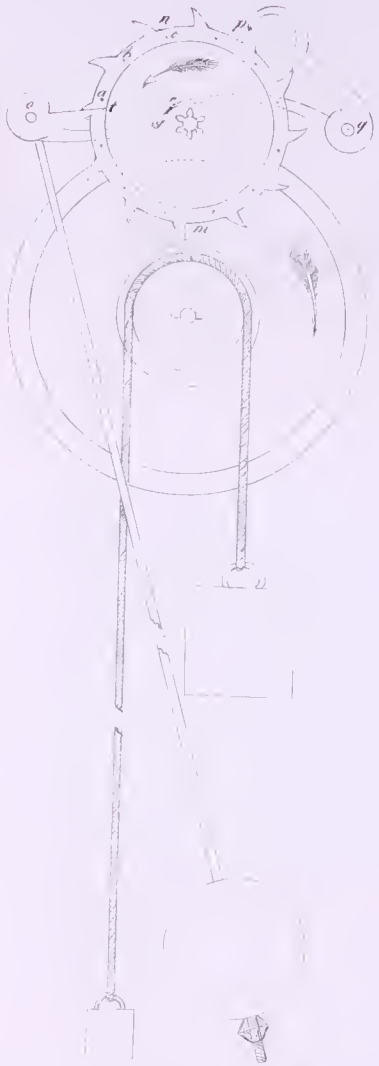
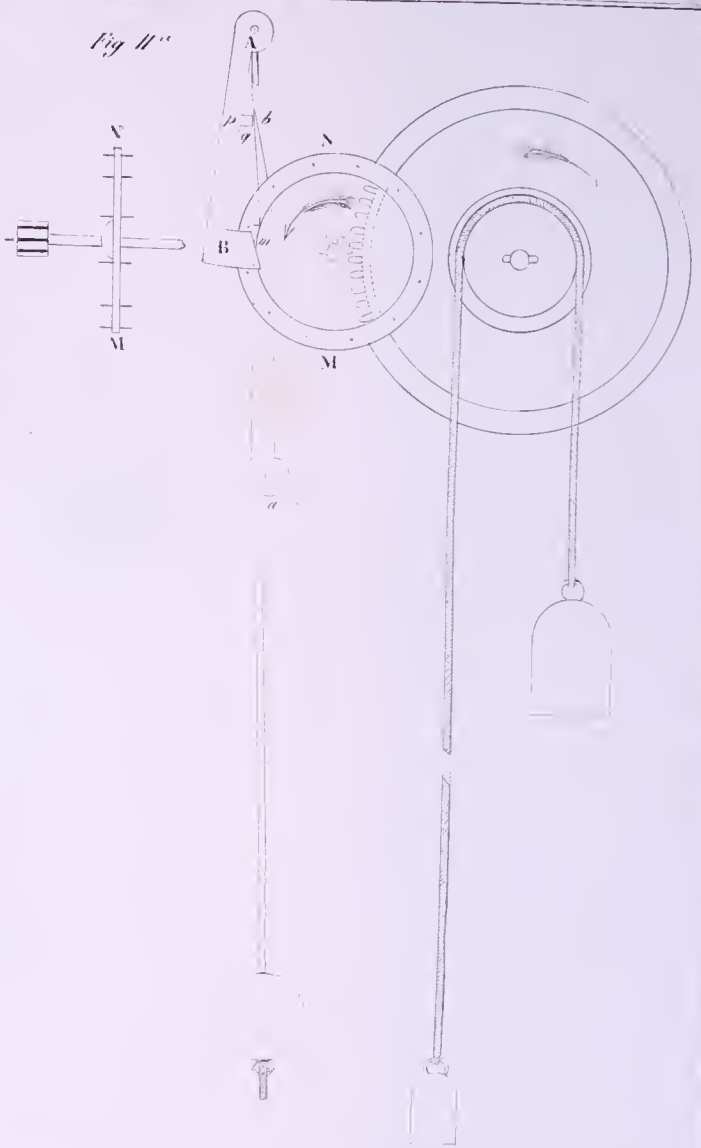


Fig II^a



Lit. Vassalli Milano

SE GLI ARABI DEL MEDIO EVO ABBIANO AVUTA QUALCHE INFLUENZA SUI PRIMORDJ DELLA MODERNA LETTERATURA.

MEMORIA (*)

DI

ANDREA ZAMBELLI

Letta nell'adunanza 20 luglio 1854.

Fra gli antichi e fra i moderni, sotto il freddo cielo del nord e sotto quello splendido e sereno del mezzodì, nell'oriente e nell'occidente, ogni letteratura, ogni civiltà ebbe principio dalla poesia. Il quale fatto, di cui le storie ci somministrano tante testimonianze, trova una sufficiente spiegazione nella stessa natura umana. L'indefinita tendenza di essa, che nell'ignoranza delle prime età compensava il difetto del raziocinio col soverchio dell'imaginazione, a fine di appagare in qualche guisa gli intemperanti desiderj dell'intelletto; un maggior bisogno di spandersi in quelle menti, in quei cuori, non per anco trattenuti dai freddi calcoli dell'esperienza; passioni e fantasie, che senza il freno d'un' educata ragione, per ciò stesso non conoscevano alcun confine; e la conseguente disposizione ad una cieca fede, a crearsi un idolo, quale si fosse, ad amarlo, a pregiarlo, come cosa santa, e ben anco ad ingrandirne la realtà con fantastiche illusioni; tutti questi motivi contribuirono a render

(*) Continuazione della precedente. Vedi pag. 147.

poetica la gioventù dei popoli, quando essi, usciti da una selvaggia o imbarbarita età, fecero i primi passi nella via dell'incivilimento o del risorgimento. Quindi avvenne che l'India non ebbe scritture più antiche degli inni che si leggono nei Vedas, e de' suoi sacri poemi; quindi nei prischi secoli ascoltò l'Arabia il canto de' suoi poeti, la Scandinavia e la Germania quello degli Scaldi e dei Bardi; quindi Esiodo ed Omero, Livio Andronico, Nevio ed Ennio furono i predecessori delle lettere greche e latine. Nè altrimenti accadde quando principiarono a diradarsi le tenebre del medio evo e vi spuntarono i primi raggi della civiltà moderna. Le lingue spagnuola, francese ed italiana quali più lontani scrittori vantar potrebbero che il romanziere del Cid, i trovatori della Provenza e di Sicilia? Che più? Le favole, le leggende dell'antichità e dei secoli di mezzo, dove trovarono sì gran pascolo la poesia greca e la latina e quella dei moderni, non erano esse in gran parte il frutto delle superstiziose tradizioni e delle ubbie popolari? In codesti tempi, pieni di religione e di fantasia, non che il rapsodo e il bardo e il trovatore, il popolo istesso era poeta.

La quale primitiva poesia non potea pur fare che non tenesse del cavalleresco, nè solo nel medio evo, sì bene ancora in qualche modo ne' secoli antichi. Vedemmo infatti nella precedente Memoria, come la cavalleria, nel senso largo di questa parola e quando si voglia intendere per essa una elevatezza di sensi generosi e magnanimi, onde il forte si assuma la difesa del debole, fu propria di ogni tempo che fosse intermedio fra la salvatichezza in cui gli urgenti bisogni della vita assorbono tutti gli altri, e fra la civiltà che per sè medesima guarentisce abbastanza il cittadino; propria delle età eroiche e semibarbare, nelle quali la protezione d'un valoroso, che ami le grandi imprese e i fatti straordinarj, salva gli imbelli dalle prepotenze altrui. Or come non vi avrebb' essa inspirati i poeti, i quali, per la natura istessa dell'arte loro, vanno presi a tutto ciò che sia magnanimo e gentile e vi trovano ampia materia di leggiadre invenzioni e di commoventi fantasie? Favolose insieme e cavalleresche sono le geste, celebrate dal Ramayana e dal Mahabarata, dall'Edda e dai Nibelunghi; cavalleresco è Giasone, cavalleresco Ercole e Teseo, i più antichi eroi della greca poesia; cavalleresco Pirro, quel generoso nemico dei Romani, il quale inspirò i ruvidi ma sublimi versi di Ennio (1).

Ma, d'altra parte, la poesia non poteva essere veramente cavalleresca, se non quando vi fosse vera cavalleria, cioè a dire, quale apparve nei secoli di

(1) Le parole che il Tasso mette in bocca a Goffredo, il fiore dei cavalieri « Guerreggiò in Asia e non vi cambio o merco » somiglian quelle di Pirro « Non cauponantes bellum, sed belligerantes. »

mezzo, quale io la descrissi nella predetta Memoria. Possono bensì gli eroi degli antichi poemi greci e latini, possono i guerrieri, cantati già nelle foreste scandinave e germaniche, pareggiarsi a quelli dei trovatori nel segnalato valore e nella inconcussa fortezza dell'animo che vince ogni più ardua prova: ne leggiam pure talvolta qualche umano e liberale esempio; ma questo era piuttosto un' eccezione che una regola seguita; e, generalmente parlando, codesti prodi del tempo antico erano ben lungi dal rappresentarci un complesso di forti e generosi sensi, di magnanime e gentili virtù che fosse una professione di fede, quella insomma che si trova nei cavallieri del medio evo, quando appunto la cavalleria nelle varie sue classi, o che religiosa o che militare o galante fosse, divenne un istituto, un sistema. Molto meno vi troviamo quell'amore fantastico ma lecito e casto, anzi spirituale, e direm pure pieno di sottigliezze e di raffinatezze, che divenne un elemento nei romanzi cavallereschi di Spagna e di Provenza. Sensuali erano per l'ordinario gli antichi amanti, sensuali i poeti, in sino quelle elette anime di Anacreonte e di Catullo, di Euripide e di Virgilio. Ora la moderna cavalleria, che tanto prevale all' antica, e che doveva in più nobil guisa inspirarne gli ingegni, ebbe origine dagli Arabi, come precedentemente si dimostrò; i quali inoltre fin dai remoti tempi aveano avuta una consenziente poesia. Insegnarono quella agli Spagnuoli, ai Provenzali, per le ragioni già dichiarate. Non è dunque da stupire, che ad essi insegnassero ancor questa.

La lingua araba, parlata allora dagli Spagnuoli *mozarabi* al pari della propria, e studiata più che la latina: lo scrivere che faceano le due nazioni, e imperante e soggetta, l'una nell'idioma dell'altra: le intime e frequenti comunicazioni dei popoli della Spagna con quelli della Provenza, promosse e mantenute dalle parentele francesi dei re cristiani di che dissi altrove, dal commercio e dalle guerre istesse tra principi e genti di opposto rito, ma che pure stimavansi a vicenda; comunicazioni cresciute ancor più dopo l' unione delle sovranità di Catalogna e di Provenza nella persona di Raimondo Berlinghieri, Conte di Barcellona, il quale portò nel mezzodì della Francia lo spirito cavalleresco e la letteratura degli Arabi: l'essere le arabe scritture a que' tempi ricercate e studiate da quanti amavano e i severi e gli ameni studj, di cui, se pur lume alcuno aver poteasi, non da altri veniva che dall'Arabia: ecco le molteplici vie, quali dirette quali indirette, ma efficaci tutte, onde l' alito arabo ravvivò la Francia meridionale, capace anch' essa delle soavi inspirazioni, delle impressioni profonde e delle fantastiche idee, cui seconda ed affina un caldo clima, un ciel puro e sereno, un' animata natura. Come si potrebbe, non che pensare, imaginare tampoco che ciò non avvenisse? Quindi

si introdusse fra codesti popoli la cavalleria; quindi con essa la civiltà, con essa la poesia.

Se a tante corrispondenze ed ai loro naturali effetti, dimostrati evidentemente da Sismondi (1), da Fauriel (2) e da Viardot (3), si avesse fatta maggiore attenzione, non sarebbero stati alcuni così renitenti di concedere quel merito agli Arabi. Non avrebbe detto il dottissimo Heeren, che l'influenza dei Mori di Spagna non potè gran fatto dilatarsi fra i Cristiani per la diversità della lingua e della religione e per l'esserne stati troppo disgiunti i piccoli regni (4); nè Schlegel (5), di cui pure rispetto la chiara dottrina, avrebbe posta in dubbio quell'influenza sulla letteratura provenzale, perchè, come afferma, vi si opponeva l'intolleranza religiosa degli Spagnuoli. Egli attribuisce loro quel fanatico odio, che sì fiero e pertinace apparve sotto il regno dei tre Filippi: ma la storia non ci mostra una siffatta avversione quando i due culti si dividevano il dominio delle Spagne, quando gli Arabi conservavano tuttavia la loro superiorità letteraria e scientifica. Fino al tempo di Alfonso X, re di Castiglia, il quale sperimentò anch'egli la musulmana ospitalità, non v'ha regno, dove non si vegga qualche principe cristiano fuggitivo alla corte di un re Moro, qualche principe Moro fuggitivo alla corte di un re cristiano. Parimente, per lo spazio di cento cinquant'anni, eransi veduti alla corte dei due Ruggeri e dei due Guglielmi di Sicilia, siccome appresso a quella di Federico II di Svevia, i cortigiani arabi mescolarsi ai cortigiani d'Italia, e scelti fra i Saraceni i giudici di tutte le provincie delle due Sicilie.« La mescolanza dell'una coll'altra nazione, dice Sismondi (6), fu intima in tutto il mezzodì dell'Europa, almeno per cinque secoli ».

Nè ciò dee farci maraviglia. Nel tempo che i Maomettani erano ancora potenti in Ispagna, e tenevano tuttavia il campo nelle lettere e nelle scienze, l'araba gentilezza destava in sino fra i nemici una generale simpatia, e troppo prevaleva il sapere degli Arabi perchè i Cristiani medesimi ne potessero far senza: dirozzati da quelli i popoli dell'occidente, continuavano nel medio evo ad averne mestieri per togliersi affatto di dosso la ruggine delle età grosse, per mezzo a cui erano sì lungamente passati. Gli stessi guerrieri della Croce, che contro i musulmani combatterono in Oriente tante battaglie, quelli stessi

(1) *Histoire de la littérature du Midi de l'Europe*, T. I, ch. troisième.
(2) *Histoire de la poésie provençale*, T. I e III.
(3) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 184, et suiv.
(4) *Essai sur les Croisades*, pag. 120-21.
(5) In un Opuscolo, pubblicato nel 1818: *Sulla lingua e la letteratura provenzale.*
(6) *Histoire de la littérature du Midi de l'Europe*, T. I, p. 101-102.

ne portavano in Europa un' impressione, la quale non era di odio soltanto, ma con qualche mescolanza di stima e di quasi involontario affetto, come dimostrano le nostre antiche novelle e poesie. Ma poichè venne meno in Europa l'araba signoria e insieme con essa se ne spense la scientifica maggioranza, e principi e popoli ne dimenticarono la ricevuta influenza e più non videro nei Maomettani che i nemici del nome cristiano. Perseguitaronli, cacciaronli i re di Spagna, divenuti potentissimi; ne accrebbero l'abbominio le menzogne sulla pretesa ignoranza maomettana, spacciate dai Greci, i quali fuggirono dinanzi al formidabile conquistatore di Costantinopoli: ed anche a' nostri giorni, in tanta luce di storiche dottrine, appena che basti la voce di qualche imparziale scrittore a far comprendere che questa nostra civiltà dovette ai musulmani in età lontane non poca parte del suo risorgimento (1). Chi non crede il beneficio, chi lo ignora; ma la storia che narra la caduta dei regni e dei popoli, ne registra e conserva ben anco le opere seguíte nei trascorsi tempi, e ne rammenta i meriti a chi voglia pur consultarla.

I fatti insomma rimangono a schiarimento del vero; nè i fatti storici soltanto, ma le poesie spagnuole, provenzali ed altre del medio evo fan certa fede di ciò che debbono agli Arabi i primordj della moderna civiltà e letteratura. Vedemmo nell'antecedente Memoria, che cosa fossero le *cassidi*, le *gazzelle*, i *divani*, le maniere, onde poetarono gli Arabi insino dai tempi antichissimi, ma singolarmente sulle rive dell'Ebro e del Tago, mentre vi durò la loro potenza. Erano, come si disse, odi, strofe, poemi e romanzi in onore d'un eroe o d'una donna amata, allegorie, dialoghi poetici, novelle, satire e canti funebri. Tali infatti io trovai codeste poesie nella *Crestomazia araba* di Silvestro de Sacy; tali nel *Trattato sulla poesia orientale* di Jones; tali nell'*Antologia araba* di Humbert. Or che altro ci offre la primitiva poesia spagnuola, tra il secolo undecimo e il decimoquinto, se non que' brevi componimenti lirici, galanti, satirici, cavallereschi, que' racconti o poetici o misti di prose e di versi, in cui si descrivono o si cantano le geste e i memorabili fatti d'una nazione, la quale tanto oprò contro i Mori e pur anco tanto ne apprese, ed altresì lungamente appresso tanti vestigj arabi ritenne nella propria lingua, nelle ardenti passioni, nei fantastici ed allegorici concetti? Segnatamente dopo la presa di Toledo, fatta nel 1085 da Alfonso VI, re di Castiglia, divenne questo ai nobili signori, istruiti dai Mozarabi, un onorato esercizio. Decadeva oramai per la prevalenza delle armi cristiane la dominazione degli Arabi; ma non per ciò erane decaduta la loro

(1) Ciò pur dice il Muratori nella Dissert. XLIV. *Antiq. Medii Ævi.*

letteraria influenza: Toledo, già ritornata spagnuola quanto al dominio, mantenevasi araba tuttavia nelle lettere e nelle scienze. Come si legge nella *Raccolta*, che ne fece Don Tommaso Sanchez (1), o quadernali o stanze scriveano al modo arabico i poeti spagnuoli; scriveano romanze storiche, pastorali, moresche, parecchie delle quali, tradotte o imitate in varie età e in varj paesi ed alternate da musicali stromenti, furono sempre con tanto diletto udite e il sono tuttora sui teatri; anche poemi scriveano, non già quali si leggono nelle lingue di Omero e di Virgilio, ma sul tenore di quelli di Schanfari e di Moténabbi, tradotti e commentati da Sacy. Sono piuttosto raccolte di strofe o romanze o *romançeros*, come si chiamano in Ispagna, racconti poetici delle gloriose azioni d'un eroe, d'un *caballero*, d'un *campeador*, pur sempre amato da una donna e innamorato anch'egli al pari d'un guerriero dell'Arabia, che non un vero poema: e tale troviamo il celebre *Romançero* del Cid, di quel condottier di ventura, che ebbe tutte le virtù e tutti i vizj degli altri suoi pari, di quel valoroso che vendette ora ai Musulmani, ora ai Cristiani l'invitta sua spada (2); ma l'imaginazione d'un popolo, scosso da tante e sì segnalate imprese, ne fece, siccome di parecchi altri avvenne, un paladino, il cui nome risveglia tutte le memorie della cavalleria, un eroe popolare, un Orlando, un Artù: tradizioni che poi nelle mani di qual si fosse il suo poeta divennero un poema, anzi un romanzo o una collezione di romanzi che vogliam dirla, ma certo la più antica poesia spagnuola. Simile a codesto ignoto romanziere fu quello che cantò Fernando Gonzales; simile ad essi Segura de Astorga nel suo strano poema di Alessandro, poema più moresco che greco; simili parecchi altri, che, come ben dice Andres (3), « poetavano in que' regni, conquistati dagli Spagnuoli, dove prima dominavano gli Arabi, e pieni dei loro studj. » Come non avrebbero preso ad imitarli? Educati nell'araba letteratura, celebravano i loro eroi non altrimenti che i loro maestri avean già fatto dei più celebri Califfi, dei Soldani e dei Visiri.

Ma più ancora li imitarono i Provenzali, di più vivo ed apprendente ingegno, e che, come si vide, ebbero cogli Spagnuoli e cogli Arabi sì lunga e moltiplice corrispondenza. Ne presero l'uso delle odi e delle strofe nelle canzoni

---

(1) Assai lodata dall'Andres: *Dell'origine e dei progressi d'ogni letteratura:* T. I, p. 278 e seguenti. — Vedi anche: *Romanze storiche e moresche*, tradotte da Pietro Monti con prefazione e note.

(2) V. Viardot: *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. I, p. 248-49 in nota.

(3) *Dell'origine e dei progressi d'ogni letteratura*, T. I, pag. 277 e seguenti: Vedi anche Sismondi: *De la littérature du Midi de l'Europe*, T. III, chap. XXIII et suivans.

e nelle cobbole, le quali poi in Francia si chiamarono *couplet*, simili alle *cassidi* e alle *gazzelle* per forma che le più leggiadre fra quelle parevano al Sismondi altrettante traduzioni di queste (1), ed una inspirazione araba al coscienzioso Fauriel (2): ne tolsero i romanzi in prosa, a cui si frammettevano lunghe serie di versi da essere cantati, siccome nel romanzo di Aucassin, riportato da Fauriel (3); la quale araba usanza si scorge non pure in siffatti racconti, ma sibbene nelle storie istesse, come abbiamo da Conde: le novelle che ricordano quelle di Abu Navas, di Alschaneari e di Alhabarat, l'ultimo dei quali era pure del regio sangue degli Abassidi, come ci informa Casiri (4); le Mille ed una Notte, rese oramai popolari da tante traduzioni; le favole dell'indiano Bidpai, o di *Calilo* e *Dimna*, « il cui gusto, dice Andres, si sparse in Europa per mezzo degli Arabi e degli Spagnuoli (5).» Erano quelli che in Provenza e in Francia si chiamarono *Fabliaux;* nei quali o che fossero l'opera d'un *Troubadour* o di un *Trouvère*, o Provenzali o Francesi, oltre una curiosa pittura dei costumi di quel tempo, si trovano non pochi arabi ricordi, i quali appajono altresì in alcune *Novelle antiche* e nel Boccaccio, che bevette anch'egli non poco a quella fonte (6). Il racconto provenzale del *re e dei sette savj*, gli *ammaestramenti d'un padre al figliuolo*, in cui la più alta ragione si nasconde talvolta sotto le più ingenue forme della finzione, furono, al dire di Fauriel (7), al quale ne debbo la notizia, traduzioni dall'arabo o in latino o in provenzale, fatte tra il secolo duodecimo e il decimoterzo. Di somiglianti io stesso ne vidi nei favolosi ma pure assai morali e istruttivi racconti del *Solwan el Motà*, ovvero dei *Conforti politici* di Ibn Zafer, che il celebre Michele Amari ha fatti conoscere pel primo all'Italia.

Nè qui finiscono le imitazioni dall'arabo nei poeti di Provenza e della vecchia Francia. Parecchie altre ne additano i dotti illustratori di essi. *L'arbre des battailles, le Rosier des guerres* della prisca letteratura francese fanno risovvenire a Viardot (8) i titoli allegorici delle narrazioni arabe, il titolo di *Veste ricamata*, con cui Al Katyb denominò la sua *Storia dei Califfi di Cordova*, il

---

(1) *De la littérature du Midi de l' Europe*, T. I, pag. 96.
(2) *Histoire de la poésie provençale*, T. III, pag. 255.
(3) *Ibidem*, pag. 183 et suiv.
(4) *Bibliotheca Arabico-Hispana.* Vedi anche Andres: *Dell'origine, ec.* T. I, pag. 304.
(5) *Ibidem.*
(6) Vedi Sismondi: *Histoire de la littérature du Midi de l'Europe*, T. I, pag. 317.
(7) *Histoire de la poésie provençale*, T. III, p. 338.
(8) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, pag. 190, in nota.

titolo di *Splendore della mezza luna,* onde lo stesso autore insigni quella dei re di Granata. Gli enti misteriosi, gli animali magici, i papagalli maravigliosi, le allegorie d'ogni maniera sono comuni agli Arabi e ai Provenzali, secondo ci afferma Villemain (1). Se dialoghi poetici e tenzoni componeano i Trovatori, e di argute e, direm pure, talor anco licenziose, ne ebbero di simili, anzi di più colte e delicate, siccome di più civili persone, gli Arabi del tempo antico. Le contese ora fra due poeti, ora fra un poeta e la sua amante, ora sulla vita d'un eroe, e simili altre, mentovate da Villemain (2) e da Fauriel (3) non somigliano forse quelle di Salaheddin e di Tageddin, quella di Abu Jahia, figlio del re di Toledo, e di Al-Motemed re di Cordova, ricordate nella *Biblioteca orientale* di Herbelot e nella Arabico-Hispana del Casiri? (4). Uguale ne è a un di presso la forma; uguale il tema. Ciò pure asserisce l'Andres; ciò i due citati scrittori. Anche nell'*Antologia Araba* di Humbert io ne trovai alcune, somigliantissime a quelle che si leggono nella classica Raccolta di Raynouard. Un'altra analogia sembra evidente a Villemain nei canti funebri degli Arabi, imitati da Beltrame del Bormio, quando pianse la morte del giovine Enrico d'Inghilterra che egli aveva armato contro il proprio padre (5); ed evidentissima parve a me pure nelle elegie arabe, riportate da Jones (6) e dal detto Humbert, da cui ritraggono quelle dei Provenzali: un'altra ne scorgiamo nelle satire, in cui fecero anticamente egual prova e i poemi arabi di Gerir e dell'Hamassa e il persiano Ferdusi, messi in luce da esso Jones (7), e posteriormente Pietro d'Alvernia e Pietro Cardinal in Provenza (8). Così gli uni come gli altri inveiscono con simil ira e metro contro la corruzione del loro tempo. Gli Emiri, i Soldani da una parte, dall'altra i persecutori degli Albigesi e la Corte di Roma sono l'oggetto delle mordaci, diverse, ma consenzienti e cavalleresche invettive. In breve, basta aprire le relative collezioni di Sacy, di Jones, di Humbert e quella di Raynouard per discernervi ad ogni tratto, qualunque ne fosse il componimento e il soggetto, codeste somiglianze, codesti ricordi. Fauriel vi trova in sino una quantità di parole e di locuzioni arabe, le quali fanno aperta

---

(1) *Cours de littérature française*, leçon quatrième.
(2) *Ibidem*, leçon troisième et quatrième.
(3) *Ibidem*, T. III, pag. 336.
(4) T. I, pag. 126.
(5) *Cours de littérature française*, leçon quatrième.
(6) *Traité sur la poésie orientale*, T. II, pag. 196.
(7) *Ibidem*, pag. 280.
(8) Vedi Raynouard: *Pierre Cardinal.* — Fauriel: *Histoire de la poésie provençale*, T. II, pag. 198.

fede d'un egual modo di pensare e di sentire. Pietro Cardinal, mentovato poc'anzi, non dubita di esclamare, che vorrebbe avere il coraggio di un Tartaro e il bel-dire d'un Saraceno.

Che più? I giullari, i cantori dei poeti, pur sempre d'un grado inferiore, codeste cronache viventi, che rallegravano le nojose notti dei feudatarj e delle dame nei castelli, e le mense delle corti, simili anch'essi non meno degli autori loro a quelli di Spagna, i quali, come dice il Casiri (1), « cantavano le nozze delle figlie del Cid, e nel secolo undecimo e nel seguente trovavansi in ogni festa, nei palazzi, nelle pubbliche piazze e negli atrii delle chiese, » non aveau forse un'origine araba? « Come i trovatori di alto affare non andavano mai senza giullari, anche i poeti arabi e del deserto e di Spagna avevano i loro *raouis* che ne cantavano le poesie e di bocca in bocca le tramandavano », dice Fauriel (2); e soggiunge: « avere i Provenzali imitato da questi insino il violino a tre corde, con cui accompagnavano il canto e al quale pur davano un nome, preso dagli Arabi (3) ». E così pure, non altrimenti che nelle corti provenzali contendevasi e decidevasi sopra gli amorosi e bizzarri problemi della *gaja scienza*, assai prima ebbero per uso di raccogliersi gli Arabi nelle tende, nelle reggie, nelle assemblee della Siria, di Cordova e della ridente Andalusia per contendervi e decidervi sui varj casi d'amore, i quali, ben più che nella realtà, esistevano nelle loro fantastiche menti. Ogni titolo, ogni tema, ogni costume poetico in somma, o che di Spagna o di Provenza fosse, in queste età, che andiamo esaminando, ci ricorda l'influenza musulmana.

Se bene, a che dico io di Spagna o di Provenza? Nel tempo, di cui parliamo, cioè prima che fosse sorta la lingua castigliana, non erano forse trovatori del pari e Spagnuoli e Provenzali? Catalano e limosino non era forse allora tutt'uno? Sia perchè in que' primordj delle lingue volgari, le quali tra il secolo undecimo e il duodecimo cominciavano a sorgere sui vestigj della latina, già guasta e imbarbarita dai dominj di straniere nazioni, lo spagnuolo, il francese e l'italiano, figli d'una stessa madre, non erano per anco separati, come al dì d'oggi, dai relativi progressi che fecer dappoi; sia per le frequenti, anzi continue comunicazioni tra la Spagna e la Francia meridionale, comunicazioni di principi, di cavallieri, di scienziati e poeti, di Cristiani con Arabi; sia perchè, mediante i dotti ebrei di quel tempo ed i Mozarabi, così gli Spagnuoli come i Francesi meridionali educavansi alle scuole arabe e ne parlavano l'idioma al

(1) *Bibliotheca Arabico-Hispana.*
(2) *Histoire de la poésie provençale*, T. III, pag. 330.
(3) *Ibidem*, pag. 339-40.

pari del proprio, come anche altrove si dimostrò; fatto sta, che la lingua provenzale o limosina, la lingua d'occo, parlavasi non solo nel mezzodì della Francia, ma, salvo qualche leggiera differenza di dialetto, ben anco nella Catalogna, nella Navarra, nell'Aragona, e insino nel paese di Valenza, dove fu recata da Giacomo I con la conquista. Lo afferma Viardot (1). Uno storico spagnuolo, Gaspare Ercolano (2), citato da Romey, aggiunge, essere stata la lingua limosina una delle tre lingue maestre di Spagna e la più generale di tutte, perchè infatti stendevasi pure a quella parte di Francia che già si chiamò *Gallia gotica*, ai popoli della quale gli Arabi dettero poi il nome di Franchi, ed erano i Catalani e gli abitanti del Rossiglione e della Linguadocca, riuniti ab antico in un medesimo Stato, in cui anche si mantennero fino ai tempi del cardinale Richelieu. Soprappiù, l'Andres, il Bastero e la Curde Sainte-Palaye, il primo raccoglitore delle poesie provenzali, autorevole tuttavia dopo la più recente collezione di Raynouard, propendono a credere spagnuola in origine la lingua provenzale, e che anzi i Catalani l'abbiano comunicata ai Provenzali. Lo stesso Viardot (3) ne sospetta. «Forse, egli dice, la lingua provenzale poetica ebbe l'origine di là dai Pirenei, giacchè i Catalani, nel loro famoso *Proclama Cattolico*, ricordavano al re di Spagna, che *i loro antenati furono i primi padri della poesia volgare.*» Anche Villemain la chiama indifferentemente *limosina, provenzale, catalana* (4). Per le quali ragioni tutte non è da maravigliare, che fra i poeti chiamati provenzali, le cui opere furono raccolte da Sainte-Palaye e da Raynouard, si trovi un numero considerabile di Catalani, i quali sono Mataplana, Berglieden, Montaner, Martorell, Mosen-Jordi, i quattro March ed altri; e, perciocchè la poesia in codesta età cavalleresca era coltivata dai cavallieri, anzi era un'arte al tutto cavalleresca, quasi un passaggio alla cavalleria, non è da stupire tampoco, che nell'Aragona, dove, come dissi poc'anzi, parlavasi il provenzale, si annoverino fra codesti poeti parecchi re di quel paese, Alfonso I, Pietro I, Pietro III, Giovanni I, da ultimo Giacomo il Conquistatore. E convien dire inoltre, che la lor corte fosse reputata la culla della *gaja scienza*, come infatti chiamavasi allora la più bella delle arti, se trovatori e giullari, di qualunque nazione, avevano per regola di visitarla nei loro viaggi.

---

(1) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, pag. 187-88.
(2) *Historia de Valençia.*
(3) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, p. 188.
(4) *Cours de littérature française*, leçon troisième.

Per tanto in questo proposito s'intende detto degli Spagnuoli ciò che si dice dei Provenzali; e per converso: avevano quasi comune il linguaggio; comune avevano la poesia in quel primo sorgere di essa: gli uni e gli altri l'appresero dagli Arabi.

Ne appresero anche la rima? In ciò sono divise le opinioni dei dotti. Chi lo crede senz'altro; chi apertamente lo nega; chi soltanto ne dubita e rimane in fra due. Dirò dunque anch'io in buona coscienza quel che ne penso. Non nego al Petrarca, al Varchi, al Muratori (1), avere avuti e Greci e Latini, in sino dai remoti tempi, i versi o numeri ritmici, in cui non s'aveva riguardo nè a piedi lunghi o brevi, nè a cesure, nè ad alcuna prosodia in somma, come si usò nei versi o numeri metrici, ma solo al numero delle sillabe. Tali erano quelli che Saturnii e Fescennini chiamaronsi, i quali in certa guisa ricordano i nostri. Ma che da codesto sciolto, benchè armonico verseggiare, sciolto e inconiposto del pari e nel licenzioso tema e nella forma, derivassero le moderne rime, io stento a crederlo; molto meno so indurmi a pensare che quelle fossero proprie della classica poesia greca e latina. Essa, che trovava il metro nella sola disposizione delle parole, e con le regole metriche, ond'era suscettiva, creava un'armonia qual noi possiamo più ammirare che imitare, non aveva mestieri della nostra rima. Se talora la troviamo in qualche verso greco o latino, o fra emistichi di esso, ci appare anzi una menda, uno scorso di penna, un certo naturale istinto, una bizzarra novità, che non una bellezza a proposito pensata (2). Quella combinazione di accenti sillabici e di desinenze simili, adottata oggidì dai poeti d'ogni nazione, perchè mancano appunto di quell'arte metrica degli antichi, non prese piede nella poesia latina fuorchè quando ne principiò a decadere l'eleganza, come avverte il Tiraboschi (3). Alcune cantiche, alcuni inni della primitiva Chiesa furono messi in rima, non per altro, che per renderli più acconci e più ricordevoli al volgo, mediante le materiali consonanze, a cui esso naturalmente inclina; e basta il leggerli per rimanerne convinti. Ma le rime latine, come anche dicono e l'Andres (4), e Viardot (5), non si trovano usate con frequenza, con ordine stabile e con

(1) Vedi *Antiquitates Medii Ævi*, dissertatio quadragesima, pag. 705; dove sono pure allegati i passi corrispondenti degli altri due.

(2) « Era precetto della poesia metrica latina lo schivare le desinenze simili: » dice Marzolo ne' suoi *Monumenti storici, rivelati dall'analisi della parola;* e allega l'autorità di Servio, che talora biasima quelle nell'Eneide. Vedi pag. 333.

(3) *Storia della letteratura italiana*, Lib. IV, cap. IV.

(4) *Dell'origine*, ecc. T. I., pag. 306.

(5) *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, pag. 192.

uno scopo letterario, cioè ridotte a sistema, prima del secolo undecimo; non prima del duodecimo ebbero forma regolare i versi Leonini: « la rima, dice Marzolo, non divenne elemento integrante della poesia fuorchè nei bassi tempi della latinità (1): il che è quanto a dire, che i poemi religiosi di quel tempo, sì degeneri da quelli di Virgilio e di Ovidio che a compensarne il difetto abbisognavasi della rima, non sono anteriori ai primi saggi dei trovatori spagnuoli e francesi, e molto meno il sono alla notizia dei libri arabi nel cristiano occidente. Ora, la lingua araba, sin da quando cominciò ad avere chi poetasse e scrivesse con essa, mai sempre ebbe per costume di dire in rima, perchè, come ci insegnano i conoscitori di questo idioma, segnatamente Alvaro cordovese (2), lo richiede la di lei stessa natura. « La rima, dice Andres (3), era talmente in uso tra gli Arabi fino dai più antichi tempi che anche negli scritti prosaici si vede frequentemente adoperata. Nella Biblioteca dell'Escuriale, egli soggiunge, si trovano molti arabici dizionarj, nei quali non si debbono cercare le parole, come si usa comunemente in simili libri, nelle lettere iniziali, ma sì bene nelle finali; perciocchè tanto è il diletto che si prendono gli Arabi della rima, che più hanno in pensiero la desinenza e le ultime lettere delle parole che non quelle con cui cominciano. » Il medesimo dice Viardot (4). In sino alla severa storia, come abbiamo da Conde, frammetteano le rime; ed anche il Corano ne abbonda.

Qual maraviglia pertanto, che gli Arabi, insegnatori di tante cose in codesta età, la quale in tutto l'occidente era quella del ferro; gli Arabi, il cui linguaggio parlavasi e scrivcasi al pari del proprio dagli Spagnuoli, anzi da chiunque coltivasse allora alcuna scienza, alcuna liberale disciplina, inducessero pure col proprio esempio i poeti e latini e volgari ad usar com' essi la rima? Non solo Andres e Viardot, i quali veramente troppo a quelli concessero, ma e Monsignore Uezio (5) che peccò nel contrario, e il Massieu e il Quadrio e Sismondi e Jones e il coscienzioso Fauriel (6) non dubitano di affermare che la rima è dovuta agli Arabi. Lo stesso dottissimo Muratori inclina a credere che da loro l'apprendessero i poeti siciliani, quelli che *furon già primi*, come dice Petrarca. Vero è, nol nego, che monoritme erano le poesie arabe,

---

(1) *Ibidem*, pag. 336.

(2) *Juxta quod linguæ ipsius requirit idioma*, egli dice nel suo *Indiculum luminosum*.

(3) *Ibidem*, T. I, pag. 312.

(4) *Ibidem*, T. II, pag. 192.

(5) *Ex Arabibus*, egli dice, *versuum simili sono concludendorum artem accepimus*.

(6) *Histoire de la poésie provençale*, T. III, pag. 255.

secondo ci informano e Sacy (1), e Casiri (2), e Jones (3) e Viardot (4), il quale anzi, in ciò severo abbastanza, rimprovera il Sismondi di aver loro attribuite le rime incrociate che introdussero i Provenzali. La rima unica, alle volte solo assonante, raddoppiata e sostenuta per una serie di versi, talor anco durante un intiero componimento, era quella che usarono gli Arabi: e per ciò appunto (tanto è vero, esserne da essi e non da altri derivato l'uso!) le prime poesie spagnuole, il *Romançero* del Cid, l'Alessandro di Juan Lorenzo Segura de Astorga, le romanze di Gonzalo di Berceo e dell'Arciprete de Hita erano anch'esse, quali assonanti, quali monoritme, come anche il furono i vecchi poemi francesi del decimoterzo e decimoquarto secolo, la *Canzone di Orlando, Berta dai grandi piedi*, e simili altri. Viardot (5) in un'Appendice della sua Storia degli Arabi e dei Mori di Spagna, più volte citata, riporta parecchi esempj di monoritmi ora irregolari, ora regolari, talvolta assonanti, di antichi poeti spagnuoli e provenzali che manifestamente ritraggono dall'araba poesia, quale ce la rappresentano Casiri (6), Jones (7) e Sacy (8), di sopra allegati. I trovatori di Provenza presero poi ad incrociare con migliore artificio le rime; ed altri appresso le perfezionarono, siccome fece appunto il Petrarca nel suo incomparabile Canzoniere. Ma e che perciò? Dagli Arabi si riconosce il primo esempio, forse consenziente all'indole istessa della loro lingua; la quale, a differenza delle moderne lingue occidentali che hanno molte voci consonanti, molti e svariati sensi raccoglie in una parola, come avverte Jones, e come fra gli altri dimostrano il vocabolo *lam*, che è l'obbligata desinenza del poema di Schanfari tradotto e commentato da Sacy (9), e il vocabolo *ain* di ben cinquanta significati, secondo ci informa Casiri (10), e il quale in alcuni versi arabi, da lui riferiti, dove il poeta loda la bellezza della sua amante, si riproduce in ogni desinenza con un'arte maravigliosa, conforme egli stesso ci afferma: « Arte, egli dice, che mal potrebbesi tradurre in qualsiasi altro idioma. »

---

(1) *Chrestomathie arabe*, T. III, pag. 10.
(2) *Bibliotheca Arabico-Hispana*, T. I, pag. 83.
(3) *Traité de la poésie orientale*, Section première.
(4) *Hist. des Arabes et des Mores d'Espagne*, T. II, pag. 193. Vedi anche Conde nel Prologo alla sua Storia.
(5) *Ibidem*, T. II, pag. 192-93.
(6) *Ibidem*.
(7) *Traité de la poésie orientale*, section première.
(8) *Ibidem*.
(9) *Chrestomathie arabe*, T. III, *pag.* 10.
(10) *Bibliotheca Arabico-Hispana*, T. I, pag. 83.

I poeti occidentali a mano a mano progredirono dietro quell' arabo impulso. In somma, all' Arabia il principio, alla Provenza ed all' Italia se ne deve il progresso, conforme anche avvenne di tante arti e scienze che l' oriente trovò e l' occidente perfezionò. Nè si dica, che anche i Goti, quelli che nel secolo quinto vennero dal nort a conquistare e dominare, dove per breve, dove per lungo tempo, l' Italia e la Spagna, usarono ab antico ne' loro versi la rima. Qualch' ella si fosse codesta lor barbara poesia, quali si fossero codesti versi, codeste rime, che certo non poteano essere gran fatto armoniche nè attraenti, certo è che i Goti, se ebbero signoria in questi paesi, già non vi introdussero nè scienze, nè lettere, nè arti, anzi dai soggiogati popoli appresero quelle che ai vinti insegnarono i Musulmani.

Ma, se gli Arabi col proprio esempio eccitarono e Spagnuoli e Provenzali a far versi e a dire in rima; se insegnarono ad essi i temi, i titoli, i modi poetici, trasfusero in loro anche lo spirito, il sentimento, le intime qualità della propria poesia? Quale influenza ebbero in ciò; quale non v'ebbero? E come da codesta poesia provenzale, imitatrice dell'araba, ebbero l'origine quelle di altri popoli, segnatamente dell' italiana?

Sarà questo il soggetto della seguente Memoria.

SULLE SCUOLE E SUL BISOGNO DI NUOVI LIBRI

MEMORIA

DI

FRANCESCO AMBROSOLI

Letta nelle adunanze dei giorni 17 agosto e 23 novembre 1854.

Gli antichi maestri solevano premunire da intempestiva presunzione i migliori scolari, dicendo loro che, ben lungi dall'aver toccata la meta, essi avevano appena imparato a correr l'arringo; perchè le scuole altro non fanno e non possono, che insegnarci a studiare. Ma d'altra parte nessuno ignora come sia antico e generale il lamento, che l'utilità delle scuole fu sempre scarsa appunto perchè non si curarono mai abbastanza d'insegnare ad apprendere: e antica e pur troppo provata è l'asserzione, che veri sapienti diventarono sempre soltanto que' pochi ai quali fu possibile di rifare gli studi coll'ordine e col metodo mancato alle scuole. Può dirsi perciò, che fu sempre riconosciuta l'importanza di studiare ordinatamente e col metodo più appropriato; ed essersi almeno vagamente sentito altresì, che non dovrebbe stimarsi poco fruttuosa una scuola dove per alcuni anni i giovinetti imparassero principalmente, o fors'anche unicamente, a studiare. Le scuole per altro vollero sempre sforzarsi di addottrinare la gioventù, anzichè insegnarle come si acquisti veracemente la dottrina: di che in diversi tempi furono diverse le cause; ma l'effetto ha dovuto sempre essere, che gli allievi licenziati come abbastanza sapienti sentissero la necessità di ricominciar molti studi per giunger pure a saper qualche cosa. A dire insomma la verità, le scuole anzichè insegnar a studiare (come dicevano e forse credevano alcuni maestri), non di rado servirono appena a fornire notizia di quello che doveva studiarsi e sapersi.

Guardando alla storia delle scuole (non parlo soltanto di noi, ma generalmente d'Europa) vediamo essersi variate col volger del tempo le così dette materie dell'insegnamento; ma l'ordine o il metodo d'insegnarle esser rimasto presso a poco sempre lo stesso. Forse è vero altresì, che spesse volte le scuole accolsero e tenacemente persistettero a insegnar discipline disgiunte da ogni publica utilità, od a respingerne altre giudicate necessarie. Nondimeno io credo

che quel famoso *ego adolescentulos existimo in scholis fieri stultissimos*, se potè dirsi una volta con verità rispetto alle cose insegnate, cento altre potè ragionevolmente ripetersi rispetto al metodo con che s'insegnavano. E questo dovette naturalmente accadere: perciocchè a far sentire di quali studi sarebbe più utile aver notizia, od è più dannosa, più incomoda, più umiliante l'ignoranza, bastano la giornaliera esperienza e il senso comune: ma l'inopportunità di un metodo si lascia scorgere soltanto da pochi dotati d'acuto ingegno e abituati a sottili meditazioni. Quindi nè l'ignavia, nè i pregiudizj, nè altra causa qualunque han potenza di tener chiuse perpetuamente le scuole a quelle scienze che il tempo produce, e delle quali ciascuno vede e conosce l'utilità; ma nondimeno o l'ignoranza o la malignità poterono spesso far sì che vi entrassero inefficaci, sottoponendole a metodi inopportuni: della qual cosa i più non s'avvedono, e i pochi si accorgono e si affligono indarno.

Già ciascuno ha dovuto comprendere che io uso qui indistintamente le parole modo, ordine, metodo in un senso larghissimo; a significare tutto ciò che potrebbe dirsi parte estrinseca dell'istruzione; cioè il tempo di cominciarla, la scelta delle materie da insegnarsi, l'ordine col quale si vuole che succedansi, e il modo onde ciascuna viene insegnata. Del resto, soltanto chi vede le cose molto superficialmente si maraviglia che anche popoli oramai antichi nella civiltà siano tuttora in cerca d'un buon sistema di studi; talvolta cerchino ancora il metodo più acconcio per bene apprendere tal disciplina che il genere umano riconosce principalmente da loro. Soltanto poi chi vuol chiudere gli occhi al vero, soltanto costui può imputare questa ricerca a intemperante amore di novità; affermare che in tempi di maggior costanza, con sistemi e con metodi ora disapprovati, le scuole diedero frutti universalmente buoni; e sostenere che quei frutti non mancherebbero neppure adesso, se risorgessero o la sapienza e l'abilità degli antichi maestri, o la diligenza e la docilità degli antichi scolari. Come a tante altre cose, anche alla publica istruzione fu inevitabile essere perpetuamente agitata tra l'inclinazione di molti a sperar sempre migliore il futuro ed il nuovo, e la timidità di chi stima che il germe d'ogni bene possibile sia stato deposto una volta per sempre nel passato e nel vecchio: d'onde il mondo patisce non piccioli danni, quando gli uni improvidamente trascorrono, o gli altri contra ragione s'arretrano.

Nella materia di cui ragiono questo solo può dirsi e provarsi: Che in ogni tempo e con ogni sistema di scuole alcuni poterono sempre diventar sapienti. Questo ci è dato dalla storia: ma non servirà certamente a provare che i sistemi disadatti non abbian nociuto al maggior numero; nè potrà indurre alcun uomo di sano intelletto a credere che gli altri sian diventati sapienti in virtù d'un sistema riconosciuto cattivo. La buona riuscita di alcuni pochi

straordinariamente privilegiati d'ingegno, e potenti a superare ogni difficoltà non può farci sconoscere la somma importanza del metodo nell'istruzione; nè deve rimoverci dal creder buono soltanto quell'ordine e quel sistema che un rigoroso raziocinio ci autorizzi a sperare generalmente profittevole. Se da uno o da pochi allievi prenderemo argomento per giudicar delle scuole, le lodi e i biasimi ingiusti cresceranno a dismisura. Chi poi vorrà credere indifferente l'avere un sistema di studi anzichè un altro, dovrà condursi a quella opinione, o piuttosto a quella mancanza d'ogni opinione, che fa accogliere come uguali di valore e di utilità le cose più contrarie fra loro.

Ma l'istruzione della gioventù è di tanto momento, che nè il privato nè il publico potè mai creder lecito il negligentarla. E poichè in questa materia ancor più che in molte altre la negligenza è prontamente seguita dalla vergogna e dal danno, perciò gli uomini non volgari di mente e di cuore, e i Governi solleciti di ben adempiere il loro officio non potranno mai rimanersi, quelli dal meditare e proporre, questi dall'esaminare e sperimentare ciò che loro appresentasi con apparenza di probabile utilità.

Ben fu naturale pertanto che il nostro Istituto, ordinato a promuovere le Scienze e le Lettere e tutta la cultura intellettuale in quanto principalmente può contribuire alla publica prosperità, prendesse già spontaneamente in esame l'antico sistema d'istruzione, cercando se poteva esser tuttora buon fondamento di civiltà per la nazione. E benchè allora il Corpo Academico abbia giudicato conveniente di volgere i suoi studi a racconciare il vecchio edifizio piuttosto che a proporre la fondazione d'un nuovo, e il suo lavoro sia rimasto dentro i termini di una semplice *prima proposta;* parmi nondimeno che gli sia lecito compiacersi di quel pensiero, e non pentirsi di quel che propose per recarlo ad effetto. Nessuno ignora quanto fece dopo quel tempo la Publica Autorità per dare all'istruzione un nuovo e miglior sistema, e come già varie parti di questo sistema si vengano sperimentando in diverse provincie della Monarchia. Perciò nessuno dee credere che il mio discorso voglia risolversi in un consiglio di ripigliare l'antico lavoro; il quale sarebbe oggidì intempestivo quanto allora fu opportuno e quasi direi necessario. Oltrecciò poi io parlo delle scuole e dei loro sistemi in generale e in astratto; non discendo a considerare o giudicare specialmente quelle d'alcun paese: e il mio proposito è innanzi tutto di partecipare a' miei illustri Colleghi un argomento di studio a cui mi son volto da qualche tempo con forze certamente troppo scarse, e per ciò con gran bisogno di consigli e d'ajuti che l'importanza e la nobiltà del soggetto potranno forse aquistarmi.

Chiunque propongasi di comporre un sistema di studi per applicarlo poi effettivamente all'istruzione generale di un popolo domanderà innanzi tutto a

sè stesso quali studi, quali scienze debba comprendere. E la risposta, in astratto, sarà senza dubbio: Di tutti gli studi, di tutte le scienze che possono dare utilità o splendore, dignità o forza ad un popolo; perchè ogni popolo, secondo le sue speciali condizioni, deve avere possibilità d'imparar tutto quello che ci è dato sapere. Ma dal popolo che può imparar tutto (e quindi ragionevolmente domanda di poter tutto studiare) chi vuol procedere all'applicazione d'un sistema di studi, sente la necessità di trasportarsi a considerare l'uomo individuo, pensando di quali cognizioni debba e possa fornirsi ciascuna di quelle capacità dalle quali risulta la capacità nazionale: e questo è lo scoglio a cui ruppe finora ogni sistema d'istruzione publica. Dovrebbe naturalmente insegnarsi a ciascuno quello a che sono più atte le sue facoltà intellettuali, quello di che può presumersi ch'egli avrà più bisogno, o dove è probabile ch'egli recherà più profitto a sè proprio ed alla società alla quale appartiene. Ma la potenza speciale d'un ingegno non si manifesta nè si lascia misurar quasi mai molto presto, certamente poi non in tutti ad una medesima età; e per ciò poi che dipende dalle condizioni estrinseche e dalle circostanze sociali, oltrechè sono incostanti e mutabili, ciascuno sente come sarebbe duro ed assurdo, e contrario non meno alla privata giustizia che alla publica utilità, l'interdire al povero certe scuole finchè non mostri d'avere attitudine a trarne profitto, e accogliervi intanto chiunque è ricco; anche quelli nei quali non apparisse fiato d'ingegno, e già fosse manifesta l'avversione ad ogni fatica. Da un lato pertanto deve dirsi precoce e imprudente ogni elezione fatta in età molto giovanile; d'altra parte, lo stabilire un termine, nel quale presumansi universalmente conosciute le disposizioni o attitudini di ciascun giovinetto, è un contentarsi del dubbio in materia che per la sua importanza richiederebbe la maggiore certezza. E ad ogni modo se questo termine, affinchè paja ragionevole, dovrà porsi a fanciullezza già alquanto matura, non sarebbe un gettare alcuni anni (per molti forse i soli anni liberi da altre occupazioni) lo starlo aspettando senz'altro studio, che qualche esercizio di leggere e scrivere? E non potendoci contentare a sì poco, e dovendo iniziare qualche cultura intellettuale, vorremo che sia letteraria o scientifica? vorremo che sia fondamento a quella istruzione colla quale il maggior numero degli uomini diminuisce i disagi della povertà in che si trova, e senza la quale mancherebbero infinite comodità al consorzio civile; o vorremo che sia principio di quella cultura elegante, sublime alla quale possono alzarsi sol pochi, e pur bastano ai bisogni ed al decoro di tutta una nazione?

I sistemi che in varie parti d'Europa si succedettero con fortuna di più o men lunga durata possono considerarsi come esperienze già fatte per vincere le difficoltà or ora accennate; ed è perciò naturale, che l'esame delle

principali tra quelle esperienze debba essere la prima parte del lavoro per chiunque volga i suoi pensieri a questo argomento. Perchè a dire che il tale o tal altro sistema di studi e ordinamento di scuole vuol essere abbandonato, basta accertarsi del fatto, che non conseguono il loro fine; ma per farsi animo di proporre in cosa di tanto momento un nuovo sistema e nuovo ordine, bisogna conoscere con certezza che il successo non poteva esser buono per cagioni intrinseche e inseparabili da quel sistema, ed avere trovato modo altresì d'evitarle. Io per ora dirò soltanto come la considerazione di quelle esperienze m'induce a crederle riuscite insufficienti per questo, che i loro autori cercarono quali materie o discipline convenga insegnare alla prima età, gli uni preferendo quelle che si fondano sulla memoria, gli altri quelle che traggon profitto dalla curiosità o dalla natura imitativa dei giovinetti; e dovevano in quella vece indagare come si possa nella prima età predisporne la mente a ricevere con facilità e con frutto quella istruzione a cui le qualità intrinseche e le estrinseche circostanze li faranno inclinare. In altra condizione ed in altro luogo professai già publicamente di creder futuro e fors'anche vicino un tempo in cui l'officio delle scuole potrà limitarsi al mettere i fondamenti dell'educazione intellettuale: istruire il giovine negli elementi di quelle scienze che vuol coltivare; addestrarlo nell' uso delle sue facoltà; esercitarlo in accurate osservazioni, in opportune esperienze, in ragionevoli ipotesi; e così abilitarlo a farsi maestro di sè medesimo, compiendo quella istruzione di cui la scuola gli avrà dati i principj ed appianata la via. Le mie parole riferivansi allora soltanto a quella parte ultima o superiore degli studi, colla quale ciascuno si volge ad una meta speciale: quando un giovine, come sicuro o almen risoluto del suo avvenire, *al segno — Dove natura e i primi — Casi ordinàr, l'ingegno — Guida così che lui la patria estimi.* Condotto di poi a vedere e trattar più da presso quella parte appunto dell'istruzione che deve porre i fondamenti alla cultura intellettuale di ciascun cittadino; toccandone, per così dire, con mano le molte e gravi difficoltà; udendo farsi ogni giorno ai sistemi già noti non poche ragionevoli objezioni, nè mai proporsi rimedio al quale non potessero farsi objezioni ugualmente ragionevoli; considerando le frequenti mutazioni alle quali soggiacque anche nei paesi più culti questa parte così detta media della publica istruzione, incalzata da ineluttabili censure, convinta da infelicissime prove: mi parve riconoscere che in vece di cercare quali cagioni poteron nuocere a questo od a quel sistema, sia da investigare se esista una cagione superiore e comune a tutti, per la quale finora nessun sistema di studi potè sodisfar pienamente ai bisogni di un popolo. Dico *ai bisogni di un popolo,* non alle teorie o speculazioni dei dotti; le quali se valessero in questa materia quanto

presumono alcuni, ogni paese avrebbe non uno ma parecchi buoni sistemi di studi. E mi parve altresì, che la necessità di cercare questa causa superiore e comune fosse in certo modo pronunziata in quel che dicevano i vecchi maestri (benchè poi nel fatto discordassero dalle parole), cioè che la scuola insegna soltanto a studiare; e che la confermasse tacitamente il senso comune, il quale persuadeva a ciascuno che que' maestri fossero degnissimi di ricompensa e di gratitudine quand'anche non avessero insegnato altro che a studiare con frutto. È dunque opinione già antica, e verità generalmente assentita, che all'istruzione propriamente detta debba aprirsi la via addestrando i giovinetti a bene studiare. E questo si scorge implicitamente confermato anche dalle due principali censure mosse ai sistemi sperimentati finora, di volere insegnar troppe cose, e di rimandare gli alunni vôti d'ogni dottrina: le quali censure, nell'apparenza distinte e contrarie, possono dirsi una sola: perchè l'uomo generalmente giudica soverchia ogni disciplina e nullo ogni sapere, che non rechi qualche utilità pronta e immediata a chi lo possiede. Ben si può dire che queste censure furono spesse volte eccessivamente severe; sopra tutto per la veduta troppo corta de' giudicanti, inetti a scorgere e ad apprezzare quella utilità che non li tocca direttamente. Ciascuno per altro comprende quanto debba esser dannoso l'affaticare immaturamente le giovani intelligenze intorno a studi ai quali forse non hanno attitudine; nei quali è probabile (spesso anzi è certissimo) che non potranno progredire; e dai quali non trarranno mai verun profitto.

Stimo pertanto che farebbe cosa di molta utilità publica e privata, chi proponendosi il quesito poc'anzi accennato, sapesse ordinare una scuola preparatoria per la prima giovinezza; una scuola che insegnasse sol quello che può dirsi veramente necessario a tutti, facendo suo scopo non d'istruire i fanciulli in qualche disciplina, ma d'ajutare lo svolgersi delle tenere loro menti, e render più pronto e, per quanto è possibile, più sicuro il pronostico sulle attitudini dei singoli ingegni. Educare o trar fuori del loro germe le facoltà intellettuali dei giovinetti, senza abituarle ad un esercizio o piegarle a uno studio piuttosto che all'altro; ampliare e consolidare la capacità intellettuale senza preoccuparla; predisporre insomma gl'intelletti giovanili ad abbracciare con forze tuttora vergini quello studio che il concorso delle circostanze farà poi preferire; ecco il problema la cui soluzione mi è venuta parendo sempre più necessaria quanto più fui condotto a dover riflettere sopra questo importante argomento della publica istruzione. Io non so veramente se potrà mai parermi d'avere sopra di ciò qualche cosa che meriti d'essere sottoposta al giudizio di questo Corpo Academico ed alla considerazione del Publico: ma perchè l'argomento è senza dubbio di universale interesse, devo desiderare che

s'invogli di trattarlo qualcuno bastevolmente fornito d'ingegno, di studi e d'esperienza: e con tal desiderio son venuto oggi a tenerne discorso.

La scuola preparatoria o propedeutica, secondo l'idea ch'io me ne sono formata, potrebbe promettersi non pochi vantaggi su gli ordinarj sistemi. Innanzi tutto eviterebbe quel male tanto frequente di esaurire o la potenza o la volontà d'un giovinetto obligandolo ad eccessivi sforzi di mente in istudi ai quali ripugna od è inetto il suo ingegno. Manderebbe inoltre alle scuole maggiori i suoi allievi bastevolmente maturi d'anni e d'ingegno, con tutta quella probabilità ch'è possibile, di non dover perdere il tempo in fatiche insuperabili o infruttuose. Finalmente vincerebbe gli altri sistemi in questo, che i giovinetti obligati per qualsivoglia motivo ad abbandonare le scuole, si troverebbero capaci di progredire anche da sè in qualche studio, per avere atteso sopra tutto ad apprendere appunto come si studii utilmente.

Chiunque consideri il mondo qual è, deve persuadersi che i casi di studi improvidamente intrapresi, o interrotti da impensate sventure, se forse non furon mai rari, saranno in futuro frequenti; e nessuno ignora di quanto danno può essere l'incompiuta istruzione di molta parte del popolo. Il male è sì manifesto e sì grave, che alcuni anche di buona fede crederebbero onesto rimedio l'impedire o difficoltare ai poveri ogni scuola; ricadendo così nell'errore di misurare i diritti e pronosticare l'ingegno dalla ricchezza o da titoli ancora men competenti; e non accorgendosi che questo rimedio varrebbe soltanto per una minima parte dei casi possibili, cioè pei casi di studi intrapresi senza sufficiente probabilità di poterli continuare.

Io distinguo in due classi i giovani ai quali per varie cagioni avviene d'abbandonare le scuole. Negli uni è provata l'incapacità agli studi e morta ogni volontà: negli altri è vivo e vigoroso l'ingegno, vivissimo il desiderio d'acquistar cognizioni. I primi, se hanno buona indole, volgonsi a qualche mestiere che loro procacci onde vivere onestamente; con questo solo discapito, d'avere perduti alcuni anni, e di sentir doloroso per qualche tempo l'abituarsi alla fatica: se l'indole poi non è buona, o se (come avviene) l'ozio della scuola, il tedio di studi ingrati, e l'abitudine alle umiliazioni ed ai castighi l'han pervertita, cominciano tosto a disordinar la famiglia, e non tardano a minacciare la società. A costoro, quasi in ogni paese, vediamo aver proveduto la publica e la privata filantropia. Al giovine povero ma buono fu agevolato in più modi il trovar dove apprendere qualche utile professione: al discolo che si volge alla propria rovina per una strada rovinosa prima a molti altri, furono aperti asili, dove a poco a poco si muti per modo che finalmente prometta di

sè un buon cittadino. Ma non so qual paese porga esempio d'avere pensato a que' giovani che lasciano le scuole necessitati, e ne portano un desiderio inestinguibile di più larga istruzione: del qual desiderio l'animo da natura gentile non può spogliarsi, benchè obedendo alla dura necessità sottopongasi a faticosi mestieri. L'infelicità di questi giovani è meno evidente, ma non per ciò meno grave che quella degli altri; e la segreta afflizione che li tormenta è ben degna d'esser compianta e alleviata. O se qualcuno dicesse che la società non cura i bisogni e i desiderj dei singoli cittadini se non quanto il negligentarli potrebbe tornar dannoso a lei stessa; noi gli domanderemmo se non recò mai verun danno alla società l'aver negletta quella classe di giovani dei quali ragiono. Senza dubbio deve poter dire di non essere in colpa degli altrui errori chi vuole attribuirsi il diritto di punirne gli effetti: e chiunque provò qualche dolcezza di studi, e dice ad un giovine di buon ingegno e ardente di volontà: Contentati di vivere nell'ignoranza! costui deve sentir nel suo cuore la risposta che gli sarà data, e l'impossibilità di essere sinceramente obedito. E questa disobedienza è naturale che la incorrano molti e senza scrupolo; perchè si presenta sotto l'aspetto della virtù; quasi continuazione spontanea di quello a che indirizzavanci già le persone più care e più autorevoli con raccomandazioni incessanti di perseverarvi, con lodi, con premj, con promesse di comoda e splendida vita. La coscienza che, almen da principio, deve rimordere gli oziosi ed i discoli, fa non di rado illusione agli altri: i quali non trovan motivo di contrastare ad un desiderio onesto e lodato; nè possono accorgersi facilmente o degli errori che vanno bevendo, o dei mali privati e publici di che un giorno saranno forse cagione o strumento. — Perciocchè il minimo dei danni qui presumibili sarà che questi giovani consumino il tempo e l'ingegno gettandosi avidamente ad ogni studio di cui ebbero già nelle scuole qualche notizia, senza esser abili a far profitto in alcuno.

Se gli studii e i sistemi d'istruzione non avessero colla moralità dei privati e colla publica prosperità quel legame e quella efficacia che qui si appalesa; se aggiungessero agi e splendore alle nazioni senza concorrere a costituirne la forza, la sicurezza, la dignità; io non avrei certamente preso animo d'intrattener l'Istituto con queste considerazioni sì ovvie, e tanto divise da ogni erudizione, quanto incapaci d'alcuna eleganza. Ma o ch'io al tutto m'inganno, o l'argomento ch'io tratto riceve importanza e nobiltà appunto da queste sue necessarie relazioni con tutte le classi dei cittadini. A me certamente è avvenuto di sentirmi, quasi direi, necessitato a meditarlo allorchè dalle astratte speculazioni dei libri passai a vedere quello che sono e quello che possono le bene o male ordinate scuole nella società; quando ebbi occasione di

considerare le lettere e le scienze, non tanto in sè stesse, quanto nella loro relazione col popolo che deve apprenderle per trarne profitto; non tanto come un complesso di studi rappresentante ciò che suol dirsi *scibile umano*, quanto come un sistema di publica istruzione, come cosa di somma e continua efficacia sulla vita e sulla prosperità delle nazioni, delle famiglie, di ciascun cittadino. Non parlo di quegli effetti che devono provenire dalla qualità degli studi predominanti: dall'indirizzare, per esempio, una generazione alle lettere che diconsi amene o alle discipline puramente speculative ed erudite, piuttostochè alle scienze naturali ed agli oggetti di utilità sociale viva e presente: giacchè sotto questo rispetto il genere umano già da buon tempo non crede possibile errare, al di là di un certo limite, innocentemente. Ma quando vogliamo che una serie di studi diventi sistema *di publica istruzione*, allora non basta più esaminare nè se l'intiero corrisponda al concetto dello scibile umano, nè se le varie sue parti siano scientificamente ordinate; bisogna vedere se possa presumersi che quel sistema, applicato all'istruzione di un certo popolo, conseguirà il suo fine: il quale non consiste nel dare possibilità ad alcuni di salire fino alle più alte sommità della scienza, ma sì piuttosto nel procurare la maggior possibile diffusione delle cognizioni generalmente utili e specialmente necessarie a quella popolazione. Quanto importi e quanto sia anche difficile assicurarsi di questa speciale attitudine lo riconoscono apertamente i Governi: i quali sottopongono a lunghe prove i sistemi d'istruzione benchè li ricevano da uomini sapienti ed esperti: non come diffidenti della bontà scientifica, ma come incerti della convenienza di quegli studi e di quei metodi coll'indole, coi bisogni, colle condizioni speciali del popolo a cui dovrebbero applicarsi. E se finora la non contentevol riuscita di tanti sistemi venne generalmente imputata a difetto di bontà intrinseca, e sperammo di trovarne il rimedio ora sostituendo una materia ad un'altra, ora allargando o restringendo, per esempio, l'insegnamento dell'algebra, del latino o del greco, l'inefficacia di questi compensi deve persuaderci che non abbiamo veduto ove stêsse quella vera cagione che andavamo cercando. Stimo pertanto che debba ad ognuno parer necessario o almen ragionevole il volgersi a investigarla non più nei sistemi (che non è lecito crederli tutti viziosi), ma piuttosto nel modo di applicarli. Ed io per le cose accennate già innanzi son venuto nell'opinione, che rimedio unico debba essere il procurar d'attuare generalmente ciò che alcuni praticarono già in privato: di aspettare cioè non oziosamente quel tempo in cui l'ingegno e l'indole dei giovinetti si manifestino, e la futura loro fortuna possa presumersi con buon fondamento. Mi parve che il primo errore in questa materia consista nel chiamare ad una medesima scuola, e obligare ai medesimi studi fanciulli

differentissimi d'ingegno e di condizione, avviandoli tutti ad un punto, quando è ben certo che molti non vogliono, molti non possono e non devono andarvi: errore avvertito dal senso comune, e riconosciuto generalmente; ma durato sopra tutto per non so qual persuasione, che sia impossibile evitarlo. Raccogliendo a questo proposito le opinioni e le esperienze più conosciute, mi sono convinto ognora più, che una scuola comune allora soltanto sarà utile quando si terrà dentro i limiti di una istituzione puramente preparatoria o propedeutica; e che non debba disperarsi della possibilità di ordinarla. Pensando poi alle utilità che quella scuola potrebbe recare, mi parve (come già dissi) non ultima questa, che i giovinetti istituiti ed esercitati principalmente a ben usare delle loro facoltà intellettuali, qualora per qualsivoglia motivo debban mancar di maestri, sapranno procacciarsi anche da sè una sufficiente istruzione: non veramente gl'inetti, nè quelli che nella scuola mostrarono avversione ad ogni studio; bensì quei giovani descritti poc'anzi, ai quali un'avversa fortuna può togliere la possibilità, non può diminuire il desiderio d'istruirsi. Questi giovani forniti d'ingegno non meno che di volontà costituiscono, dirò così, una forza o potenza che la società non deve lasciar disperdere, nè contentarsi pur d'impedire che le diventi dannosa, ma studiarsi di volgerla a proprio profitto. E poichè per questi giovani supponiamo chiusa ogni scuola dopo la preparatoria, parmi che la società non possa dar loro miglior ajuto che di buoni libri, nè possa trascurar quest'officio senza mancare a un suo debito ed esporsi a danni assai gravi.

Questi libri saranno un complemento, quasi direi, naturale e necessario della scuola preparatoria; e dovranno comporsi in accordo con quella scuola. Sarebbe perciò intempestivo, e in parte anche impossibile, tenerne discorso al presente con qualche particolarità: tuttavolta può dirsi fin d'ora che, mentre il loro primo effetto sarà d'aumentare il numero delle persone provedute di utili cognizioni e di idee precise, accresceranno colla cultura delle famiglie la prosperità nazionale; e forse dopo non lungo tempo contribuiranno eziandio a render meno frequenti i casi di studi improvidamente intrapresi, e men numerosi anche i giovani costretti ad abbandonare le scuole.

Ma questi giovani degni (per le cose già dette) della publica sollecitudine; desiderosi di sorger lodati con publica utilità, e sempre in pericolo di cader tra coloro che usando sconsideratamente l'ingegno son dannosi a sè stessi ed agli altri; questi giovani non saranno già frutto della nuova scuola: della quale per lo contrario potrà esser frutto soltanto ch'essi abbiano attitudine a preservarsi da molti errori ed a studiare anche da sè utilmente. Del resto, poichè a ciascuno è noto che già esiste ed è numerosa da per tutto la schiera

di questi giovani; ed è manifesto che mentre vogliono uscir d'ignoranza sono in continuo pericolo di pervertirsi con publico danno; perchè non diremo che il fornirli di buoni libri sia un *bisogno* della società, come il provedere di ricovero o d'istruzione o di onesti lavori altre classi di pericolanti e pericolati? Certamente non avremo di subito libri così compiuti e così utili come speriamo che potranno poi farsi per una generazione meglio preparata a valersene; ma non per questo dobbiamo temere che riescano infruttuosi. Bensì dobbiamo persuaderci innanzi tutto che questi libri (qualunque possa esserne il pregio sotto altri rispetti) non conseguiranno quel fine a cui devono principalmente aspirare, qualora non sodisfacciano al desiderio di quelle cognizioni scientifiche e positive alle quali il secolo è volto, e dalle quali traggono la maggior parte della loro potenza e prosperità le nazioni. Soltanto perchè non contentano un tal desiderio, molte scritture degnissime di tutta lode pajono vòte oggidì e riescono insopportabili alla gioventù. Questi libri dovranno potersi dir *nuovi*, non già (come quelli che vediamo succedersi nelle scuole) per alcun mutamento della forma e dell'ordine, o per qualche ampliazione e rettificazione della dottrina; ma perchè vengono in soccorso di un bisogno novamente avvertito, e compongonsi per una classe di lettori alla quale non s'è mai pensato finora. Senza dubbio ha l'Europa ed abbiamo anche noi alcuni libri popolari d'alto pregio e di grande utilità; nondimeno parmi di poter dire che gli autori non si proposero precisamente nè quei lettori nè quel fine di cui io parlo. Il numero dei giovinetti ai quali dovranno rivolgersi i nostri libri, non fu certamente mai così grande come adesso, nè mai si mostrò così avviato ad accrescersi: perciò da una parte non dobbiamo meravigliarci se prima d'ora nessuno pensò di sodisfare ad un bisogno che non si faceva per anche sentire; dall'altra parte, senza sconoscere il merito di alcune opere già sussistenti, è naturale che dobbiamo desiderar libri nuovi.

Ma dev'essere ugualmente difficile, e superiore alle forze anche delle persone più culte, così il proporre un intiero sistema di studi, e dimostrare in qual misura e con qual metodo ciascuno di essi debba insegnarsi, come il divisare una serie di libri sodisfacenti al bisogno poc'anzi accennato: perchè in questa materia le opinioni e i consigli veramente utili sono quelli soltanto avvalorati dall'esperienza che il consigliante abbia avuto occasione di farne. Perciò non con altra intenzione che di anticipare una parte di quella parte virile ch'io contribuirei volontieri a questa nobile impresa, esporrò qui alcuni pensieri; i quali valgano, se non altro, a meglio chiarire il mio concetto intorno a questi libri ed al loro intento.

Innanzi tutto suppongo che debbano scriversi per giovani che nelle scuole

impararono solo a leggere con sicurezza, e tengono della grammatica quel pochissimo ch' è necessario alla prima interpretazione d' un libro. A quel di più che alcuni potranno avere appreso non dovrebbe l'autore avere nessun riguardo.

In secondo luogo, suppongo che i giovani pei quali scrivonsi questi libri non possano aver più altra scuola nè altro maestro. Perciò stimo che dovrebbero scriversi per sodisfare al giusto loro desiderio di liberarsi dall'ignoranza, e dar loro un mezzo sicuro da inganni e da errori per provedersi di cognizioni che li rendano meno infelici; ma senza intenzione d'invogliarli nè d'ajutarli a diventare sapienti. La possibilità che qualcuno di questi giovani o per forza straordinaria d'ingegno o per altro accidente ripigli i suoi studi, non dovrebbe avere nessuna efficacia nè sulla scelta della materia, nè sulla forma dei nostri libri.

In terzo luogo, se per trasformare in sistema d'istruzione un complesso di studi è sempre necessario modificarlo più o meno a fine d'accomodarlo a quel popolo che vuole usarne, sarà certamente ancor più necessario che i libri de' quali parliamo siano pensati e composti, non come forse domanderebbe la scienza astrattamente considerata, ma in quel modo speciale che potrà renderli più intelligibili ai nostri giovani, quali sappiamo che sono per natura e per educazione; senza curarci nè della forma nè dell'estensione che la materia in essi trattata suol ricevere altrove. D' onde naturalmente consegue che questi libri non potranno quasi mai essere semplici traduzioni; e che debbano scriversi od essere almeno esaminati e riconosciuti opportuni da persone pratiche dell'insegnare.

Finalmente sarà necessario che questi libri destinati a giovani che non possono ricevere alcuna istruzione letteraria propriamente detta, siano tutti di lingua e di stile veramente italiani.

Non m' è ignoto che gli stranieri ci rimprovereranno di attribuire soverchia importanza alla lingua o, com'essi amano dire, alla forma. E senza dubbio se quello studio impedisce gli altri; se per attendere all'arte di scrivere trascuriamo di fare o di apprendere cose degne d'essere scritte, il rimprovero è ragionevole: ma questo non sembra che possa aver luogo quando vogliamo che sian materia dei nuovi libri le scienze naturali, la fisica, la chimica, la meccanica e le infinite loro applicazioni. Se ci sta veramente a cuore di accrescere le cognizioni del popolo; se vogliamo sinceramente farlo partecipe di quella sapienza sulla quale si fonda la prosperità delle nazioni, dobbiamo cercare per quanto ci è possibile ch'esso impari ad esprimersi con proprietà di parole e di frasi italiane; affinchè a poco a poco quella sapienza fondendosi colla lingua, diventi ricchezza nazionale, che possa trasmettersi almeno in

parte dai padri ai figli anche inavvertitamente nel conversare abituale. Ma se le idee più necessarie e più importanti entreranno nel popolo con nomi e forme straniere, l'effetto già può pronosticarlo ciascuno assai facilmente. — Ai compilatori di questi libri sarà forse necessario risolvere l'antica questione, se debbano usarsi vocaboli così detti scientifici e tecnici traendoli da lingue morte e straniere, o se convenga comporre possibilmente nomi italiani significativi dell'oggetto e delle sue qualità. In quanto a me stimo che un libro possa conservarsi italiano ancorchè appelli alcune cose per nomi forestieri; purchè il movimento del pensiero nel descriverle sia nostro, e la frase e il periodo siano conformi all'esempio lasciatoci da quegli scrittori che vissero in tempi di pensare e di scrivere sinceramente nazionale. Siano pur forestieri, se così è necessario, i nomi di alcune piante e di alcune pietre; ma chi ci obliga a dire, per esempio, che di quelle piante o di quelle pietre *se ne trovano le analoghe nel paese?* Perchè diremo di voler seguitare il tale o tal altro scrittore giudicandolo *dotto su di una scala molto estesa* nella scienza di cui trattiamo? Che un corpo *va soggetto a interruzioni di continuità?* che l'arsenico *è una sostanza di cui bisogna ben guardarsi d'inghiottirne anche una piccolissima dose?* che sia *abbastanza rimarchevole* ciò che il francese volle indicarci come *assai* o *molto notabile?* Io non vorrei dire, quand'anche me ne ricordassi, in quali opere mi sia accaduto di leggere o queste o consimili frasi: ma se qualcuno le credesse inventate a capriccio, posso promettere anch'io che gli sarà *abbastanza facile di trovarne le analoghe.* Del resto nei libri dei quali parliamo sarà molto più agevole che in veri Trattati di scienze lo scrivere con purità di voci e di frasi italiane. Il popolo non deve desiderare nè presumere d'imparar le scienze propriamente dette, ma soltanto di non ignorare ciò ch'esse possono dargli per accrescere gli onesti godimenti, diminuire le fatiche e i dolori, evitare i pericoli che lo circondano nell'esercizio delle professioni onde vive. Dentro questi limiti credo possibile, e deve parere a tutti desiderabile, che il così detto linguaggio scientifico ceda il luogo ad una esposizione popolare e comune. Ma benchè questo desiderio possa oramai dirsi antico, nondimeno finora nell'opera di *popolarizzare la scienza* siamo andati poco più in là della speranza e del nome. Le antiche abitudini c'illudono e ci fan gabbo nell'atto medèsimo che ci accingiamo a distruggerle. Perciò volendo far libri che valgano a diffonder tra il popolo le cognizioni e i consigli più opportuni per conservar la salute, diamo loro bonariamente il nome di Consigli *igieniei* o Trattati d'*igiene* popolare: e il popolo va domandando, e forse non trova facilmente, chi sappia almen dirgli qual cosa prometta il frontespizio d'un libro scritto per lui.

Ma può, io credo, supporsi ammesso da tutti, che i nuovi libri debbano farsi principalmente di materie scientifiche senza esser Trattati di scienze; e che la loro esposizione non debba presupporre nei lettori nè erudizione, nè cultura intellettuale, ed essere nei vocaboli quanto è possibile, nelle frasi e nel periodo omninamente italiana. Resterà dubbio per altro, se le notizie di chimica, di fisica, di meccanica, d'industria giudicate necessarie al popolo convenga ordinarle divisamente, in libri che piglino il nome dalla scienza alla quale appartengono; ovvero comporle promiscuamente sotto qualche forma che invogli a studiarle e forse ajuti ad imprimerle nella memoria. Anche sopra di ciò stimo che uno scrittore non debba presumere di poter coglier nel segno senza il consiglio di buoni e diligenti maestri, i quali conoscano praticamente l'indole, la capacità, la pazienza dei nostri giovani. In generale io escluderei soltanto le forme del romanzo e del dramma; parendomi aver conosciuto, che nei libri destinati ai giovinetti, quanto più l'invenzione è ingegnosa e attraente, tanto è minore o men sicuro l'effetto della parte istruttiva.

Ben sarà degno di molta lode e riconoscenza chi saprà (per esempio) raccogliere dal campo delle scienze molte notizie utili o necessarie, e ordinarle e comporle tra loro per modo, che ne risulti un volume da poter valere come una Logica pratica e una Rettorica migliorata. — Quelle arti già publicamente lodate, di far parer grandi le cose piccole o viceversa, di saper ridire le cose già dette facendole sembrar nuove, di mettere chi ci ascolta nell' impossibilità di discernere sotto l'ingombro delle nostre parole il vero dal falso, speriamo che siano cadute per sempre. Ma quanto più il mondo si volge ad un vivere operoso in una continua successione di transazioni private e publiche, tanto più diventa necessario che ciascuno faccia qualche esercizio di trovare, ordinare ed esporre i fondamenti e le prove del vero; il quale, oltrechè spesse volte non si rinviene senza difficoltà, non è sempre sicuro nè anche di essere conosciuto ed accolto, se chi lo annunzia non ha capacità di renderlo evidente agli ottusi d'ingegno, o di farlo vittorioso contro gli amici del falso. Or, non v' ha dubbio, che le notizie desunte dalle scienze riescono opportunissime a far comprendere come possiamo valerci utilmente dei sensi, evitare le illusioni, concentrare l'attenzione sopra un oggetto, considerare ad una ad una le sue qualità; opportunissime a insegnare praticamente quando le osservazioni e le esperienze possano dirsi abbastanza ripetute, le ipotesi abbastanza comprovate per abilitarci a stabilire come regola generale il risultamento ch'esse ci somministrano, o ad accoglierlo come norma direttiva delle nostre azioni. Dalla ripetuta dimostrazione poi di tutte le diligenze necessarie a chiunque voglia poter adottare come vera un'opinione, o creder provato il legame tra un

effetto e una causa supposta, potrà facilmente pigliarsi occasione per insegnare alla gioventù come conoscere le arti di chi per trarci in inganno trascorre a conchiudere quando le prove mancano affatto o sono tuttora insufficienti: d'onde potremo avere una nuova Logica e una nuova Rettorica, qualunque sia per essere il nome che vorrà darsi a siffatti libri. Non sarebbe utile che i nostri giovani presumessero di poter diventare oratori e nè anche eloquenti; ma dobbiamo desiderare per altro che facciansi uomini esercitati a trovare ed esporre con facilità e chiarezza il vero, atti a scoprire ed a respingere il falso, e tali che all'uopo non manchino nè per sè nè per altri di utili notizie e di prudenti consigli. E questo, come è necessario, così è anche certamente possibile conseguirlo col mezzo di buoni libri. Certo è bensì che a comporli si richiederà il concorso di molti valenti nelle singole scienze d'onde saranno da trarsi i materiali; e deve confessarsi altresì che sarà frutto di lunga fatica e della paziente cooperazione di molti il dare alle varie parti tal forma che a tutte convenga e che le renda tutte ugualmente intelligibili, ugualmente efficaci.

Poichè il fine ultimo di questi libri, quel fine pel quale soltanto è lecito dire che ne abbiamo *bisogno*, si è di sottrarre una parte de' nostri giovani al pericolo di pervertirsi, già s'intende che debbano per ogni modo mantenere e promuovere l'osservanza e l'amore della virtù; e che nessun pregio potrebbe raccomandarli se questo mancasse. Gioverà nondimeno avvertire, come anche in questa parte sarà necessario procurare di esser nuovi, e allontanarsi sopra tutto da quelle forme, se così posso dire, troppo infantili, le quali contrastano vivamente con quel desiderio a tutti comune d'uscir di fanciullo; d'onde poi molti se le recano a noja. Sarà inoltre opportuno che gli autori abbiano costantemente dinanzi al pensiero per qual classe di lettori principalmente essi scrivono, e qual classe di cittadini sono presumibilmente destinati a formare.

Oltre poi alle scienze naturali e fisiche ed a quella parte delle discipline morali che ha per suo oggetto di far diritta la mente, ordinato il raziocinio ed efficace la parola (le quali potranno forse molto utilmente congiungersi), sarà necessario somministrare ai nostri giovani un libro di Storia; quando è sì acuta e sì naturale la curiosità del passato, e tanto dannoso l'averne notizia imperfetta o fallace. Per mancanza di buone storie intelligibili dal popolo e dalle donne è stato così generale ed è ancora in molti assai vivo il desiderio di quei Romanzi che della storia prendono l'apparenza: ma quanto è vero che sotto un tal nome la nostra età ha prodotti alcuni libri utilissimi e destinati a durar lungamente nel mondo, altrettanto fu naturale che il maggior numero di que' Romanzi cadesse prestamente in oblío; poichè allora soltanto potremmo averne molti perfetti quando nascessero molti che in sè congiungessero ciò ch' è raro a trovarsi anche diviso, cioè la duplice facoltà dello storico e del poeta. Sopra tutto poi

è ben certo che i giovani dei quali parliamo non potrebbero mai esser condotti a conoscere la storia per una via così lunga come sarebbe quella dei Romanzi. E considerando appunto l'immensità della materia, parmi che nel por mano ad un libro di storia pel popolo bisognerebbe innanzi tutto determinare di quale e quanta storia esso abbia veramente bisogno. — Nelle scuole destinate alla compiuta istruzione di quella classe che può e deve studiare, è necessario abbracciar tutto il corso del tempo, e ragionevole cominciarne la narrazione dalle origini, per discendere, come portati dal volger dei secoli, fino a noi. Le ragioni addotte da molti in contrario son note; e nondimeno prevale quasi universalmente nelle scuole il sistema antico: nè io proporrei di mutarlo. Ma trattandosi di scrivere un libro di storia per quel fine già ripetuto più volte, di sodisfare ad una ragionevole curiosità, parmi che non sarebbe opportuno risalire oltre quei secoli nei quali ebbero principio le istituzioni e i costumi delle nostre società. E rispetto a quell'altro fine, d'impedire le dannose conseguenze di notizie attinte da fonti erronee o corrotte, parmi che basti, o che debba almeno importare principalmente, il far conoscere come e perchè s'iniziarono certi avvenimenti dei quali tuttora sentiamo gli effetti o si vanno tuttora compiendo le conseguenze. Stimo inoltre verissima l'opinione già espressa da molti, che debba farsi conoscere preferibilmente la storia del proprio paese a chiunque non può studiare quella di tutto il mondo: ma dubito se il nostro libro conseguirebbe il suo fine qualora fosse di sola storia italiana, e non desse una sufficiente notizia generale dell'Europa dopo la scoperta dell'America. Conoscendo finalmente quanto sia difficile raccontare la storia moderna con quella chiarezza che si richiederebbe per farla intendere e renderla utile ai nostri lettori; e pensando anche alla necessità di unire colla narrazione dei fatti una sufficiente notizia dei luoghi (perchè i giovani pei quali vogliamo scrivere non hanno nè possono avere cognizione di Geografia), comprendo il grave incarico a cui si troverà sottoposto chiunque vorrà farsene autore, e la necessità di consigliarsene prima con molti; specialmente con chi abbia fatta esperienza d'istruire persone mancanti d'istituzione letteraria propriamente detta.

Ma oramai, Egregi Colleghi, dev'esservi troppo nojosa questa enumerazione di cose utili o necessarie con tanta povertà di consigli circa il modo di effettuarle. La persuasione che l'argomento sia utile ed importante m'indusse a trattarne; ma quanto più mi vi sono addentrato, tanto più dovetti sentire la necessità di non oltrepassar quei confini nei quali mi sono tenuto. Ad ogni modo se qualcuno trovasse o l'una o l'altra parte del mio discorso non indegna di considerazione, e volesse rivolgervi i suoi studi e contribuirvi il tesoro delle sue cognizioni e delle sue esperienze, nè giudicasse infruttuosa la mia cooperazione, io fin d'ora dichiaro di volergli esser compagno per quel che possono le mie forze.

NOTA DI GEOMETRIA ANALITICA

DI

ANTONIO BORDONI

Questa Nota è composta di quattro parti che vertono su proprietà di linee, o di superficie, o di corpi, in parte enunciate nei primi periodi di esse; e sono o nuove o dimostrate con metodi che io reputo preferibili agli usati sino ad ora.

Parte prima.

[1] Si abbiano le due equazioni

$$(1) \qquad \ldots\ y = f(x, \alpha) \ , \ z = \varphi(x, \alpha)$$

fra le x, y, z coordinate rettangole e la α *costante* arbitraria: esse rappresenteranno una famiglia di linee successivamente disposte le une dopo le altre da costituire una individuata superficie continua, se continua sarà la serie dei corrispondenti valori della α; ed in una di due prossime qualsivogliono di esse in generale esisteranno punti distanti dall'altra *meno* o *più* degli altri prossimi punti di essa medesima. Le linee luoghi geometrici dei piedi di queste minime o massime distanze si chiamano linee di stringimento o di allargamento di quelle della famiglia (1), e formano il principale soggetto di un interessante opuscolo intitolato: « Ricerche sulle linee di stringimento e di allargamento.... » pubblicato in Verona nel 1835 dal signor Maggi Pietro, testè fatalmente rapito alle scienze. Ma siccome egli nel dimostrare la principale proprietà di queste linee si valse di principj analoghi a quelli già da me usati pel caso che le linee della famiglia (1) fossero rette, i quali lasciano qualche dubbio sulle conseguenze ottenute con essi, così stimo bene di esporre un' altra dimostrazione di essa insieme ad altre proprietà delle linee di stringimento o di allargamento e della suddetta superficie, segnatamente pel caso che sia rigata o gobba.

Per semplicità la derivata presa rispetto alla x, di una quantità qualunque U o del suo valore, si indicherà generalmente con U', e quella rispetto alla α con U_1.

Si chiamino p, q, r le coordinate rettangole di quel punto, che è *comune* al piano normale della linea (1) ove corrisponde l'ordinata x, ed a quella linea della famiglia (1) per la quale la costante sia $\alpha+\omega$, ω altra costante pure arbitraria, ed F il quadrato della distanza di questi medesimi due punti, e propriamente della distanza del primo di essi dalla linea (1); vale a dire si abbiano

$$(2) \qquad \ldots\ q = f(p, \alpha+\omega)\ ,\ r = \varphi(p, \alpha+\omega)\ ;$$

$$(3) \qquad \ldots\ p - x + (q-y)y' + (r-z)z' = 0\ ,\quad \text{ed}$$

$$F = (p-x)^2 + (q-y)^2 + (r-z)^2 .$$

Posto $p = x+v$ si hanno evidentemente

$$q = y + vy' + \omega y_1 + \text{ecc.},$$

$$r = z + vz' + \omega z_1 + \text{ecc.},$$

e la equazione (3) si riduce

$$av + b\omega + \text{ecc.} = 0\ ,$$

dove $a = 1 + y'^2 + z'^2$ e $b = y'y_1 + z'z_1$, la quale dà

$$v = -\frac{b}{a}\omega + \text{ecc.}\ ;$$

e però saranno

$$p = x - \frac{b}{a}\omega + \text{ecc.},$$

$$q = y + \left(y_1 - \frac{b}{a}y'\right)\omega + \text{ecc.},$$

$$\text{ed}\qquad r = z + \left(z_1 - \frac{b}{a}z'\right)\omega + \text{ecc.}$$

Nei termini ommessi in queste equazioni vi sarebbero $\omega^2, \omega^3, \ldots$.

Questi valori delle p, q, r somministrano

$$F = \left(\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{b}{a}y'\right)^2 + \left(z_1 - \frac{b}{a}z'\right)^2\right)\omega^2 + \text{ecc.}$$

ossia $F = Q\,\omega^2 + \text{ecc.}$, dove Q esprime $y_1^2 + z_1^2 - \frac{b^2}{a}$ cioè

$$\frac{y_1^2 + z_1^2 + (y'z_1 - z'y_1)^2}{1 + y'^2 + z'^2}\ .$$

e nei termini qui ommessi vi sono ω^3, ω^4, ... Quindi la x corrispondente ai punti della linea (2) aventi la minima o la massima distanza dalla (1) in generale soddisferà la equazione

$$Q'\omega^2 + \text{ecc.} = 0 \qquad \text{ossia la}$$

$$\text{(4)} \qquad \ldots\ Q' + \text{ecc.} = 0\ ;$$

e renderà la quantità $Q'' + \text{ecc.}$ positiva o negativa.

Se nelle espressioni anzi esposte per le p, q, r si ponesse in vece della x il suo valore cavato da quest'ultima equazione, indi si attribuissero diversi valori alla ω, si avrebbero coordinate della linea luogo geometrico di quei punti singolari delle corrispondenti linee (2) aventi la minima o la massima distanza dalla medesima linea (1) e propriamente da quei punti di questa pei quali i valori delle x corrisponderebbero agli attribuiti alla ω soddisfacenti tutti la stessa equazione (4). E siccome la ω può essere tanto positiva quanto negativa, e coll'attribuirle valori avvicinantisi indefinitivamente allo zero, le corrispondenti linee rappresentate colle equazioni (2) si approssimano indefinitivamente alla rappresentata colle (1); così la linea luogo geometrico anzidetto *segherà* quest'ultima nel punto corrispondente alla $\omega = 0$, e però a quella x che annullerà il primo termine della equazione (4). Ma questo punto, per le anzidette proprietà delle linee rappresentate colle equazioni (2), evidentemente è un punto di una linea di stringimento o di allargamento; adunque per queste linee le x, y, z saranno quelle funzioni della α, che soddisfaranno le due equazioni (1), in generale, e la $Q' = 0$ cioè la seguente

$$\text{(5)} \qquad \ldots\ \left(\frac{y_1^2 + z_1^2 + (y'z_1 - z'y_1)^2}{1 + y'^2 + z'^2}\right)' = 0\ .$$

la quale esprime appunto la loro proprietà esclusiva esposta dal Maggi. Ho detto in generale, giacchè, pel valore della x qui occorrente, potrebbe aver luogo una di quelle eccezioni che talvolta si incontrano nelle ricerche dei massimi o minimi valori delle funzioni; per esempio, se esso medesimo fosse massimo o minimo valore della x, in generale non sarebbe somministrato dalla equazione (5) ma il sarebbe da questa sua proprietà.

Le equazioni (1, 5) evidentemente danno

$$y'x_1 + y_1\ ,\ z'x_1 + z_1\ ,\ -\frac{Q_1'}{Q''}$$

per derivate rispetto alla α delle y, z, x coordinate della linea di stringimento o di allargamento; e però questa linea sarà perpendicolare alla (1), se riescirà identica la equazione

$$(1 + y'^2 + z'^2)\, Q'_1 = (y' y_1 + z' z_1)\, Q'' \ .$$

[2] Le linee (1) siano rappresentate colle equazioni

$$(6) \qquad \ldots . \ v(x, y, z, \alpha) = 0 \quad , \quad u(x, y, z, \alpha) = 0 \ ,$$

le cui derivate parziali rispetto alle x, α danno evidentemente

$$y' = \frac{1}{m}\,(v'_z u'_x - v'_x u'_z) \quad , \quad z' = \frac{1}{m}\,(v'_x u'_y - v'_y u'_x)$$

$$y_1 = \frac{1}{m}\,(v'_z u'_\alpha - v'_\alpha u'_z) \quad , \quad z_1 = \frac{1}{m}\,(v'_\alpha u'_y - v'_y u'_\alpha)$$

dove $m = v'_y u'_z - v'_z u'_y$, e le x, y, z coordinate della corrispondente linea di stringimento o di allargamento soddisfaranno le stesse equazioni (6) e la ottenibile col porre nella (5) questi valori delle derivate y', z', y_1, z_1.

Evidentemente se le linee delle famiglie (1, 6) fossero o isotermiche o isotime, od uniformemente illuminate, ... pei successivi punti delle corrispondenti linee di stringimento le *variazioni* di questi enti sarebbero *più intense* di quelle che avrebbero luogo pei corrispondenti punti di qualunque altra linea esistente nella superficie luogo di esse medesime.

Se fosse $\qquad v = z - \alpha = 0$, ed $\quad u = u(x, y, z)$

cioè le linee fossero sezioni piane della superficie rappresentata colla equazione

$$u(x, y, z) = 0$$

e perpendicolari all'asse delle z, si avrebbero

$$v'_x = 0 \ , \ v'_y = 0 \ , \ v'_z = 1 \ , \ v'_\alpha = -1 \ , \quad \text{ed anco} \quad u'_\alpha = 0 \quad \text{e però}$$

$$m = -u'_y \ , \ y' = -\frac{u'_x}{u'_y} \ , \ z' = 0 \ , \ y_1 = -\frac{u'_x}{u'_y} \ , \ z_1 = 1 \ ,$$

e conseguentemente la equazione (5) ridurrebbesi in generale alla

$$\left(\frac{u'^2_x}{u'^2_x + u'^2_y}\right)'_x = 0$$

identica a quella che si avrebbe se le linee fossero nello stesso piano degli assi delle x, y e rappresentate colla equazione $u(x, y, \alpha) = 0$, come si poteva prevedere. In questo caso, supposto l'asse delle z verticale, e la superficie rappresentata colla equazione $u(x, y, z) = 0$ quella di una vallata o del dorso di un monte, la linea di stringimento evidentemente sarà la più *ripida* fra le esistenti nella superficie medesima.

[3] In ultimo, supposto le linee rappresentate colle tre equazioni

$$y = f(t, \alpha) \ , \ z = \varphi(t, \alpha) \ , \ x = \mu(t, \alpha) \ ,$$

t quantità da eliminarsi, le derivate $y', z', y_{,}, z_{,}$ sarebbero rispettivamente

$$\frac{f'}{\mu'} \ , \ \frac{\varphi'}{\mu'} \ , \ \frac{1}{\mu'}\left(\mu' f_{,} - f' \mu_{,}\right) \ , \ \frac{1}{\mu'}\left(\mu' \varphi_{,} - \varphi' \mu_{,}\right)$$

ove $f', f_{,}, \ldots$ qui esprimono $f(t, \alpha)'_t$, $f(t, \alpha)'_\alpha$, $\ldots$, e la quantità Q risulterebbe

$$\left((\mu' f_{,} - f' \mu_{,})^2 + (\mu' \varphi_{,} - \varphi' \mu_{,})^2 + (\varphi' f_{,} - f' \varphi_{,})^2\right) : (\mu'^2 + f'^2 + \varphi'^2) \ ,$$

che contiene la x nella componente t, ed in vece della equazione $Q'_x = 0$ in generale si potrà usare la $Q'_t = 0$, la quale somministrerà la opportuna t per ridurre $f(t, \alpha)$, $\varphi(t, \alpha)$, $\mu(t, \alpha)$ alle y, z, x coordinate della linea di stringimento o di allargamento.

[4] Troverò qui le linee di stringimento o di allargamento per la famiglia delle superficie rappresentata colla equazione

$$\ldots . \ z = f(x, y, \alpha) \ , \tag{7}$$

dove le x, y, z esprimono coordinate rettangole e la α una costante arbitraria. Si chiamino p, q, r le coordinate del punto comune alla superficie cui corrisponde la costante $\alpha + \omega$ ed alla normale della (7) corrispondente alle ordinate x, y , ed F il quadrato della sua distanza dalla stessa superficie (7); vale a dire abbiansi le equazioni

$$p - x + (r - z) z' = 0 \quad , \quad q - y + (r - z) z_{,} = 0$$

$$F = (p - x)^2 + (q - y)^2 + (r - z)^2 \ ,$$

$$\ldots . \ r = f(p, q, \alpha + \omega) \ , \tag{8}$$

ossia

$$p = x + 0 z' \quad , \quad q = y + 0 z_{,} \quad , \quad F = 0^2 a \quad \text{ed}$$

$$r = f(x + 0 z' \quad , \quad y + 0 z_{,} \quad , \quad \alpha + \omega) \ ,$$

dove $0 = z - r$, $a = 1 + z'^2 + z_1^2$, e le z', z_1 qui esprimono le derivate parziali $f(x, y, \alpha)'_x$, $f(x, y, \alpha)'_y$.

Ma quest' ultima equazione o la sua equivalente

$$0 = a0 + b\omega + \text{ecc.}$$

ove $b = f(x, y, \alpha)'_\alpha$ somministra $0 = -\frac{b}{a}\omega$ *più* altri termini nei quali vi sarebbero $\omega^2, \omega^3, \ldots$; adunque sarà

$$F = \frac{b^2}{a}\omega^2 + \text{ecc.} ;$$

e conseguentemente le x, y corrispondenti a quei punti della superficie (8), che hanno dalla (7) la minima o la massima distanza in generale soddisfaranno le due equazioni

$$\left(\frac{b^2}{a}\right)' \omega^2 + \text{ecc.} = 0 \quad , \quad \left(\frac{b^2}{a}\right)_1 \omega^2 + \text{ecc.} = 0 ,$$

e però le

$$\left(\frac{b^2}{a}\right)' + \text{ecc.} = 0 \quad , \quad \left(\frac{b^2}{a}\right)_1 + \text{ecc.} = 0 ;$$

e renderanno le quantità $\left(\frac{b^2}{a}\right)'' + \text{ecc.}$, $\left(\frac{b^2}{a}\right)_{11} + \text{ecc.}$ ambedue positive o negative, e la $\left(\frac{b^2}{a}\right)'' \left(\frac{b^2}{a}\right)_{11} - \left(\frac{b^2}{a}\right)'^2_1 + \text{ecc.}$ positiva. Vale a dire, le x, y, z coordinate della linea richiesta saranno le funzioni della α ottenibili colla equazione (7) combinata colle due seguenti

$$(9) \qquad \left(\frac{z'^2_\alpha}{1 + z'^2_x + z'^2_y}\right)'_x = 0 \quad , \quad \left(\frac{z'^2_\alpha}{1 + z'^2_x + z'^2_y}\right)'_y = 0 ;$$

dimodochè eliminata la α da queste tre equazioni, se ne avranno due rappresentanti la medesima linea richiesta.

Se poi la famiglia delle superficie fosse rappresentata colla equazione

$$v(x, y, z, \alpha) = 0$$

le equazioni a surrogarsi alle (9) evidentemente sarebbero

$$\left(\frac{v'^2_\alpha}{v'^2_x + v'^2_y + v'^2_z}\right)'_x = 0 \quad , \quad \left(\frac{v'^2_\alpha}{v'^2_x + v'^2_y + v'^2_z}\right)'_y = 0 .$$

Non espongo le equazioni a surrogarsi alle (9) nei casi che la equazione della famiglia delle superficie debba essere la risultante della eliminazione di una, due, ... quantità contenute in due, tre, ... equazioni date fra queste medesime

quantità, e le coordinate di essa, perchè non presentano difficoltà, eccettuata la lunghezza dei calcoli.

Evidentemente se le superficie della famiglia (7) fossero quelle di egual temperatura, o di egual densità, o di igrometricità, ... la linea di stringimento sarebbe il luogo geometrico dei punti dello spazio tra i quali la reciproca variazione di questi enti sarebbe più intensa che tra i punti di qualunque altra linea attraversante il medesimo spazio.

[5] Ora passo ad esporre alcuni risultamenti relativi alla famiglia delle linee rette rappresentate colle equazioni

$$(10) \qquad \ldots\ ay = bx + Ba \quad , \quad az = cx + Ca \ ,$$

dove B, C ed a, b, c, coseni degli angoli fatti da esse cogli assi delle x, y, z, siano funzioni della α, ed alla superficie luogo di esse medesime.

Essendo $y = \frac{b}{a}x + B$, $z = \frac{c}{a}x + C$, si hanno

$$y' = \frac{b}{a} \ , \quad y_{,} = x\left(\frac{b}{a}\right)_{,} + B_{,} \quad , \quad z' = \frac{c}{a} \ , \quad z_{,} = x\left(\frac{c}{a}\right)_{,} + C_{,} \ .$$

e però $1 + y'^2 + z'^2 = \frac{1}{a^2}$, $z'y_{,} - y'z_{,} = \frac{c^2}{a^2}\left(\frac{b}{c}\right)_{,} x + \frac{c}{a}B_{,} - \frac{b}{a}C_{,}$,

ed $$y_{,}^2 + z_{,}^2 + (z'y_{,} - y'z_{,})^2 = \xi_{,}^2 \frac{x^2}{a^4} + 2M\frac{x}{a^3} + \frac{N}{a^2} \ ,$$

dove $$\xi_{,}^2 = a_{,}^2 + b_{,}^2 + c_{,}^2 \quad , \quad M = b_{,}B_{,} + c_{,}C_{,} \ ,$$

ed $$N = (B_{,}^2 + C_{,}^2)a^2 + (cB_{,} - bC_{,})^2 = B_{,}^2 + C_{,}^2 - (bB_{,} + cC_{,})^2 \ ,$$

e conseguentemente saranno

$$Q = \xi_{,}^2 \frac{x^2}{a^2} + 2M\frac{x}{a} + N \ ,$$

$$Q' = \frac{2}{a^2}(\xi_{,}^2 x + aM) \quad , \quad \text{e} \quad Q'' = 2\left(\frac{\xi_{,}}{a}\right)^2 \ ;$$

dimodochè, in questo caso, avrà luogo la sola linea di stringimento, come è naturale; e per le x, y, z coordinate di essa si avranno

$$x\xi_{,}^2 = -aM \quad , \quad (y - B)\xi_{,}^2 = -bM \quad , \quad (z - C)\xi_{,}^2 = -cM \ .$$

Le rette (10) incontrino la linea data di coordinate $p, q(p), r(p)$, cioè sia

$$aB = aq - bp \quad \text{ed} \quad aC = ar - cp \ ,$$

e però $-a^2M$ *eguale* ad

$$(a(b_1^2+c_1^2)-(bb_1+cc_1)a_1)p+a(bb_1+cc_1)p_1-a^2(b_1q_1+c_1r_1)$$

vale a dire $-aM=p\xi_1^2-aT$, dove $T=a_1p_1+b_1q_1+c_1r_1$,

qualunque sia la variabile principale; e per le x, y, z coordinate della linea di stringimento si avranno le equazioni

$$(x-p)\xi_1^2=-aT\ ,\quad (y-q)\xi_1^2=-bT\ ,\quad (z-r)\xi_1^2=-cT\ ,$$

le quali visibilmente danno la

$$E^2\xi_1^4=T^2\ ,$$

ove E esprime la parte della retta (10) intercetta tra la linea data e quella di ristringimento. Si chiamino m, n gli angoli fatti dalla retta (10) colla tangente e la normale ordinaria della curva data: d il raggio della circonferenza osculatrice di questa curva, e ϖ il raggio di quella sfera che ha un contatto di second'ordine con essa ed il centro in una di quelle due sue normali, che fanno colla normale ordinaria di essa medesima angoli eguali all'n, cioè, sia $d=\varpi\cos.n$; e le derivate suppongansi prese rispetto all'arco della linea data; e si avrà tanto la equazione

$$ap_1+bq_1+cr_1=\cos.m\ ,$$

quanto la

$$ap_{11}d+bq_{11}d+cr_{11}d=\cos.n \qquad \text{ossia}$$

$$ap_{11}+bq_{11}+cr_{11}=\frac{1}{\varpi}\ ;$$

e siccome la prima di queste equazioni dà

$$a_1p_1+b_1q_1+c_1r_1+ap_{11}+bq_{11}+cr_{11}=-m_1\,\text{sen.}\,m\ ;$$

così sarà

$$T=-m_1\,\text{sen.}\,m-\frac{1}{\varpi}\ .$$

Se le rette faranno tutte colla linea data angoli eguali fra loro si avrà $T=-\frac{1}{\varpi}$, e conseguentemente per le coordinate della linea di stringimento, e per la E, distanza suddetta di essa dalla linea data, si avranno

$$x=p+\frac{a}{\varpi\xi_1^2}\ ,\quad y=q+\frac{b}{\varpi\xi_1^2}\ ,\quad z=r+\frac{c}{\varpi\xi_1^2}\ ,$$

ed $E^2\xi_1^4=\frac{1}{\varpi^2}$ ossia $\varpi^4\xi_1^4=\frac{\varpi^2}{E^2}$;

dimodochè se esse saranno le normali ordinarie della linea data avrassi

$$d^4\xi_i^4 = \frac{d^4}{E^4} ;$$

ma d'altronde, per questo caso, si ha anco

$$d^2\xi_i^2 = 1 + d^2\psi'^2$$

dove ψ esprime il complesso degli angoli di torsione della stessa curva data: adunque sarà

$$\frac{d^4}{E^2} = (1 + d^2\psi'^2)^2 ,$$

e quindi E maggiore del d, come dimostrò altrimenti il Maggi.

Così se la curva data sarà in una superficie, e le rette (10) siano *normali* di questa superficie, per essere il seno dell'angolo fatto dalla tangente la curva data con quella della sua conjugata eguale ad $\frac{1}{\varpi\xi_i}$, le espressioni delle coordinate x, y, z e della distanza E qui esposte visibilmente, in questo caso, coincideranno colle espressioni delle analoghe quantità pubblicate cogli Annali del signor Tortolini nel p. p. mese di giugno dal prof. Brioschi.

Supposto le rette (10) tutte perpendicolari alla curva data, facilmente hansi le due equazioni

$$0_i^2 = \mu_i^2 + k^2\xi_i^2 + k_i^2 + 2kT \quad , \quad 0_i \cos. 0k = k_i ,$$

dove $k = \frac{1}{\varpi\xi_i^2}$, $\mu_i^2 = p_i^2 + q_i^2 + r_i^2$, $0_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$, e ξ complesso degli angoli descritti dalle rette k come sopra; e però si avranno

$$0 = \int \sqrt{\left(\mu_i^2 + k_i^2 - \frac{k}{\varpi}\right)} d\alpha \quad , \quad \cos. 0k = \frac{k_i}{0_i} ,$$

cioè l'arco della curva di stringimento e l'angolo $0k$ da esso fatto colla retta k che è nella stessa (10).

Le p, q, r coordinate di una trajettoria ortogonale alla famiglia delle rette (10) soddisfaranno queste medesime due equazioni, ed anco la

$$\left(\frac{p}{a}\right)_i + bB_i + cC_i = 0 ;$$

per cui la conoscenza di queste trajettorie dipenderà dall' $\int(bB_i + cC_i)d\alpha$, e le porzioni delle rette (10) intercette fra due loro trajettorie ortogonali saranno eguali fra loro.

[6] Si chiami s l'arco della linea (1) corrispondente alle ordinate x, y, z, ed $A(s, \alpha)$ o semplicemente A l'area di quella porzione o plaga della superficie luogo di tutte le linee (1), che ha un angolo compreso dall'arco s e da quello della linea per cui lo $\int_{x_\alpha}^{0} \sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)}\, dx$ è indipendente dalla α, cioè corrispondente alla x_α, che soddisfa la equazione

$$x'_\alpha \sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)} + \int_{x_\alpha}^{0} \frac{f' f'_\prime + \varphi' \varphi'_\prime}{\sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)}}\, dx = 0 ,$$

ed il rimanente contorno individuato o almeno in linee individuate.

Le x, y, z, pel punto comune alle prime due linee, evidentemente saranno funzioni delle α, s, e queste variabili indipendenti l'una dall'altra; e però sarà $\left(\frac{d^2 A}{d\alpha\, ds}\right)$ *eguale* al seno dell'angolo anzidetto, ovvero *eguale* a

$$\sqrt{((x'_s y'_\alpha - x'_\alpha y'_s)^2 + (x'_s z'_\alpha - x'_\alpha z'_s)^2 + (y'_s z'_\alpha - y'_\alpha z'_s)^2)} .$$

Ma pel caso presente sono

$$x'_s y'_\alpha - x'_\alpha y'_s = x'_s f_\prime \quad , \quad x'_s z'_\alpha - x'_\alpha z'_s = x'_s \varphi_\prime ,$$

$$y'_s z'_\alpha - y'_\alpha z'_s = (f' \varphi_\prime - \varphi' f_\prime) x'_s \quad , \quad \text{ed} \quad x'_s = 1 : \sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)} ;$$

adunque sarà

$$\left(\frac{d^2 A}{d\alpha\, ds}\right) = \sqrt{(f_\prime^2 + \varphi_\prime^2 + (f' \varphi_\prime - \varphi' f_\prime)^2)} : \sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)}$$

ossia

$$\left(\frac{d^2 A}{d\alpha\, ds}\right) = \sqrt{\left(f_\prime^2 + \varphi_\prime^2 - \frac{(f' f_\prime + \varphi' \varphi_\prime)^2}{1 + f'^2 + \varphi'^2}\right)} \quad \text{cioè} \quad \left(\frac{d^2 A}{d\alpha\, ds}\right) = \sqrt{Q} .$$

La superficie sia la rigata rappresentata colle equazioni (10); e si avrà

$$\left(\frac{d^2 A}{d\alpha\, ds}\right) = \sqrt{\left(\xi_\prime^2 \frac{x^2}{a^2} + 2M \frac{x}{a} + N\right)} ,$$

ed anco, per essere $x = sa$,

$$A'_\alpha = \int \sqrt{(\xi_\prime^2 s^2 + 2Ms + N)}\, ds .$$

Quantunque questa integrazione rispetto alla s sia facilmente eseguibile, qualunque sia la superficie rigata, nulladimeno stimo bene di eseguirla pel solo caso di

$$f(x, \alpha) = r \operatorname{sen.} \alpha - x \operatorname{cot.} i \cos. \alpha \quad , \quad \varphi(x, \alpha) = r \cos. \alpha + x \operatorname{cot.} i \operatorname{sen.} \alpha$$

ossia

$$x = s \operatorname{sen.} i \quad , \quad y = r \operatorname{sen.} \alpha - s \cos. i \cos. \alpha \quad , \quad z = r \cos. \alpha + s \cos. i \operatorname{sen.} \alpha \ ,$$

cioè di limitarmi alla superficie rappresentata colla equazione

$$y^2 + z^2 = r^2 + x^2 \operatorname{cot.}^2 i \ ,$$

che è una iperboloide di rotazione avente r per raggio del minimo parallelo, i per angolo fatto dalle rette sue generatrici coll'asse di essa e delle ordinate x, ed il centro nella origine delle coordinate.

In questo caso essendo $a = \operatorname{sen.} i$, $b = -\cos. i \cos. \alpha$, $c = \cos. i \operatorname{sen.} \alpha$, $B = r \operatorname{sen.} \alpha$, e $C = r \cos. \alpha$ risultano $\xi_7^2 = \cos.^2 i$, $M = 0$, ed $N = r^2 \operatorname{sen.}^2 i$: e però

$$A'_\alpha = \int \sqrt{(s^2 \cos.^2 i + r^2 \operatorname{sen.}^2 i)}\, ds \quad \text{ossia} \quad A'_\alpha = \frac{r}{m} \int \sqrt{(x^2 + m^2)}\, dx \ , \quad \text{cioè}$$

$$A'_\alpha = \frac{r}{2m} x \sqrt{(x^2 + m^2)} + \frac{1}{2} rm \log. \left(\sqrt{(x^2 + m^2)} + x\right) + \psi(\alpha) \ \textit{arbitraria} \ ,$$

dove $m = r \operatorname{sen.}^2 i : \cos. i$.

La porzione di superficie abbia il contorno verso l'origine nel minimo parallelo, cioè per x od $s = 0$ sia $A(\alpha, 0) = 0$ e però anco $A(\alpha, 0)'_\alpha = 0$; e si avrà

$$A'_\alpha = \frac{r}{2m} x \sqrt{(x^2 + m^2)} + \frac{1}{2} rm \log. \frac{1}{m} \left(\sqrt{(x^2 + m^2)} + x\right) .$$

Se in questa espressione si ponesse invece d' x il suo valore, in generale funzione della α, e si integrasse la risultante rispetto alla α, e questo integrale si particolarizzasse mediante il rimanente contorno, si otterrebbe l'area della porzione o plaga di superficie corrispondente a queste condizioni.

Quest'ultimo contorno corrisponda alla $\alpha = 0$, cioè sia nella retta rappresentata colle equazioni $y = f(x, 0)$, $z = \varphi(x, 0)$, inoltre la retta s sia *costante* rispetto alla α, e si avrà

$$A(\alpha, s) = \frac{r\alpha}{2m} x \sqrt{(x^2 + m^2)} + \frac{1}{2} rm\alpha \log. \frac{1}{m} \left(\sqrt{(x^2 + m^2)} + x\right) .$$

Dimodochè l'area della porzione della iperboloide compresa tra il minimo parallelo e lo avente da questo la distanza x cioè $A(2\pi, s)$ sarà

$$\pi \frac{r}{m} x \sqrt{(x^2 + m^2)} + \pi rm \log. \frac{1}{m} \left(\sqrt{(x^2 + m^2)} + x\right) .$$

Si ponga $y^2+z^2=u^2$, e fra le x, u coordinate rettangole del meridiano principale della superficie si avrà $u^2=r^2+x^2\,\text{cot.}^2 i$;
e l'area dianzi contemplata sarà, come è notissimo, eguale anco alla espressione

$$2\pi\int^0\sqrt{(u^2+u^2u'^2)}\,dx\ ,$$

la quale, per essere $u^2+u^2u'^2=\frac{r^2}{m^2}(x^2+m^2)$, si riduce alla seguente

$$2\pi\frac{r}{m}\int^0\sqrt{(x^2+m^2)}\,dx$$

identica alla trovata col metodo generalissimo sopra usato, sebbene l'attuale superficie sia una di quelle il cui piano tangente in un punto qualunque abbia porzioni da una banda e porzioni dall'altra della superficie stessa; giacchè, come si sa, in esso vi sono ambedue quelle rette generatrici di essa medesima che passano pel punto di contatto.

[7] Si rappresentino con $s, \omega, 0, u, \ldots.$ altrettante parti della retta (10) successive l'una all'altra, e con $p, q, r, v, \ldots.$ quelle parti di linee qualsivogliono esistenti nella superficie luogo della famiglia delle stesse rette (10), che hanno i termini variabili ordinatamente nei termini comuni alle rette $s, \omega : \omega, 0 : 0, u : u, \ldots.$ e gli altri in una individuata retta della medesima famiglia: e si chiamino $h, l, m, n, \ldots.$ i prodotti $p'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{ps}$, $q'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{qs}$, $r'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{rs}$, $r'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{vs}$, ...

Se la derivata rispetto alla α dell'area di quella porzione quadrilatera della superficie luogo anzidetto, che ha per lati p, ω, q e la parte corrispondente di quest'ultima retta individuata sarà *eguale* ad $\frac{1}{2}\omega(h+l)$, la superficie sarà sviluppabile.

Di fatto, ammessa questa proprietà, evidentemente si hanno

$$\frac{1}{2}\omega(h+l)+\frac{1}{2}0(l+m)=\frac{1}{2}(\omega+0)(h+m)\ ,$$

$$\frac{1}{2}0(l+m)+\frac{1}{2}u(m+n)=\frac{1}{2}(0+u)(l+n)\ ,$$

$\ldots.$ e però

$$\frac{1}{\omega}(l-h)=\frac{m-l}{0}=\frac{n-m}{u}=\ldots. \quad \text{cioè} \quad \frac{l-h}{\omega}=g \ \textit{costante}$$

rispetto sì alla ω che alla s, e conseguentemente

$$q'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{qs}=g\omega+p'_\alpha\,\text{sen.}\,\widehat{ps}\ .$$

Ma per una qualunque linea p esistente nella superficie luogo delle linee

analoghe alla s rappresentata colle equazioni (1) ha luogo la relazione

$$p'_\alpha \text{ sen. } \widehat{ps} = \sqrt{(f_t'^2 + \varphi_t'^2 + (f'\varphi_t - \varphi' f_t)^2)} : \sqrt{(1 + f'^2 + \varphi'^2)} ,$$

che limitata alla attuale superficie, e supposto il primo termine della s nel piano degli assi delle y, z, somministra

$$p'_\alpha \text{ sen. } \widehat{ps} = \sqrt{(\xi_t'^2 s^2 + 2Ms + N)} ;$$

adunque avrassi la equazione

$$g\omega + \sqrt{(\xi_t'^2 s^2 + 2Ms + N)} = \sqrt{(\xi_t'^2 (s+\omega)^2 + 2M(s+\omega) + N)} ,$$

ossia $$(\xi_t'^2 - g^2)(s^2 \xi_t'^2 + \omega s \xi_t'^2 + Ms) + M^2 - Ng^2 = 0 ,$$

la quale sussistendo qualunque sia s dà

$g^2 = \xi_t'^2$, ed $M^2 = N\xi_t'^2$ cioè $(b_t B_t + c_t C_t)^2 = (B_t^2 + C_t^2 - (bB_t + cC_t)^2)\xi_t'^2$.

Ma quest'ultima equazione equivale alla

$$((ac_t - ca_t) B_t - (ab_t - ba_t) C_t)^2 = 0 \quad \text{e però alla} \quad B_t \left(\frac{c}{a}\right)_t = C_t \left(\frac{b}{a}\right)_t$$

la quale ha luogo per le sole superficie sviluppabili, per le quali evidentemente è $g^2 = \xi_t'^2$; adunque, se la derivata dell' area suddetta sarà eguale ad $\frac{1}{2}\omega(h+l)$, la superficie sarà sviluppabile.

Visibilmente in questo caso avrassi

$$A'_\alpha = \int \left(\xi_t' s + \frac{M}{\xi_t'}\right) ds .$$

[8] Il corpo compreso tra la superficie luogo delle linee (1): il piano degli assi delle ordinate x, y: i due piani perpendicolari all'asse delle x corrispondenti alle $x = u$, $x = v > u$: e le due superficie, in generale cilindriche, parallele all'asse delle z ed aventi per tracce, nel piano degli assi delle x, y, le due linee rappresentate colle equazioni

$$y = f(x, h) \quad , \quad y = f(x, l) ,$$

dove $h < l$ evidentemente ha il volume eguale all'

$$\int_v^u \left(\int_l^h \varphi(x, \alpha)\, f(x, \alpha)'_\alpha \, d\alpha \right) dx$$

E per tanto un corpo che abbia due facce piane perpendicolari coll'asse delle x, e corrispondenti alla $x = u$, $= v$, e la rimanente superficie poliedrica e composta di più parti analoghe fra loro, di cui la *n esima* sia il luogo geometrico della famiglia delle linee

$$y = f_n(x, \alpha) \quad , \quad z = \varphi_n(x, \alpha)$$

da $\alpha = \alpha_n$ ad $\alpha = \alpha_{n+1}$, avrà il volume eguale ad

$$\int_v^u \left(\Sigma \int_{\alpha_{n+1}}^{\alpha_n} \varphi_n(x, \alpha) \, f_n(x, \alpha)'_\alpha \, d\alpha \right) dx \ ,$$

dove Σ esprime la somma algebrica degli integrali per rispetto alla α, che dà l'area della sezione del corpo parallela al piano degli assi delle y, z ed alla distanza x dalla origine.

Se fosse $\varphi(x, \alpha) = H_n \, . \, I_n$, $f(x, \alpha) = \int \frac{M_n}{I_n} \, d\alpha$,

cioè le equazioni della famiglia delle linee (1) esistenti nella *n esima* parte della superficie poliedrica fossero

$$y = \int \frac{Mn}{In} \, d\alpha \quad , \quad z = H_n \, . \, I_n$$

il volume della parte anzidetta del corpo risulterebbe

$$\int_v^u \left(\Sigma \int_{\alpha_{n+1}}^{\alpha_n} H_n M_n \, d\alpha \right) dx \ ;$$

dimodochè qualunque funzione delle x, α sia la I_n , se le H_n, M_n saranno rispetto alla x funzioni algebraiche-razionali-intere, per questo volume avranno luogo le proprietà da me esposte nel tomo decimonono della Società Italiana pubblicato nell'anno 1822.

Per esempio: se H_n, M_n saranno eguali una ad $A_n x^2 + B_n x + C_n$ e l'altra a $D_n x + E_n$, dove A_n, B_n, C_n, D_n, E_n siano funzioni della sola α, il volume anzidetto sarà eguale a

$$\int_v^u \left\{ \begin{array}{l} x^3 \Sigma \int A_n D_n \, d\alpha + x^2 \Sigma \int (A_n E_n + B_n D_n) \, d\alpha \\ + x \Sigma \int (B_n E_n + C_n D_n) \, d\alpha + \Sigma \int C_n E_n \, d\alpha \end{array} \right\} dx \ ;$$

e però avrà luogo il teorema sulle cubature da me chiamato di Torricelli; ed

anco sarà eguale alla somma delle aree delle due sole sezioni corrispondenti alla

$$x = u + \frac{v-u}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \quad , \quad x = u + \frac{v-u}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$$

moltiplicata per $\frac{1}{2}(v-u)$.

Pel caso particolarissimo di $I_n = 1$ qualunque sia l'n, il corpo qui contemplato sarà lo stesso da me considerato in una delle proposizioni matematiche teorico-pratiche pubblicate in Pavia nell'anno 1830, che comprende tutti i casi di $A_n = 0$, cioè che la superficie convessa del corpo sia rigata, trattati parzialmente da altri in questi ultimi anni. Anzi si può osservare che in questi casi il volume del corpo è anco eguale ad un quarto di $v-u$, moltiplicato pel binomio, avente per primo termine l'area della sezione corrispondente alla $x = u$ e per secondo termine il *triplo* di quella della corrispondente alla $x = u + \frac{2}{3}(v-u)$, come si dimostrò nelle proposizioni anzicitate.

Parte seconda.

Qui espongo alcune proprietà analoghe ad altre da me pubblicate in varie occasioni e relative alle linee od alle superficie aventi almeno le rette od i piani tangenti fra loro paralleli ciascuno a ciascuno.

[1] Due curve a tangenti parallele ciascuna a ciascuna sono nella medesima superficie sviluppabile; e nei punti dei contatti di esse con due di queste tangenti parallele qualsivogliono hanno i piani normali e gli osculatori rispettivamente fra loro paralleli, le normali ordinarie pure parallele, le derivate dei complessi degli angoli di contingenza sì di prima che di seconda specie rispettivamente eguali, e le curve luoghi dei centri delle loro sfere osculatrici, che sono anch'esse a tangenti parallele ciascuna a ciascuna: tutte queste proprietà io le ritengo per sè stesse evidenti; e passo a dimostrarne altre.

Si chiamino x, y, z, s, d ; p, q, r, S, D ordinatamente le coordinate rettangole, gli archi ed i raggi delle ordinarie curvature corrispondenti a due qualsivogliono punti dei contatti anzidetti.

Pel parallelismo di queste tangenti sarà p funzione della x, e però

$$(1) \qquad q' = y'p' \quad , \quad r' = z'p' \; ;$$

e siccome sono $s' = \sqrt{(1 + y'^2 + z'^2)}$, $S' = \sqrt{(p'^2 + q'^2 + r'^2)}$, ed $\frac{S'}{D} = \frac{s'}{d}$;

così si avranno anco

$$S' = s'p' \quad , \quad D = dp' \; :$$

gli apici indicano ed indicheranno derivate rispetto alla x variabile principale.

E per essere $\frac{q'}{p'} = \frac{y'}{1}$, $\frac{r'}{p'} = z'$ si hanno $\frac{(q-y)'}{(p-x)'} = y'$, $\frac{(r-z)'}{(p-x)'} = z'$; e però

le tangenti della curva avente le coordinate $p-x$, $q-y$, $r-z$ ossia il raggio vettore eguale e parallelo alla retta che unisce i punti, ove le due antecedenti sono toccate dalle loro tangenti parallele, saranno anch'esse parallele a queste ultime, e la derivata del suo arco sarà $(p-x)'s'$ cioè $S'-s'$.

I raggi delle sfere osculatrici di due curve a tangenti parallele ciascuna a ciascuna non hanno, in generale, fra loro una relazione analoga alla qui esposta per quelli delle loro circonferenze osculatrici, perchè la sussistenza di essa richiederebbe $(p'.d)'$ *eguale* al semplice prodotto $p'.d'$, ciò che non può essere.

[2] Le due curve a tangenti parallele abbiano la distanza dei suddetti punti di contatto *eguale* ad h *costante;* cioè fra le coordinate di questi loro punti vi siano le equazioni (1) ed anco la

$$(p-x)^2 + (q-y)^2 + (r-z)^2 = h^2. \qquad (2)$$

Ponendo $p = x + ht$, $q = y + hu$, $r = z + hv$,
dove t, u, v esprimono nuove funzioni della x, queste tre equazioni (1, 2) si riducono alle

$$u' = at' \ , \quad v' = ct' \ , \qquad (3)$$

$$t^2 + u^2 + v^2 = 1 \ , \text{ ove } a = y', \text{ e } c = z'. \qquad (4)$$

La (4) derivata rispetto alla x dà

$$tt' + uu' + vv' = 0 \ ,$$

che per le (3) riducesi

$$(t + au + vc)t' = 0 \ ;$$

e però sarà $t' = 0$, ovvero

$$\ldots\ t + au + cv = 0 \ . \qquad (5)$$

Ammessa la $t' = 0$, le (3) danno $u' = 0$, $v' = 0$; e pertanto saranno

$$p = x + A \ , \quad q = y + B \ , \quad r = z + C \ ,$$

A, B, C sono costanti; cioè la seconda curva sarà uno dei luoghi nei quali si potrà trasportare la stessa prima, facendo percorrere a tutti i punti di essa rette eguali e parallele fra loro.

L'altra equazione emersa, cioè la (5) equivalendo alla

$$p - x + (q - y)a + (r - z)c = 0 \quad (6)$$

manifesta, combinata colle (1, 2), le due curve fra loro parallele ed alla distanza h.

Farò qui vedere come si possa trovare la seconda di queste curve tra loro parallele allorchè si conosca la prima.

Derivando la equazione (5), e nella risultante ponendo i valori delle u', v' dati dalle (3), si ottiene la

$$ua' + vc' + \frac{m^2}{c}v' = 0 ,$$

ossia $u = -\frac{c'}{a'}v - \frac{m^2}{ca'}v'$; e però stante la stessa (5) sarà

$$t = \frac{1}{a'}(ac' - ca')v + \frac{am^2}{ca'}v' ,$$

dove $m^2 = 1 + a^2 + c^2$.

Sostituendo questi valori delle t, u nella equazione (4), si ha la

$$c^2\{(ac' - ca')^2 + a'^2 + c'^2\}v^2 + 2cm^2(a^2c' - aca' + c')vv' + m^4(1 + a^2)v'^2 = c^2a'^2 ,$$

ossia

$$m^4n^2v'^2 + 2cm^2n(nc' - cn')vv' + c^2(a'^2 + c'^2 + (ac' - ca')^2)v^2 = c^2a'^2 ,$$

la quale dà la seguente

$$m^2n^2v' + cn(nc' - cn')v = \pm ca'\sqrt{(n^2 - m^2v^2)} ,$$

ove $n^2 = 1 + a^2$.

In quest'ultima equazione si ponga $v = \frac{n}{m}\mu$, μ nuova funzione della x; e si avrà la

$$mn^2\mu' = \pm ca'\sqrt{(1 - \mu^2)} \quad \text{ossia} \quad (\text{Ang. cos. } \mu)' = \mp \frac{ca'}{mn^2} ;$$

e per tanto, ammesso

$$\mp \frac{ca'}{mn^2} = \xi' \quad \text{ossia} \quad \xi = \mp \int \frac{ca'}{mn^2}\,dx ,$$

sarà $v = \frac{n}{m}\cos.\,\xi$.

Questo valore della r sostituito nelle espressioni delle t, u sopra esposte somministra

$$t = -\frac{c}{mn}\cos.\,\xi \pm \frac{a}{n}\,\text{sen.}\,\xi\,,$$

$$\text{ed}\quad u = -\frac{ac}{mn}\cos.\,\xi \mp \frac{1}{n}\,\text{sen.}\,\xi\,.$$

Quindi per le p, q, r coordinate della linea richiesta si avranno

$$p = x - \frac{h}{mn}(c\cos.\,\xi \mp am\,\text{sen.}\,\xi)\,,$$

$$q = y - \frac{h}{mn}(ca\cos.\,\xi \pm m\,\text{sen.}\,\xi)\,,$$

$$(7)\qquad r = z + \frac{hn}{m}\cos.\,\xi\,,$$

ovvero le equazioni (2, 6, 7).

Essendo $\frac{r-z}{h} = \frac{n}{m}\cos.\,\xi$, ed $\frac{r-z}{h}$ il coseno dell'angolo fatto dalla retta h coll'asse delle z, ed $\frac{n}{m}$ il seno di quello fatto con questo medesimo asse dalla tangente della prima curva, lo ξ sarà l'angolo diedro compreso dai due piani che passano per questa tangente e l'uno per la retta h e l'altro per la ordinata z.

Volendo le funzioni della x valori delle p, q, r per una particolare parallela alla prima curva converrà determinare opportunamente la costante contenuta nell'angolo ξ come integrale completo

di $\quad\frac{ca'}{mn^3}$ cioè di $\frac{y''}{1+y'^2}\cdot\frac{z'}{\sqrt{(1+y'^2+z'^2)}}$.

[3] Se le due curve a tangenti parallele ciascuna a ciascuna dovessero avere *eguale* ad h *costante* la distanza di queste medesime tangenti, invece della equazione (2) si avrebbe la

$$(q-y-a(p-x))^2+(r-z-c(p-x))^2$$
$$+(c(q-y)-a(r-z))^2 = h^2(1+a^2+c^2)\,,$$

la quale col porre

$$q = y + hu + a(p-x)\quad\text{ed}\quad r = z + hv + c(p-x)\,,$$

dove u, v esprimono due nuove funzioni della x, visibilmente si riduce alla seguente

$$(8)\qquad u^2+v^2+(cu-av)^2 = 1+a^2+c^2\,.$$

E col porre nella (1) in luogo delle q', r' i loro valori

$$y' + hu' + (p - x)a' + a(p' - 1) ,$$
$$z' + hv' + (p - x)c' + c(p' - 1) ,$$

si hanno le

$$(9) \qquad hu' + (p - x)a' = 0 \quad , \quad hv' + (p - x)c' = 0 ,$$

che danno la

$$a'v' - c'u' = 0 ,$$

la quale combinata colla (8) ed una delle (9) somministra le reciproche proprietà delle due curve, ed anco le p, q, r coordinate della seconda formate colle x, y, z della prima: come si può vedere nella aggiunta alla *Nota* sulle superficie, già pubblicata nel 1853 col Giornale dell'I. R. Istituto Lombardo, per cui non mi vi trattengo; e passo invece ad indicare come si possa avere una linea esistente nella superficie rappresentata colla equazione

$$(10) \qquad F(p, q, r) = 0 ,$$

la quale debba avere le tangenti parallele ciascuna a ciascuna a quelle della data rappresentata colle equazioni $y = y(x)$, $z = z(x)$.

Per la curva richiesta si ammetta $q = q(p)$, e però

$$r = r(p, q(p)) ;$$

e per il parallelismo delle tangenti sarà

$$q'(p) = y' \quad , \quad \text{ed} \quad r'(p) + r'(q)y' = z' ,$$

cioè avranno luogo la equazione (10) e la seguente

$$(11) \qquad F'(p) + y'F'(q) + z'F'(r) = 0 .$$

Se in queste due equazioni si ammettesse x *costante*, le p, q, r sarebbero evidentemente le coordinate della linea di contatto tra la superficie rappresentata colla (10), e la cilindrica parallela alla tangente la curva data nel suo punto corrispondente alla medesima ordinata x; ed ammettendo la x variabile, e la p quella funzione della stessa x, che rende identica la equazione $q'(p) = y'$, le p, q, r saranno in vece le coordinate della linea richiesta: evidentemente queste due linee avranno le tangenti fra loro conjugate.

Derivando rispetto alla x la equazione (11), in queste ultime ipotesi dichiarate, e ponendo y' in vece di $q'(p)$, si ha la

$$(12)\quad \left(F''(p)+y'^2F''(q)+z'^2F''(r)+2y'\left(\frac{d^2F}{dp\,dq}\right)+2z'\left(\frac{d^2F}{dp\,dr}\right)+2y'z'\left(\frac{d^2F}{dq\,dr}\right)\right)p' + F'(q)y''+F'(r)z''=0\ ,$$

la quale combinata colle (10, 11) somministrerà le funzioni delle x valori delle p, q, r coordinate della famiglia delle linee a cui apparterrà la richiesta, la quale si individuerà col determinare convenientemente la costante contenuta in questi valori delle p, q, r ed introdotta dalla integrazione della equazione che otterrassi col porre nella (12) i valori delle q, r cavati dalle (10, 11).

[4] Se due superficie abbiano i piani tangenti paralleli ciascuno a ciascuno e tutte eguali le distanze dei punti di contatto di esse con questi piani, esse medesime saranno od eguali ovvero parallele; cioè per queste superficie avranno luogo proprietà analoghe a quelle esposte superiormente per le linee curve.

Si chiamino $x, y, z(x, y)$; $p, q, r(p, q)$ le coordinate rettangole delle superficie e propriamente di due qualsivogliono loro punti ove sono toccate da piani paralleli.

Per le proprietà delle due superficie si avranno le due equazioni

$$(13)\qquad r'(p)=z'_x\ ,\quad r'(q)=z'_y\ ;$$

e la quantità

$$(p-x)^2+(q-y)^2+(r-z)^2$$

sarà *costante;* e le p, q saranno funzioni delle x, y, le quali sono variabili indipendenti.

Si pongano $p=x+s$, $q=y+t$, ed $r=z+u$,
dove s, t, u siano supposte funzioni delle x, y ; e si avranno le equazioni

$$p'=1+s'\ ,\quad p_{,}=s_{,}\ ;\quad q'=t'\ ,\quad q_{,}=1+t_{,}\ ,$$

ed anco le

$$r'(p)p'+r'(q)q'=z'+u'\ ,$$
$$r'(p)p_{,}+r'(q)q_{,}=z_{,}+u_{,}\ ,$$

le quali, per le antecedenti e la (13), equivalgono alle

$$(14)\qquad z's'+z_{,}t'=u'\ ,\quad z's_{,}+z_{,}t_{,}=u_{,}\ ,$$

Così, essendo $(s^2+t^2+u^2)$ *costante*, si hanno le equazioni

$$(15) \qquad ss'+tt'+uu'=0\ ,$$
$$ss_{,}+tt_{,}+uu_{,}=0\ ,$$

le quali pei valori (14) delle derivate $u', u_{,}$ si riducono alle

$$(s+uz')s'+(t+uz_{,})t'=0\ ,$$
$$(s+uz')s_{,}+(t+uz_{,})t_{,}=0\ ,$$

che danno le

$$(16) \qquad (s+uz')(t's_{,}-s't_{,})=0\ ,\quad (t+uz_{,})(t's_{,}-s't_{,})=0\ ;$$

ed eliminando la s dalle (15) hassi la

$$(17) \qquad t(t's_{,}-s't_{,})+u(u's_{,}-s'u_{,})=0\ .$$

Ma la sussistenza delle equazioni (16) visibilmente richiede le due

$$s+uz'=0\ ,\quad t+uz_{,}=0\ ,$$

cioè le superficie fra loro parallele: ovvero richiede la

$$t's_{,}-s't_{,}=0\ ,$$

la quale per la (17) dà anco la seguente

$$u's_{,}-s'u_{,}=0\ ,$$

e gli integrali generali di queste due equazioni, dando per t ed u funzioni arbitrarie della s, riducono la quantità $s^2+t^2+u^2$, che dev'essere costante, funzione della sola s; adunque le s, t, u, in questo caso, saranno costanti. Vale a dire, la seconda superficie sarà un luogo ove potrà trasferirsi la prima, facendo percorrere a tutti i punti di essa rette eguali e parallele.

Parte terza.

Nel primo paragrafo di questa Parte vi sono le dimostrazioni analitiche delle due proposizioni seguenti, già enunciate e dimostrate geometricamente dal signor Dupin nella Memoria sui corpi galleggianti.

Le sezioni piane di un corpo, basi di altrettanti suoi segmenti equivalenti fra loro, sono tangenti nei rispettivi centri di gravità ad una medesima superficie; ed una qualunque di esse è parallela al piano tangente, nel centro di gravità del segmento corrispondente, alla superficie luogo dei centri di gravità di tutti i segmenti.

[1] Le coordinate occorrenti si supporranno tutte rettangole, ed in generale si chiameranno x, y, z: però quelle del centro di gravità del segmento si chiameranno P, Q, R, e quelle del piano della sezione p, q, r, ed esso si rappresenterà colla equazione

$$r = ap + bq + cr .$$

Dai punti comuni alle linee, che sono i contorni delle varie plaghe della porzione della superficie poliedrica faccia in generale convessa del segmento ed anco da quelli ai quali corrispondono massimi o minimi valori della ordinata x di esse, si immaginino altrettanti piani paralleli a quello degli assi delle ordinate y, z; e si rappresenti colla

$$z = f(x, y) \tag{1}$$

la equazione della superficie continua alla quale appartiene una plaga qualunque di quella lista della poliedrica, che è compresa tra due qualsivogliono piani prossimi qui nominati; e con V si rappresenti il volume dei segmenti, il quale non deve variare dall'un segmento all'altro; e si avranno

$$\begin{aligned}
V &= \Sigma \int \left(\Sigma \int (f(x,y) - ax - by - c)\, dy \right) dx , \\
PV &= \Sigma \int \left(\Sigma \int x(f(x,y) - ax - by - c)\, dy \right) dx , \\
QV &= \Sigma \int \left(\Sigma \int y(f(x,y) - ax - by - c)\, dy \right) dx , \\
RV &= \tfrac{1}{2} \Sigma \int \left(\Sigma \int (f(x,y)^2 - (ax + by + c)^2)\, dy \right) dx ;
\end{aligned} \tag{2}$$

purchè gli integrali rispetto alla x si estendano tra gli opportuni prossimi piani dianzi immaginati e quelli rispetto alla y agli estremi valori della y medesima per le plaghe ad essi corrispondenti, le quali saranno porzioni di superficie

continue analoghe alla rappresentata colla equazione (1); ed i Σ posti avanti agli integrali rispetto alla y esprimano le somme di tutti gli analoghi integrali per la intera sezione del segmento corrispondente alla ordinata x, e quelli scritti avanti gli integrali rispetto alla x esprimano le somme degli integrali analoghi occorribili per tutto il segmento.

Evidentemente il secondo membro della prima delle equazioni (2) sarà una funzione delle tre quantità a, b, c, la quale pel caso attuale dovrà essere data anzi invariabile, per cui una di queste tre quantità sarà funzione delle altre due, e queste indipendenti l'una dall'altra: qui si terrà la c funzione delle a, b, e però la a indipendente dalla b. Siccome i limiti di tutti gli integrali occorsi rispetto alla y sono, o indipendenti dalla posizione del piano, base del segmento, e però dalle quantità a, b, ovvero sono valori della medesima y, che annullano i loro corrispondenti quattrinomj analoghi all'

$$f(x, y) - ax - by - c \ ;$$

e quelli degli integrali rispetto alla x sono anch'essi, od indipendenti dalle quantità a, b, oppure corrispondono a somme analoghe alla

$$\Sigma\int(f(x, y) - ax - by - c)\, dy \ ,$$

che sono *nulle;* così nelle derivate totali rispetto alle a, b dei secondi membri delle equazioni (2) si considereranno questi limiti *costanti* tutti si rispetto alla a che rispetto alla b, giacchè negli sviluppi di tali derivate non vi saranno quelle dei limiti dei diversi integrali, o per essere loro medesimi costanti, ovvero nulli i coefficienti delle loro derivate. Per comprendere facilmente questa dichiarazione rammentisi che, essendo

$$G = \int_v^u F(x, z)\, dx \quad \text{ed} \quad F(x, z) = \int_t^s f(x, y, z)\, dy \ ,$$

ove gli u, v, s, t siano funzioni della z, si hanno

$$G'(z) = \int_v^u F'(z)\, dx + v'(z)\, F(v, z) - u'(z)\, F(u, z) \ ,$$

$$F'(z) = \int_t^s f'(z)\, dy + s'(z)\, f(x, s, z) - t'(z)\, f(x, t, z)$$

e però

$$G'(z) = \int_v^u \left(\int_t^s f'(z)\, dy \right) dx + v'(z)\, F(v, z) - u'(z)\, F(u, z)$$

$$+ \int_v^u s'(z)\, f(x, s, z)\, dx - \int_v^u t'(z)\, f(x, t, z)\, dx$$

Le medesime equazioni (2) o le loro equivalenti

$$\begin{aligned} V &= aB + bC + cA - I \,, \\ PV &= aD + bE + cB - L \,, \\ QV &= aE + bF + cC - M \,, \\ 2RV &= a^2D + b^2F + c^2A + 2abE + 2acB + 2bcC - N \,, \end{aligned}$$

dove $A, B, C, D, E, F, I, L, M, N$ sono poste in vece dei valori di

$$-\Sigma\int\left(\Sigma\int\varphi\, dy\right)dx$$

corrispondenti alla φ eguale ad

$$1, x, y, x^2, xy, y^2, f(x,y), xf(x,y), yf(x,y), f(x,y)^2,$$

derivate parzialmente rispetto alle quantità a, b, ritenuta però la c funzione sì della a che della b, danno le

$$\begin{aligned} (3) \qquad 0 &= B + Ac' \,, \quad 0 = C + Ac_{,} \,; \\ VP' &= D + Bc' \,, \quad VP_{,} = E + Bc_{,} \,; \\ VQ' &= E + Cc' \,, \quad VQ_{,} = F + Cc_{,} \,; \\ VR' &= Da + Eb + Bc + (Ac + Ba + Cb)c' \,, \\ VR_{,} &= Fb + Ea + Cc + (Ac + Ba + Cb)c_{,} \,, \end{aligned}$$

ove gli apici in alto significano derivate rispetto alla a e quelli in basso derivate rispetto alla b.

Le prime due di queste otto equazioni danno

$$c' = -\frac{B}{A} \,, \quad c_{,} = -\frac{C}{A} \,;$$

ma per le p, q, r coordinate della superficie toccata dai piani delle basi dei segmenti hanno luogo le tre equazioni

$$\begin{aligned} r &= ap + bq + c \,, \\ 0 &= p + c' \,, \quad 0 = q + c_{,} \,; \end{aligned}$$

adunque si avranno le

$$p = \frac{B}{A} \quad , \quad q = \frac{C}{A} \, ,$$

e la $$r = c + a\frac{B}{A} + b\frac{C}{A} \quad \text{ossia}$$

$$r = -\frac{1}{A}\Sigma\int\Big(\Sigma\int(ax + by + c)\,dy\Big)\,dx \, ,$$

le quali manifestano la prima proposizione enunciata.

Le prime sei delle medesime equazioni (3) visibilmente riducono le due ultime di esse alle

$$R' = aP' + bQ' \, ,$$

$$R_t = aP_t + bQ_t \, ,$$

le quali danno le

$$a = \frac{R'Q_t - Q'R_t}{P'Q_t - Q'P_t} \quad , \quad b = \frac{R'P_t - P'R_t}{Q'P_t - P'Q_t} \, ,$$

cioè la seconda delle medesime proposizioni enunciate.

[2] Un' altra proprietà che può riescire utile segnatamente a chi debba occuparsi di corpi galleggianti è pure la trattata analiticamente in questo paragrafo. Si denominino M, N due punti qualsivogliono di una superficie qualunque di forma ordinaria e propriamente di una porzione continua del luogo dei centri di gravità dei segmenti equivalenti sopra contemplati; ed essa si riferisca a tre assi ortogonali $Mx \ldots . , My \ldots . , Mz \ldots .$ di cui i primi due siano nel piano tangente ad essa medesima in M; e sarà rappresentabile colla equazione

$$z = \tfrac{1}{2}\, rx^2 + sxy + \tfrac{1}{2}\, ty^2 + \text{ecc.} \, ,$$

ritenuti r, s, t i valori delle derivate seconde parziali z'', z'_t, z_{tt} corrispondenti alle condizioni $x = y = z = z' = z_t = 0$;
ed ommessi i termini nei quali le x, y avrebbero più di due dimensioni, come si farà anco qui sotto.

Si chiamino: T la tangente dell' angolo compreso dalle due rette normali della superficie nei punti M, N: P la perpendicolare condotta alla seconda di queste normali dal punto della prima corrispondente alla $z = n$: M, N le stesse normali; ed n quest' ultimo punto della M.

Essendo $T^2 = z'^2 + z_t^2$, e

$$P^2 = ((x + zz' - nz')^2 + (y + zz_t - nz_t)^2 + (yz_t - xz')^2) : (1 + T^2) \, ,$$

si hanno

$$T^2 = ax^2 + 2bxy + cy^2 + \text{ecc.} ,$$
$$P^2 = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + \text{ecc.} ,$$

dove $a = r^2 + s^2$, $b = rs + st$, $c = s^2 + t^2$,

$A = 1 - 2nr + an^2$, $B = bn^2 - 2ns$, $C = 1 - 2nt + cn^2$;

e però i valori delle x, y , che rendano T *costante* e P massima o minima, e quelli che rendano *costante* P e T massima o minima soddisfaranno la equazione

$$P'(y)\ T'(x) - P'(x)\ T'(y) = 0 \qquad \text{ossia}$$
$$(Ab - Ba)x^2 + (cA - Ca)xy + (cB - Cb)y^2 + \text{ecc.} = 0 ,$$

cioè la seguente

$$(4) \qquad D(sx^2 + (t - r)xy - sy^2) + \text{ecc,} = 0 ,$$

dove D esprime $r + t + 2n(s^2 - rt)$.

Dimodochè la linea rappresentata con questa equazione (4) sarà la projezione ortogonale nel piano tangente in M alla superficie qualunque, di quella linea che è il luogo dei punti, di questa medesima superficie, a ciascuno dei quali corrisponde una normale N che ha le due proprietà seguenti: essa è la più o la meno distante dal punto n fra quelle che fanno colla M angoli eguali a quello fatto da essa medesima; ed anco è quella che fa il massimo od il minimo angolo colla stessa M fra quelle però aventi dal punto n distanze pari alla sua. Queste due linee poi sono in M evidentemente tangenti l'una dell'altra.

Ma la derivata seconda esatta della equazione (4) visibilmente risulta

$$2D(s + (t - r)y'_x - sy'^2_x) + \text{ecc.} = 0 ,$$

dove y'_x esprime la derivata della y presa rispetto alla x, ed ogni termine ommesso contiene almeno la prima potenza della x o della y; adunque per le x, y *nulle* cioè nel punto M in generale avrà luogo la equazione

$$sy'^2_0 - (t - r)y'_0 - s = 0 ,$$

la quale manifesta le curve anzidette tangenti in M alle linee delle curvature sferiche della superficie qualunque: ecco la proprietà per la superficie luogo dei centri di gravità dei suddetti segmenti fra loro equivalenti, cioè delle così dette carene dei corpi galleggianti che potrà riescire utile segnatamente nella idrostatica.

Parte quarta.

Espongo qui due metodi per iscoprire *facilmente* le relazioni che hanno luogo tra due o più delle quantità: α arco di una curva qualunque: d, D raggi della circonferenza e della sfera osculatrici di essa: φ, ψ complessi degli angoli di contingenza di prima e di seconda specie di essa medesima: ξ, μ complessi degli angoli compresi dalle successive posizioni effettive dei raggi d, D: s, S archi delle due curve luoghi dei centri della circonferenza e della sfera anzidette: λ arco di quella curva che ha i raggi vettori eguali e paralleli ai d: di cui la maggior parte furono con diversi metodi dimostrate dai signori Lancret, Mainardi, Saint-Venant, Molins, Jacobi, Frenet, Joachimsthal, Brioschi, ...

[1] Le x, y, z ; a, b, c ; A, B, C esprimeranno le coordinate rettangole degli archi α, s, S ; e gli apici posti ad un simbolo qualunque significheranno derivate di esso prese, in generale, rispetto all'arco α.

Si ponga $\quad x''^2+y''^2+z''^2=u \quad$ ed $\quad x'''^2+y'''^2+z'''^2=v$

e si avranno evidentemente le *sette* equazioni

$$x'^2+y'^2+z'^2=1 \quad , \quad x'x''+y'y''+z'z''=0 \ ,$$

$$x'x'''+y'y'''+z'z'''=-u \quad , \quad x''x'''+y''y'''+z''z'''=\tfrac{1}{2}u' \ ,$$

$$(1) \qquad ud^2=1 \quad , \quad 4u^3d'^2=u'^2 \quad , \quad \varphi'^2=u \quad ,$$

ed anco le *tre* seguenti

$$(A-x)x' + (B-y)y' + (C-z)z' = 0 \ ,$$

$$(A-x)x'' + (B-y)y'' + (C-z)z'' = 1 \ ,$$

$$(A-x)x'''+ (B-y)y'''+ (C-z)z''' = 0 \ ,$$

le quali equivalendo alle

$$h(A-x)=z'y'''-y'z''',$$

$$h(B-y)=x'z'''-z'x''',$$

$$h(C-z)=y'x'''-x'y''',$$

dove $h=x'y''z'''+x''y'''z'+x'''y'z''-x'y'''z''-x'''y''z'-x''y'z'''$

danno la

$h^2D^2=x'''^2+y'''^2+z'''^2-(x'x'''+y'y'''+z'z''')^2$ cioè $h^2D^2=v-u^2$.

Ma dalla seconda espressione della derivata di ψ esposta nel paragrafo 205 delle mie lezioni di calcolo (Milano 1831) risulta $h = u\psi'$; adunque si avrà

$$(2) \qquad u^2 D^2 \psi'^2 = v - u^2 .$$

Ed essendo $\psi'^2 = \left(\frac{x'y'' - y'x''}{\sqrt{u}}\right)'^2 + \left(\frac{x'z'' - z'x''}{\sqrt{u}}\right)'^2 + \left(\frac{y'z'' - z'y''}{\sqrt{u}}\right)'^2$,

visibilmente si ha

$$\psi'^2 = \frac{1}{u}\left(x'''^2 + y'''^2 + z'''^2 - (x'x''' + y'y''' + z'z''')^2\right) - \frac{u'^2}{4u^3}$$

cioè

$$(3) \qquad \psi'^2 = \frac{v}{u} - u - \frac{u'^2}{4u^3} :$$

come si otterrebbe colla terza espressione della derivata di ψ esposta nel medesimo paragrafo citato.

Questo valore di ψ'^2, per essere $h^2 = u^2\psi'^2$, dà

$$h^2 = uv - u^3 - \frac{1}{4}u'^2 ;$$

appunto come si otterrebbe usando le notissime espressioni del volume di una piramide triangolare dovute l'una all'Eulero e l'altra al Lagrange.

Così, per essere

$$s'^2 = \left(x + \frac{x''}{u}\right)'^2 + \left(y + \frac{y''}{u}\right)'^2 + \left(z + \frac{z''}{u}\right)'^2 ,$$

$$\xi'^2 = \left(\frac{x''}{\sqrt{u}}\right)'^2 + \left(\frac{y''}{\sqrt{u}}\right)'^2 + \left(\frac{z''}{\sqrt{u}}\right)'^2 ,$$

$$\text{e} \quad \lambda'^2 = \left(\frac{x''}{u}\right)'^2 + \left(\frac{y''}{u}\right)'^2 + \left(\frac{z''}{u}\right)'^2 ,$$

si hanno immediatamente

$$(4) \quad s'^2 = \frac{v}{u^3} - 1 , \qquad (5) \quad \xi'^2 = \frac{v}{u} - \frac{u'^2}{4u^3} , \qquad (6) \quad \lambda'^2 = \frac{v}{u} .$$

Se nelle equazioni (2, 3, 4, 5, 6) si pongano in vece delle quantità u, u' i loro valori dati dalle (1) ordinatamente si hanno le

$$(2') \quad vd^4 = 1 + D^2\psi'^2 , \qquad (3') \quad vd^4 = 1 + d'^2 + d^2\psi'^2 ,$$

$$(4') \quad vd^4 = 1 + s'^2 , \qquad (5') \quad vd^4 = d'^2 + d^2\xi'^2 , \qquad (6') \quad vd^4 = \lambda'^2 ,$$

le quali combinate fra loro in modo di eliminare la quantità v, ossia vd^4, somministrano altrettante relazioni delle $\alpha, d, \ldots$: per esempio, facendo una tale combinazione fra le $(2', 3')$, $(3', 5')$, $(2', 4')$, $(3', 4')$, $(4', 6')$ risultano le relazioni seguenti

$$(7') \quad D^2\psi'^2 = d^2\psi'^2 + d'^2,\ \xi'^2 = \varphi'^2 + \psi'^2,\ s' = D\psi',\ s'^2 = d'^2 + d^2\psi'^2,\ \lambda'^2 = 1 + s'^2.$$

Essendo $\cos.\widehat{sd} = \frac{d}{s'}(a'x'' + b'y'' + c'z'')$ ed $a'x'' + b'y'' + c'z'' = \frac{d'}{d}$, si ha $\cos.\widehat{sd} = \frac{d'}{s'}$. Ma per essere $d' = \Delta\psi'$ ed $s' = D\psi'$ risulta $\frac{d'}{s'} = \frac{\Delta}{D}$ cioè $\frac{d'}{s'} = \cos.\widehat{SD}$; adunque l'angolo sd sarà eguale all'SD ossia $D\Delta$: Δ esprime $\sqrt{(D^2 - d^2)}$ e propriamente la retta avente i termini nei centri della circonferenza e della sfera osculatrici.

[2] Se k esprima la retta avente i termini in due punti qualsivogliono di due curve, e p, q, r, ω ; $P, Q, R, 0$ le coordinate rettangole e gli archi di esse corrispondenti a questi due punti, e β l'arco della linea avente i raggi vettori *eguali* e *paralleli* alle rette k, evidentemente si hanno le equazioni

$$(P-p)(P'-p') + (Q-q)(Q'-q') + (R-r)(R'-r') = kk',$$

$$(P'-p')^2 + (Q'-q')^2 + (R'-r')^2 = \beta'^2,$$

$$(P'-p')P' + (Q'-q')Q' + (R'-r')R' - (P'-p')p' - (Q'-q')q' - R'-r')r' = \beta'^2,$$

le quali danno immediatamente le

$$(7) \quad 0'\cos.0k - \omega'\cos.\omega k = k', \qquad (8) \quad 0'^2 - 20'\omega'\cos.0\omega + \omega'^2 = \beta'^2,$$

$$(9) \quad 0'\cos.0\beta - \omega'\cos.\omega\beta = \beta', \quad \text{dove} \quad (10) \quad \beta'^2 = k'^2 + k^2t'^2,$$

e t esprime il complesso degli angoli compresi dalle successive posizioni della retta $\ldots k \ldots$, e la variabile principale è qualunque.

Facendo coincidere le curve $\omega, 0$ successivamente colle α, s ; α, S ; S, s sopra contemplate, le dodici equazioni risultanti e quelle che si possono avere combinando queste fra loro, rappresentano altrettante relazioni che hanno luogo fra le quantità $\alpha, s, S, d, \ldots$. Io qui mi limito a contemplare le seguenti

$$(11) \quad s'\cos.ds = d', \qquad (12) \quad S'\cos.DS = D', \qquad (13) \quad S' - s'\cos.sS = \Delta',$$

$$(14) \quad s'^2 + \alpha'^2 = d'^2 + d^2\xi'^2, \qquad (15) \quad S'^2 + \alpha'^2 = D'^2 + D^2\mu'^2,$$

$$(16) \quad S'^2 - 2S's'\cos.Ss + s'^2 = \Delta'^2 + \Delta^2\psi'^2,$$

che si desumono le prime tre dalla (7) e le altre dalla (8), le quali opportunamente combinate fra loro e colla (17) .... $\lambda'^2 = d'^2 + d^2\xi'^2$ desumibile dalla (10) danno le relazioni di cui si è parlato superiormente e quelle anco contenenti le S', μ'. Per esempio: ponendo nella (13) i valori delle S', s' cavati dalle (11, 12), ed osservando che cos. $DS = \frac{\Delta}{D}$ e cos. $sS =$ sen. ds, si ha tang. $ds = \frac{d}{\Delta}$ cioè tang. $ds =$ tang. DS, per cui le equazioni (11, 12, 13) danno le relazioni

$$\widetilde{SD} = \widetilde{ds} \quad , \quad \frac{d'}{s'} = \frac{D'}{S'} = \frac{\Delta}{D} .$$

Così la (16) o l'equivalente $(S' - s' \text{ cos. } sS)^2 + s'^2 \text{ sen.}^2 sS = \Delta'^2 + \Delta^2\psi'^2$ per la (13) dà $s' \text{ cos. } ds = \Delta\psi'$, e però le relazioni

$$s' = D\psi' \quad , \quad d' = \Delta\psi' ,$$

e quest'ultima la $D^2\psi'^2 = d'^2 + d^2\psi'^2$ ed anco $s'^2 = d'^2 + d^2\psi'^2$, che sono fra le esposte superiormente.

Col mezzo delle relazioni esposte si possono facilmente scoprire alcune singolarità che hanno luogo allorchè le s, d, ψ, ... abbiano proprietà speciali: ad esempio, colla (11), se sia $s' = d'$ si ha $\widetilde{ds} = 0$, e reciprocamente se $\widetilde{ds} = 0$ hassi $s' = d'$; e però una di queste proprietà renderà la curva s sviluppata della α; e siccome in tal caso la (17) dà $\psi' = 0$, così la curva α sarà piana: e per la prima delle (7'), se sia *d costante* e ψ' non *zero*, sarà $D = d$, e però $\Delta = 0$, cioè le curve α, s, S saranno cliche ordinarie, anzi le s, S coincideranno.

[3] Stimo bene di far osservare che colle equazioni (7, 8, 9, 10) non solo si possono scoprire le relazioni suddette, ma anco altre proprietà di due curve. Se le tangenti delle curve $\omega, 0$ ai termini di ogni retta k fossero parallele e questa medesima retta fosse costante, la equazione (7) ridurrebbesi alla $(0' - \omega') \text{ cos. } \omega k = 0$; e però o sarebbe l'angolo $\widetilde{\omega k}$ *retto*, ovvero sarebbe $0' = \omega'$, cioè $t' = 0$. Vale a dire, le due curve $0, \omega$ sarebbero o fra loro parallele, ovvero l'una sarebbe il luogo ove si potrebbe passare l'altra, facendo percorrere a tutti i suoi punti rette eguali e parallele fra loro, come si è dimostrato più sopra. Così se le rette .... k .... fossero perpendicolari alle due curve $0, \omega$, sarebbe $k' = 0$, cioè le parti di esse intercette tra le due curve sarebbero eguali fra loro.

Due aggiunte alla prima parte di questa Nota.

Prima. Se le linee della famiglia (1) fossero rappresentate colle equazioni

$$\lambda(x, y, z) = 0 \quad , \quad f(x, y, z, y', z') = 0 \ ,$$

di cui la seconda è alle derivate, per avere la linea di stringimento o di allargamento col metodo esposto, bisognerebbe eliminare dalla seconda di queste equazioni le quantità y, y' ovvero le z, z' mediante la prima di esse, trovare la primitiva completa di questa risultante e rappresentare la famiglia delle linee (1) colla prima delle due equazioni date combinata con questa medesima primitiva completa.

In questi casi però converrà il metodo seguente che non richiede integrazioni.

Siccome le y, y', z, z' sono funzioni della x e della costante arbitraria α, che sarebbe introdotta nella primitiva completa anzidetta, e le equazioni

$$\lambda' = 0 \quad , \quad \lambda_{,} = 0 \quad , \quad \lambda'' = 0 \quad , \quad \lambda'_{,} = 0$$

derivate parziali della $\lambda = 0$ danno

$$z' = p + qy' \quad , \quad z_{,} = qy_{,} \ ,$$
$$z'' = p' + q'y' + qy'' \quad , \quad z'_{,} = q'y_{,} + qy'_{,} \ ,$$

dove p, q esprimono $-\lambda'(x) : \lambda'(z)$, $-\lambda'(y) : \lambda'(z)$, e le p', q' i trinomj

$$p'(x) + p'(y)y' + p'(z)z' \quad , \quad q'(x) + q'(y)y' + q'(z)z' \ ;$$

e questi valori delle $z', z_{,}$ riducono il valore della Q ad u^2F, dove u esprime la derivata $y_{,}$, ed F la frazione

$$(1 + p^2 + q^2) \ : \ (1 + p^2 + 2pqy' + (1 + q^2)y'^2)$$

formata colle quantità x, y, z, y' ; così sarà

$$Q' = 2\,Fuu' + (F'_x + y'F'_y + z'F'_z + y''F'_{y'})u^2 \ .$$

Ma ponendo nelle equazioni $f' = 0$, $f_1 = 0$ i valori esposti delle derivate z_1 , z'', z'_1 hansi le

$$(f'_y + qf'_z + q'f'_{z'})u + (f'_{y'} + qf'_{z'})u' = 0 ,$$
$$f'_x + y'f'_y + z'f'_z + (p' + y'q')f'_{z'} + (f'_{y'} + qf'_{z'})y'' = 0 ,$$

le quali danno

$$u' = \frac{A}{B}u \quad , \quad y'' = \frac{C}{B} \quad \text{dove } A, B, C \text{ esprimono}$$

$$f'_y + qf'_z + q'f'_{z'} \quad , \quad -f'_{y'} - qf'_z \quad , \quad f'_x + y'f'_y + z'f'_z + (p' + y'q')f'_{z'} ;$$

adunque sarà

$$Q' = \frac{u^3}{B}\left(2AF + CF'_{y'} - B(F'_x + y'F'_y + z'F'_z)\right) .$$

Quindi per le x, y, z coordinate della linea di stringimento o di allargamento si avrà la equazione $\lambda = 0$ e quella, che risulterà, eliminando le derivate y', z' dalle tre

$$f = 0 \quad , \quad \lambda'_x + y'\lambda'_y + z'\lambda'_z = 0 ,$$
$$2AF + CF'_y - (F'_x + y'F'_y + z'F'_z)B = 0 .$$

Se nella equazione $f = 0$ non vi fossero z, z' sarebbero

$$A = f'_y \quad , \quad B = -f'_{y'} \quad , \quad C = f'_x + y'f'_y ,$$

e l'ultima equazione qui esposta si ridurrebbe

$$2Ff'_y + (f'_x + y'f'_y)F'_{y'} - (F'_x + y'F'_y)f'_{y'} = 0 .$$

In ultimo, se le linee (1) fossero nel piano degli assi delle coordinate x, y e rappresentate colla equazione alle derivate

$$f(x, y, y') = 0 ,$$

sarebbero $z = p = q = z' = 0$, $F = \frac{1}{1 + y'^2}$, $F'_x = F'_y = 0$, ed $F'_{y'} = -2y'F^2$; e conseguentemente la equazione della linea di stringimento o di allargamento sarebbe la risultante della eliminazione della derivata y' dalle due equazioni seguenti

$$f(x, y, y') = 0 \quad , \quad f'_y - y'f'_x = 0 .$$

Seconda. Il paragrafo [7] fu da me esposto perchè taluno crede tuttora la proprietà enunciata in esso di tutte le superficie generabili da una retta, mentre essa ha luogo per le sole superficie sviluppabili.

E qui stimo bene di porre anco l'aggiunta seguente «sebbene assai facile» al paragrafo terzo della *Nota sulle superficie* pubblicata nel Vol. IV di queste Memorie.

Essendo tang. $u = m$ tang. v , e tang. $u_1 = m$ tang. v_1 , si ha

$$\text{tang.}(u_1 - u) = m(\text{tang. } v_1 - \text{tang. } v) : (1 + m^2 \text{ tang. } v \text{ tang. } v_1) ,$$

ossia $$\text{tang. } y = 2m \text{ sen. } z : ((1 + m^2)\cos. z + (1 - m^2)\cos. 2x) ,$$

dove y, z esprimano gli effettivi angoli $u_1 - u$, $v_1 - v$, e l'x quello fatto dalla retta dividente pel mezzo il z colla tangente la linea della curvatura corrispondente al raggio λ .

Questa espressione della tang. y manifesta che, al variare dell'angolo x, varieranno gli y, sebbene corrispondenti a valori eguali del z; e che i valori dell'y potranno essere minori, eguali o maggiori di quelli del z medesimo: ed anco che l'y avrà due valori minimi assoluti eguali fra loro, e due massimi pure assoluti ed eguali anch'essi tra loro.

Per indicare con facilità a quali posizioni dell'angolo z corrispondono questi valori dell'y suppongo l'angolo z *acuto* ed il raggio λ *minore* del ρ, e però $m < 1$.

Gli angoli y evidentemente saranno minori, eguali o maggiori dei corrispondenti z, se sarà

$$2m \text{ sen. } z : ((1 + m^2)\cos. z + (1 - m^2)\cos. 2x)$$

minore, eguale o maggiore di $\frac{\text{sen. } z}{\cos. z}$, ossia negativo, nullo o positivo il prodotto

$$(1 - m)\text{ tang. } z((1 - m)\cos. z + (1 + m)\cos. 2x) ;$$

vale a dire, se il cos. $2x$ sarà minore, eguale o maggiore di $\frac{m-1}{m+1}\cos. z$.

I minimi valori dell'y poi corrisponderanno alle posizioni del z individuate dall'$x = 0$ ovvero dall'$x = 180^0$, ed i massimi a quelle individuate dall'$x = \pm 90^0$; ed essi avranno evidentemente per tangenti

$$2m \text{ tang. } \tfrac{1}{2} z : \left(1 - m^2 \text{ tang.}^2 \tfrac{1}{2} z\right) ,$$

$$2m \text{ tang. } \tfrac{1}{2} z : \left(m^2 - \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2} z\right) .$$

SUL SISTEMA VENOSO
DELLA FOSSA MEDIA DELLA BASE DEL CRANIO UMANO

E SPECIALMENTE SU DI UN NUOVO CANALE OSSEO OD AQUEDOTTO
PER CUI
ESSO COMUNICA CON QUELLO DELLA FOSSA POSTERIORE

MEMORIA

DI

ANDREA VERGA

Letta nell'adunanza del giorno 11 gennajo 1855.

È una disposizione anatomica, che io ho particolarmente avuto occasione di osservare nei cranii dei mentecatti, che in gran copia mi presentava la pia casa alla Senavra, ma che non dubito sia più o meno ovvia anche negli altri teschi.

Gli anatomici mentre si fanno scrupolo di annoverare tra i seni della dura madre il *seno longitudinale inferiore,* che in fin dei conti è una vena, il seno petroso-superiore, che suole essere non maggiore d'una vena, e il seno *circolare* o *coronario* della sella turca, che talvolta manca, è raro che descrivano nei loro trattati d'anatomia, e che indichino nei loro atlanti il seno *petroso anteriore,* quel seno cioè che, quando esiste, corre lungo lo spigolo anteriore della piramide dell'osso temporale (1). Tra gli antichi che avrebbero dovuto segnalarlo, perchè essi facevano l'anatomia sui bruti (e un tal seno è manifesto in alcuni mammiferi domestici), non trovai che Winslow che lo accennasse, col dire che 6 sono i seni petrosi, 3 da ciascun lato, uno anteriore, uno medio od angolare ed uno inferiore (2). Tra gli anatomici moderni poi soltanto Lauth di

(1) Gli anatomici antichi da me indarno consultati su quest'argomento sono: Santorini (Observationes anatomicæ. Venetiis, 1724), Acquapendente (Opera omnia anatomica et physiologica. Lugduni Batavorum, 1738), Columnio (De aqueductibus auris humanæ internæ anatomica dissertatio. Neapoli, 1761), Vicq d'Azyr (Traité d'anatomie et de physiologie, avec planches coloriées. Paris, 1786).

(2) Esposizione anatomica della struttura del corpo umano del d.r Jacopo Benigno Winslow tradotta dal francese. Napoli. 1775. Questo illustre danese, che fu chiamato il padre dell'anatomia descrittiva, visse dal 1669 al 1760.

Strasburgo (1) e Cortesi di Padova (2) ne fanno menzione. Dei seni petrosi anteriori, il Lauth dice: « *alcune volte sono piccolissimi, nè sempre si trovano, e collocati lungo il lembo anteriore della rocca, prendono la loro origine dalle vene della dura madre entro la fossa media del cranio, terminando nel seno cavernoso corrispondente.* » Secondo le mie osservazioni, questi seni comunicherebbero bensì col seno cavernoso frequentemente, ma il loro scarico ordinario sarebbe al di fuori del cranio per il foro spinoso insieme alle vene meningee medie, e nella fossa posteriore del cranio entro i seni laterali corrispondenti. Il professore Cortesi, trattando lo stesso argomento, ha queste parole: *esiste finalmente spesse volte un seno petroso anteriore ed inferiore che occupa il margine anteriore della rocca e riceve parte delle vene della base del cervello e di quelle del labirinto; esso si scarica nel cavernoso.* » Io non mi sono mai accorto che ricevesse direttamente delle vene dalla base del cervello, e quanto allo scaricarsi, ripeto che d'ordinario si scarica insieme alle vene meningee medie attraverso al foro spinoso nel plesso delle vene pterigoidee e posteriormente nei seni laterali.

Dell'esistenza di questo seno noi possiamo già trarre ragionevoli induzioni, dando un'occhiata, anche in un teschio secco, alla fossa media o sfeno-temporale della base del cranio, a quella cioè che è limitata dinanzi dalle piccole ali dello sfenoide, posteriormente dalla piramide dell'osso temporale, all'interno dalla sella turca e all'esterno dalla squama dell'osso temporale. In molti cranii infatti, massime d'individui vecchi, è facile il rimarcare in fondo di quella fossa due grandi solchi rettilinei, i quali non si potrebbero attribuire all'impressione dei giri cerebrali. Essi col loro incontro al foro spinoso (vedi *a a* Tav. III) formano d'ambo i lati un V aperto, di cui un ramo (*b b*) scorre lungo lo spigolo anteriore della piramide dell'osso temporale verso la squama, e l'altro (*c c*) va a finire alla punta della piccola ala corrispondente dello sfenoide, tagliando obbliquamente la fossa nella sua parte più profonda. Nel primo solco (che in alcuni mammiferi, come nel cane e nella volpe, si trova sempre e molto scolpito) si deve credere fosse adagiato il seno petroso anteriore: nel secondo si annicchiavano le due vene meningee che comunicando ampiamente fra loro con brevi vene trasverse, accompagnano l'arteria meningea media. In qualche caso lo spigolo anteriore della piramide ove s'incontra colla squama forma qua e là dei promontorii e come dei ponti, sotto i quali ha più libero e più sicuro corso il sangue di quel seno (*d*). Nelle sue vicinanze poi non è raro di trovare qualche

(1) Nuovo manuale per l'anatomico. Traduzione italiana. Milano, 1841, pag. 484.

(2) Degli organi costituenti l'apparato delle sensazioni. Parte I.ª, pag. 27. Padova, 1842.

forellino che attraversando l'osso temporale termina al davanti del meato uditorio esterno; esso è evidentemente destinato a mettere in relazione il nostro seno colle vene esterne, e merita d'essere annoverato fra gli emissari del Santorini. Nel cane e nella volpe un tale emissario è straordinariamente sviluppato, e mette nella vena temporale.

Io però non nego il fatto che qualche volta di detto seno non vi abbia traccia. E qual cosa è indefettibile nell'organismo umano? Allora pare sia desso supplito da un più ragguardevole plesso venoso della dura madre serpeggiante nella parte bassa della fossa media del cranio in direzione trasversa alla grand'ala dello sfenoide. Io l'ho delineato nella Tav. IV, ove si figura la base d'un teschietto ancor vestito della dura madre, in cui il detto plesso appariva naturalmente injettato. Nella fossa media destra esso vi è rappresentato insieme alle sue comunicazioni colle vene meningee medie (*a*), laddove nella sinistra non si adombrò che l'omonima arteria (*b*). Sia poi un plesso, sia una semplice vena o sia un vero seno, gli starebbe sempre bene l'epiteto di *petroso anteriore* (1).

Io non mi assumerò l'impegno di descrivere minutamente nè il seno nè il plesso, chè sarebbe tempo sprecato, giacchè nella complicatissima nostra macchina non vi ha tessuto che presenti maggiori anomalie che il vascolare, e particolarmente il venoso.

Toccherò soltanto di alcune vene, che mi parvero trascurate dagli anatomici, per le quali il sistema venoso della fossa posteriore della base del cranio si mantiene in diretta comunicazione col sistema venoso della fossa media. Così più volte vidi una grossa vena per la quale il sangue poteva dal seno laterale sinistro passare nel seno cavernoso dello stesso lato e viceversa. Nella base del teschietto di cui diedi la figura (Tav. IV), si vede parimenti una vena assai lunga decorrere dal seno laterale sinistro all'angolo interno del seno ottalmico collaterale (*c*). Più frequentemente incontrai una vena che partiva dal seno petroso superiore e discendendo a larghe spire nella fossa media del cranio andava a sboccare nell'angolo interno del seno ottalmico corrispondente. Simili vene sogliono essere manifestissime nei bambini avanti e poco dopo la nascita, non hanno valvole, epperò il sangue vi può correre in due opposte direzioni, e più frequentemente s'incontrano nella metà sinistra del cranio. Negli adulti, sia per la pressione che deve esercitare sopra di esse la massa encefalica per la posizione eretta, caratteristica dell'uomo, sia per più recondite ragioni, e particolarmente

(1) Forse ancor più conveniente gli sarebbe quello di *squamoso*, poichè un tal seno corrisponde all'angolo rientrante formato dall'incontro della piramide colla squama dell'osso temporale, e quindi è tutt'altro che parallelo agli altri due seni petrosi posteriore e superiore.

per essere cessato il bisogno delle medesime, perchè negli adulti è già abbastanza sviluppato il cervello e l'apparato membranoso che lo involge, si restringono e scompajono anche del tutto, sì che è difficile di rilevarle.

Ma una comunicazione tra il sistema venoso della fossa posteriore e quello della fossa media del cranio è costante, o pressochè costante, alla base della piramide temporale; ed è su di essa che io invoco, onorevoli Colleghi, particolarmente la vostra attenzione.

I trattati d'anatomia ci parlano delle vene emissarie *mastoidee*, delle vene emissarie *parietali*, delle vene *diploiche occipitali*, ec.; ma non trovo in alcuno di essi indicato un canal vascolare venoso, che alle anzidette vene potrebbesi paragonare, il quale trafora lo spigolo superiore della piramide temporale alla sua base. Esso incomincia posteriormente in quel solco in cui si adagia la porzione anteriore discendente del seno laterale, e attraversa lo spigolo superiore della rôcca in linea leggermente inclinata dall'indietro all'avanti, dall'esterno all'interno, sicchè la sua apertura anteriore riesce un po' inferiore ed interna rispettivamente alla posteriore, la quale anzi talvolta fu da me trovata incominciare al di sopra dello stesso spigolo, sicchè concorreva a formarla col suo angolo posteriore-inferiore l'osso parietale corrispondente. In qualche caso, come nel cranio di cui do la figura (Tav. III), il canale era così ampio e retto che vi si potè comodamente introdurre uno stecco (*c c*). Ma nella maggior parte dei crani esso è così piccolo e tortuoso che non si riesce a fargli passare dentro un esile specillo e nè pure una setola. In qualche caso dovetti segar l'osso verticalmente in sottili fette, e solo con questo artifizio, distrutte le molteplici sinuosità, potei attraversarlo con un filo, attenendomi alla guida di un foro che appariva nel centro di un dischetto di sostanza compatta presentato da ciascuna fetta dell'osso. Questo nuovo *aquedotto* (1) dell'osso temporale sfuggì sinora all'osservazione degli anatomici probabilmente anche per un altro motivo, per avere cioè le due aperture ordinariamente l'aspetto di fenditura o scheggiatura, e per essere l'apertura posteriore, che è la più grande, un po' coperta dallo spigolo superiore della rôcca che suole essere piegato all'indietro. Laonde per assicurarsi se essa esista o no, quando non si ha nelle mani un osso temporale separato, nè una base di cranio mancante della sua parte posteriore, bisogna spingere l'occhio attraverso al grande foro occipitale.

---

(1) Non mi si rimproveri l'abuso di questa parola, che venne consacrata dal Cotunnio e mantenuta da tutti li anatomici posteriori. L'analogia di sede e di funzioni mi consigliò di lasciar correr il nome di *aquedotto* ad un canale che serve d'astuccio ad un vaso venoso. Li *aquedotti del vestibolo e della coclea* che si osservano in altri punti della piramide dell'osso temporale, cosa sono finalmente se non canali per cui passano vasi sanguigni?

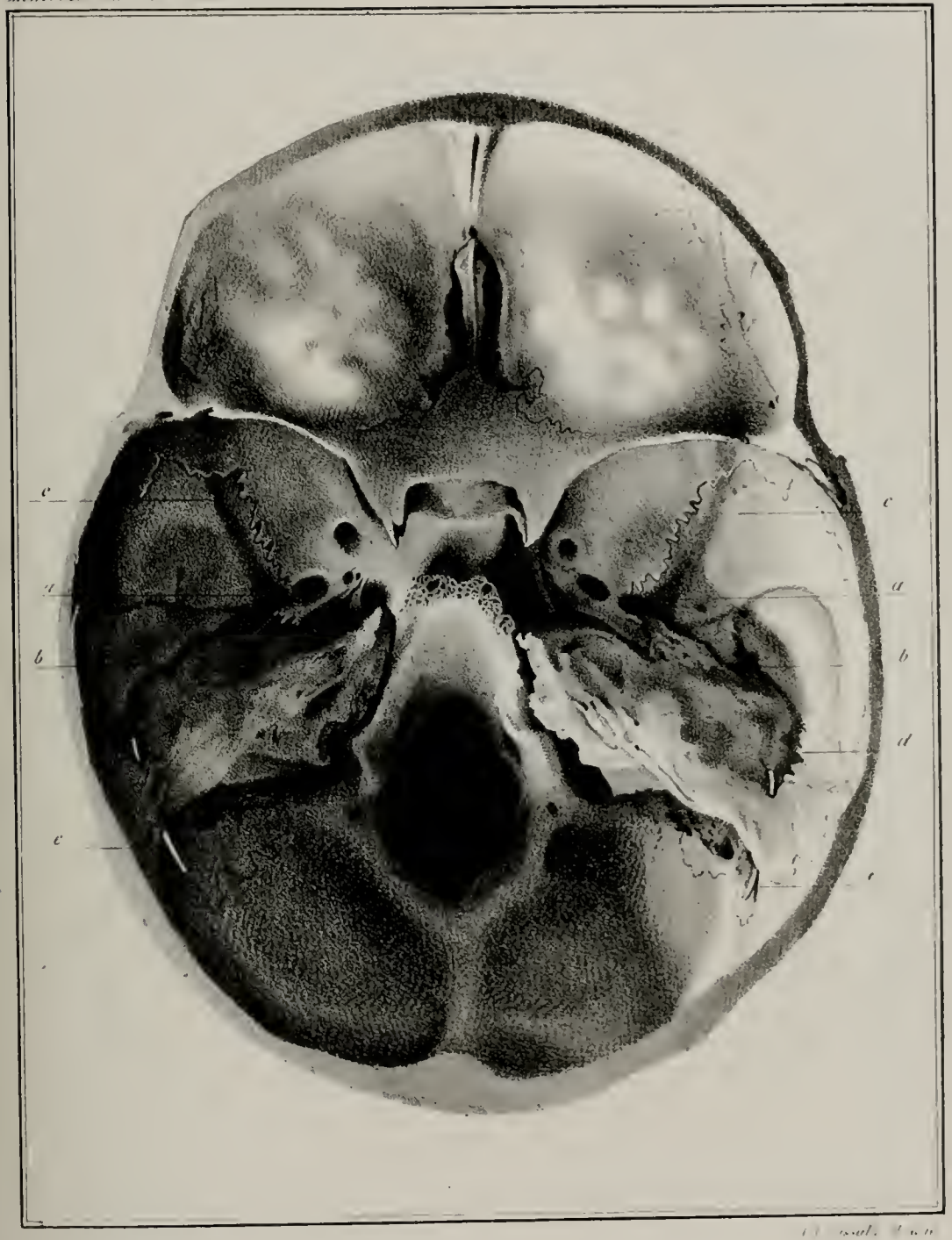
Nei feti, aprendo il seno laterale di contro alla rôcca temporale, ove sta per ripiegarsi in basso verso il golfo del Lower, si vede che non tutto il sangue si scarica per quella via, ma una parte diverge entro il seno petroso superiore, che in quell'età è molto ampio, e un'altra minore porzione imbocca un forellino schiacciato e semilunare (Tav. IV *d*) che è quasi in continuazione colla parte orizzontale del seno laterale, e viene a riuscire nella fossa media del cranio, ove forma un seno lungo lo spigolo anteriore della rôcca temporale, o un plesso, come di sopra ho detto. Facendo col dito delle pressioni nella fossa media lungo le vene come per spingere il sangue verso la squama dell'osso temporale, si vede il sangue affacciarsi al detto forellino e discendere nel seno laterale. Così si inferisce che anche il seno petroso anteriore comunica, come tutti gli altri seni, coi seni laterali, e può versare il sangue nelle vene giugulari. Anzi a dir vero questa nuova via che io addito mi pare specialmente dalla natura destinata a questo scopo, perchè se voi injettate del mercurio nel seno petroso anteriore o nella vena che lo rappresenta, dirigendolo verso il foro spinoso, il mercurio non potendo scaricarsi liberamente per questo, va in parte nel seno cavernoso, e in parte rigurgita per la doppia vena meningea ed altre laterali: se invece lo dirigete verso la base della piramide temporale, subito lo vedete largamente scaricarsi nel seno laterale corrispondente, d'onde conchiudete che per questa parte non è già l'imboccatura, ma lo sbocco del sangue contenuto nello stesso seno.

La parte superiore del canaletto nel feto è formata da una sostanza cartilaginea, cui aderisce in modo tenacissimo la dura madre, corrispondendo quel canaletto alla sutura che è tra le porzioni squamosa, mastoidea e petrosa dell'osso temporale. Si può quindi, mediante opportune forbici, spaccarlo e metterne allo scoperto l'interna parete. Ciò facendo, si vede che in esso sboccano dal di sotto e dai lati molte venucce provenienti dalla rôcca. Col tempo la parete superiore del canaletto si ossifica e il canale stesso si restringe, e in qualche caso forse si oblitera interamente. In altri casi al contrario si allarga, crescendo insieme alle ossa di cui fa parte, e questo è il caso del cranio di cui io vi diedi la figura (Tav. III). Esso appartiene ad una maniaca pellagrosa di 51 anno che dimorò nella Senavra per circa 8 anni, e vi morì di tabe.

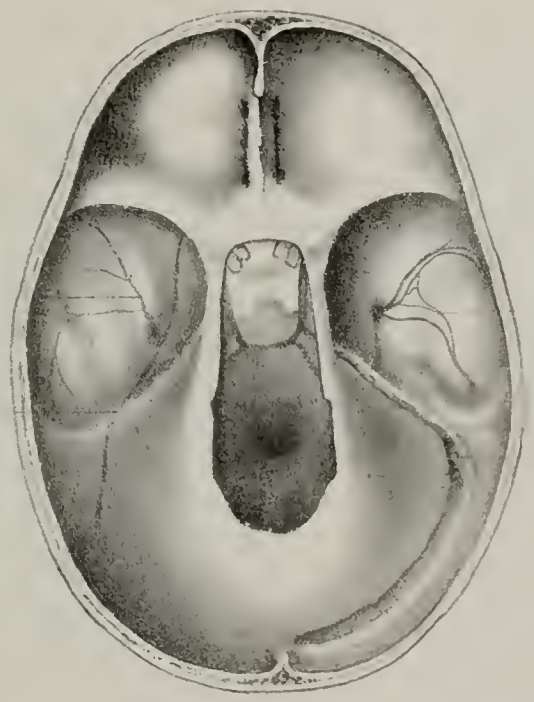
Da queste osservazioni che io sottopongo al vostro senno, onorevoli Colleghi, mi giova inferire che il sistema venoso della fossa media del cranio non è studiato quanto quello della fossa posteriore; che l'uno è in comunicazione coll'altro non solo per il noto incontro del seno cavernoso col petroso superiore e l'occipitale anteriore, ma anche mediante grosse vene che dal seno laterale vanno al seno ottalmico corrispondente, e più frequentemente mediante un *aquedotto*

o *canaletto* che attraversa lo spigolo superiore della piramide temporale alla sua base e che io perciò chiamerei *di comunicazione*. Per il seno e l'aquedotto, di cui ho trattato, viene a compiersi intorno alle due piramidi delle ossa temporali nella base del cranio un circolo venoso di vario lume ma di corso non interrotto, circolo ovoideo colla grande estremità alla base delle dette piramidi, e la piccola al loro apice; circolo tagliato nel mezzo dal seno petroso superiore che ne misurerebbe quasi il massimo diametro e stabilirebbe una nuova comunicazione tra la grande e la piccola estremità del circolo. Dall'interruzione di tale circolo può venire all'economia animale un qualche disturbo, e inclino a credere che in fatti analoghi consista l'arcana disposizione di certi individui alle congestioni cerebrali, alle apoplessie, alle meningiti, alla mania. Fors'anche la stessa comunicazione può venire ampliata ed esagerata dalle ripetute congestioni e dalle or citate malattie cerebrali; ciò che acquisterebbe probabilità dall'averla io riconosciuta nei crani dei pazzi nella pia casa alla Senavra. Comunque sia, la notizia di questa diretta comunicazione non è senza interesse: essa ci persuade sempre più dell'efficacia del sanguisugio dietro le orecchie nei diversi casi di congestione e d'infiammazione del cervello e delle meningi, e deve toglierci ogni scrupolo ed ogni esitazione, quanto alla convenienza di prescriverlo a quella parte anzi che alle tempie. Di più, la saggia economia della natura, colla quale sembrava non potersi conciliare il fatto di ampie e molteplici comunicazioni del sistema venoso nella fossa posteriore del cranio là dove nulla di simile si riscontrava nella fossa media, viene per tale notizia a splendere più nettamente, mostrandosi anche in quest'ultima fossa con meno avara distribuzione di anastomosi proveduto alla libera circolazione del sangue venoso.

Forse, o Signori, vi ho trattenuto di cosa di leggier momento. Forse è una minutezza che lasciandoci quasi incerti se appartenga all'anatomia microscopica o alla macroscopica, all'anatomia fisiologica o alla patologica, non sarà ricevuta con maggiore interesse dai cultori dell'una che da quelli dell'altra. Fors'anche adesso è cosa rimasta nuova per me solo a cui è inibito da un pezzo il poter seguire i rapidi progressi della anatomia. Ho dunque doppio motivo di raccomandarla alla vostra indulgenza.


c
a
b
e
c
a
b
d
e

NATURAL HISTORY


b
a
c
d

NATURAL HISTORY

INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI ALLE DIFFERENZE LINEARI A COEFFICIENTI COSTANTI E COMPLETE

MEMORIA

DI

GASPARE MAINARDI

Letta nell'adunanza del giorno 22 febbrajo 1855.

L'integrale di una equazione alle differenze lineare, a coefficienti costanti e completa, quale fu trovato da Lagrange, non porge la risoluzione algebrica del problema: le quantità date immediatamente sono i coefficienti della equazione alle differenze, mentre l'integrale viene espresso per funzioni esponenziali di cui le basi sono le radici di una equazione algebrica ausiliaria che non sappiamo risolvere: quindi è che quell'integrale, opportunissimo per la risoluzione di questioni numeriche, attesa la possibilità di risolvere una equazione numerica con illimitata approssimazione, non è in fatto che la espressione di relazioni sussistenti fra la richiesta funzione e quantità dipendenti dalle date; dipendenza occulta e di un ordine più elevato di quella che vincola l'incognita alle quantità immediatamente date. In una Memoria pubblicata nell'anno 1845 nel volume XXIII degli *Atti della Società Italiana delle Scienze*, ho indicata, incidentemente, la integrazione algebrica della equazione in discorso: nel presente scritto riprendo l'argomento per svolgerlo colla dovuta estensione. Per me l'integrale è dato immediatamente per i coefficienti, che sono le quantità conosciute, delle quali è funzione intera, che si compone collo sviluppo di potenze intere positive di un solo polinomio: una delle più semplici operazioni dell'algebra elementare. La determinazione delle costanti arbitrarie per mezzo di valori particolari della funzione cercata si offre facile e spontanea. Le mie formole sembrano ridotte alla maggiore possibile semplicità, da che nei pochi casi in cui, potendosi risolvere la equazione algebrica ausiliaria, anche le formole di Lagrange porgono l'integrale espresso per i dati del problema, lo è per altro sotto tale apparenza da esigere non evidenti riduzioni per raggiungere la semplicità che spontanea assume la soluzione da me esibita.

L'applicazione di tale risultamento a varie algebriche questioni sarà il soggetto di ulteriori miei studi.

Indico con n un numero intero positivo e dato, con x altro numero intero positivo variabile, con y_x una funzione incognita, con M_x una funzione conosciuta del segno x. Rappresento colle lettere

$$A_1, A_2, A_3 \ldots\ldots A_n$$

tante quantità costanti e date, il cui numero sia n: e suppongo data ad integrare la equazione

$$(1) \qquad y_{x+n} = A_1 y_{x+n-1} + A_2 y_{x+n-2} \ldots\ldots + A_n y_x + M_x .$$

Formo la funzione

$$(2) \qquad \frac{1.2.3 \ldots\ldots m}{1.2 \ldots\ldots \alpha \times 1.2 \ldots\ldots \beta \times \ldots\ldots \times 1.2 \ldots\ldots \delta} A_1^{\alpha} A_2^{\beta} \ldots\ldots A_n^{\delta}$$

nella quale le lettere $\alpha, \beta, \ldots\ldots \delta, m$ indicano numeri interi positivi tali che

$$(3) \quad \alpha + 2\beta + 3\gamma \ldots\ldots + n\delta = t \quad , \quad \alpha + \beta + \gamma \ldots\ldots + \delta = m$$

e t esprime un numero fissato ad arbitrio: attribuisco nella funzione (2) ad $\alpha, \beta \ldots\ldots$ tutti i valori che rendono soddisfatte le equazioni (3), e rappresento la somma dei risultamenti così ottenuti col segno P_t, dipendente dal numero t arbitrariamente stabilito.

La funzione P_t rende soddisfatta la equazione

$$(4) \qquad P_{t+1} = A_1 P_t + A_2 P_{t-1} + A_3 P_{t-2} \ldots\ldots + A_t P_1 + A_{t+1} P_0$$

il secondo membro della quale, quando sia $t+1 > n$, si arresta al termine moltiplicato per A_n: e $P_0 = 1$. Per dimostrare l'asserito, sostituiti in ambo i membri ai simboli $P_{t+1}, P_t \ldots\ldots$ i loro effettivi valori, considero quei termini che contengono il monomio

$$A_1^{\alpha+1} A_2^{\beta} A_3^{\gamma} \ldots\ldots A_n^{\delta} .$$

Siccome per ottenere la funzione P_{t+1} devo cambiare nella prima equazione (3) il t in $t+1$ e l'α in $\alpha+1$, per cui m diviene $m+1$, il coefficiente di

quel termine sarà

$$(a) \qquad \frac{1.2.3 \ldots\ldots (m+1)}{1.2 \ldots\ldots (\alpha+1) \times 1.2 \ldots\ldots \epsilon \times \ldots\ldots \times 1.2 \ldots\ldots \delta} .$$

Per la funzione P_t, che nella equazione (4) è moltiplicata per A_1, le $\alpha, \epsilon \ldots\ldots$ non cambiano valore, ed il coefficiente del richiesto termine si è

$$(b) \qquad \frac{1.2 \ldots\ldots m}{1.2 \ldots\ldots \alpha \times 1.2 \ldots\ldots \epsilon \times \ldots\ldots \times 1 \ldots\ldots \delta} .$$

Per la funzione P_{t-1}, moltiplicata per A_2, cambio nelle equazioni (3) α in $\alpha+1$, ϵ in $\epsilon-1$, t in $t-1$, ed il coefficiente di quel termine sarà

$$(c) \qquad \frac{1.2 \ldots\ldots m}{1.2 \ldots\ldots (\alpha+1) \times 1.2 \ldots\ldots (\epsilon-1) \times 1 \ldots\ldots \gamma \times \ldots\ldots \times 1 \ldots\ldots \delta} .$$

Per la funzione P_{t-2}, moltiplicata per A_3, cambio nelle equazioni (3), α in $\alpha+1$, γ in $\gamma-1$, t in $t-2$, e si ha il coefficiente

$$(d) \qquad \frac{1.2 \ldots\ldots m}{1.2 \ldots\ldots \alpha \times 1.2 \ldots\ldots \epsilon \times 1.2 \ldots\ldots (\gamma-1) \times 1 \ldots\ldots \times 1.2 \ldots\ldots \delta}$$

e così di seguito. Moltiplicando ora rispettivamente il numeratore ed il denominatore della frazione (b) per $\alpha+1$, di (c) per ϵ, di (d) per γ, ... e fatta la loro somma si ha

$$\frac{1.2 \ldots\ldots m(\alpha+1+\epsilon+\gamma \ldots\ldots +\delta)}{1.2 \ldots\ldots (\alpha+1) \times 1.2 \ldots\ldots \epsilon \times \ldots\ldots \times 1.2 \ldots\ldots \delta} = \frac{1.2 \ldots\ldots m(m+1)}{1.2 \ldots\ldots (\alpha+1) \times 1.2 \ldots\ldots \epsilon \times \ldots\ldots \times 1.2 \ldots\ldots \delta}$$

che è appunto il coefficiente (a) dello stesso termine nel primo membro della equazione (4): che è dimostrata.

Da ciò segue evidentemente che l'integrale della equazione (1) può presentarsi sotto la forma

$$(5) \quad y_{x+n} = \alpha_0 P_{x+n} + \alpha_1 P_{x+n-1} + \alpha_2 P_{x+n-2} \ldots\ldots + \alpha_{n-1} P_{x+1} + \sum_{t=0}^{t=x} P_{x-t} M_t$$

essendo $\alpha_0, \alpha_1 \ldots\ldots \alpha_{n-1}$ tante costanti indeterminate.

Avremo infatti sostituendo

$$\alpha_0 P_{x+n} + \alpha_1 P_{x+n-1} \ldots + \alpha_{n-1} P_x + M_0 P_x + M_1 P_{x-1} \ldots + P_2 M_{x-2} + P_1 M_{x-1} + P_0 M_x =$$

$$A_1 \{ \alpha_0 P_{x+n-1} + \alpha_1 P_{x+n-2} \ldots + \alpha_{n-1} P_{x-1} + M_0 P_{x-1} + M_1 P_{x-2} \ldots + P_1 M_{x-2} + P_0 M_{x-1} \} +$$

$$A_2 \{ \alpha_0 P_{x+n-2} + \alpha_1 P_{x+n-3} \ldots + \alpha_{n-1} P_{x-2} + M_0 P_{x-2} + M_1 P_{x-3} \ldots + P_0 M_{x-2} \}$$

. . . . . ,

$$A_n \{ \alpha_0 P_x + \alpha_1 P_{x-1} \ldots + \alpha_{n-1} P_{x-n+1} + M_0 P_{x-n} + M_1 P_{x-n-1} \ldots \} + M_x ,$$

equazione nella quale i coefficienti di $\alpha_0, \alpha_1 \ldots\ldots \alpha_{n-1}, M_0, M_1 \ldots\ldots$, in conseguenza della relazione (4), sono eguali identicamente, essendo nulle per sè le funzioni Pt contrassegnate da un indice t negativo.

Se fossero dati i valori $y_0, y_1, y_2 \ldots\ldots y_{n-1}$ della funzione y_x che corrispondono ad $x = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots n-1$, facilmente esprimeremo per essi le costanti arbitrarie $\alpha_0, \alpha_1 \ldots\ldots$: A conseguire l'intento poniamo nella equazione (5) $n = 0$, poi successivamente $x = 0, 1, 2 \ldots\ldots$ ed avremo le equazioni che seguono

$$y_0 = \alpha_0 + M_0$$
$$y_1 = \alpha_0 P_1 + \alpha_1 + M_0 P_1 + M_1$$
$$y_2 = \alpha_0 P_2 + \alpha_1 P_1 + \alpha_2 + M_0 P_2 + M_1 P_1 + M_2$$
$$y_3 = \alpha_0 P_3 + \alpha_1 P_2 + \alpha_2 P_1 + \alpha_3 + M_0 P_3 + M_1 P_2 + M_2 P_1 + M_3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La prima porge $$\alpha_0 = y_0 - M_0 .$$

Moltiplicata la prima per A_1 e sottratta dalla seconda, abbiamo

$$\alpha_1 = y_1 - A_1 y_0 - M_1 .$$

Moltiplicata la seconda per A_1, la prima per A_2, e sottratta la loro somma dalla terza, si ottiene

$$\alpha_2 = y_2 - A_1 y_1 - A_2 y_0 - M_2 .$$

Moltiplicata la terza equazione per A_1, la seconda per A_2, la prima per A_3, e sottratta la loro somma dalla quarta, deriva

$$\alpha_3 = y_3 - A_1 y_2 - A_2 y_1 - A_3 y_0 - M_3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La funzione P_t si può presentare sotto diverse forme. Se fingiamo che il segno $d^t_{z=0}$ anteposto ad una funzione della variabile z rappresenti ciò che si ottiene differenziando la stessa funzione un numero di volte indicato da t, quindi ponendo nel risultato la z eguale a zero, si ha

$$(6) \qquad P_t = \frac{1}{1.2 \ldots\ldots t} d^t_{z=0} \sum_{u=1}^{u=t} \{ A_1 z + A_2 z^2 \ldots\ldots + A_t z^t \}^u$$

e siccome nel risultato della duplice operazione spariscono i termini in cui la z si trova elevata a potenze di ordine maggiore di t, supposto

$$A_1 z + A_2 z^2 \ldots\ldots + A_n z^n = \varphi(z)$$

possiamo nella formola (6) all'integrale definito sostituire l'una o l'altra funzione

$$\frac{\varphi(z^t-1)}{\varphi-1} \quad , \quad \frac{\varphi}{1-\varphi}$$

per cui sarà

$$P_t = \frac{1}{1.2.....t}\, d_{z=0}^t \sum_{u=1}^{u=t} (A_1 z + A_2 z^2 ..... + A_n z^n)^u = \frac{1}{1.2.....t}\, d_{z=0}^t \sum_{u=1}^{u=n} \varphi(z)^n$$

$$= \frac{1}{1.2.....t}\, d_{z=0}^t \frac{\varphi(\varphi^t-1)}{\varphi-1} = \frac{1}{1.2.....t}\, d_{z=0}^t \frac{\varphi}{1-\varphi} .$$

E supposto $\alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 ..... + \alpha_{n-1} z^{n-1} = \psi(z)$

sarà $$y_{x+n} = \frac{1}{1.2.....(x+n)}\, d_{z=0}^{x+n} \frac{\varphi(z)\,\psi(z)}{1-\varphi(z)} + \sum_{t=0}^{t=x} P_{x-t} M_t .$$

Applicato il nostro metodo alla equazione

$$y_{x+2} - A_1 y_{x+1} - A_2 y_x = 0$$

si hanno

$$y_x = (P_x - A_1 P_{x-1}) y_0 + P_{x-1} y_1$$

$$P_x = A_1^x + (x-1) A_1^{x-2} A_2 + \frac{(x-2)(x-3)}{1.2} A_1^{x-4} A_2^2 + \frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{1.2.3} A_1^{x-6} A_2^3 + ...$$

e per la equazione

$$y_{x+3} = A_1 y_{x+2} + A_2 y_{x+1} + A_3 y_x + M_x \tag{7}$$

si hanno

$$y_x = (y_0 - M_0) P_x + (y_1 - A_1 y_0 - M_1) P_{x-1} + (y_2 - A_1 y_1 - A_2 y_0 - M_2) P_{x-2} + \sum_{t=0}^{t=x-3} P_{x-t} M_t$$

$$P_x = A_1^x + (x-1) A_1^{x-2} A_2 + \left\{ (x-2) A_1^{x-3} A_3 + \frac{(x-2)(x-3)}{1.2} A_1^{x-4} A_2^2 \right.$$
$$\left. + \frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{1.2.3} A_1^{x-6} A_2^3 \right.$$
$$+ \left\{ \frac{(x-4)(x-5)}{1.2} A_1^{x-6} A_3^2 + \frac{(x-4)(x-5)(x-6)}{1.2.3} A_1^{x-7} A_2 A_3 \right.$$
$$\left. + \frac{(x-4).....(x-7)}{1.2.3.4} A_1^{x-8} A_2^4 \right\} + ...$$

$$P_0 = 1 \quad , \quad P_1 = A_1 \quad , \quad P_2 = A_1^2 + A_2 \quad , \quad P_3 = A_1^3 + 2 A_1 A_2 + A_3 \quad , \quad .....$$

Altro metodo, indiretto però e prolisso, col quale potremmo conseguire la formola (5) è il seguente. Siano α, β, γ le radici della equazione

$$E(x) = x^3 + A_1 x^2 + A_2 x + A_3 = 0 .$$

L'integrale della equazione (7) dato dalla formola di Lagrange sarà

$$y_x = \left\{\frac{\alpha^x}{E'(\alpha)} + \frac{\beta^x}{E'(\beta)} + \frac{\gamma^x}{E'(\gamma)}\right\} y_2 + \left\{\frac{(A_1+\alpha)\alpha^x}{E'(\alpha)} + \ldots\right\} y_1 + \left\{\frac{(A_2+A_1\alpha+\alpha^2)\alpha^x}{E'(\alpha)} + \ldots\right\} y_0$$

dove $E'(x)$ indica la derivata prima di $E(x)$ presa rispetto ad x. Dovremo quindi esprimere per mezzo dei coefficienti della equazione $E(x)=0$ le funzioni simmetriche delle sue radici per le quali sono moltiplicate le y_0, y_1, y_2.

Accenno una sola applicazione della formola trovata, che svilupperò in altra occasione. Indichiamo con $Q(t)$ il quoto che si ottiene dividendo un polinomio

$$F(t) = B_0 t^{m+n} + B_1 t^{m+n-1} + B_2 t^{m+n-2} + B_3 t^{m+n-3} \ldots$$

per un secondo

$$E(t) = A_0 t^n + A_1 t^{n-1} + A_2 t^{n-2} \ldots + A_n .$$

Se poniamo

$$\frac{t^{m+1}}{E(t)} = y_0 t^r + y_1 t^{r-1} + y_2 t^{r-2} \ldots + y_{n+x} t^x \ldots$$

avremo

$$A_0 y_{x+n} + A_1 y_{x+n-1} + A_2 y_{x+n-2} \ldots + A_n y_x = 0$$

quindi la parte intera della funzione $\frac{t^{m+1}}{E(t)}$ sarà

$$\sum_{i=0}^{i=r} \frac{t^{r-i}}{1.2\ldots i}\, d_{z=0}^i \sum_{s=0}^{s=r} \frac{\left\{A_0 - z^n E\left(\frac{1}{z}\right)\right\}^s}{A_0^{s+1}}$$

e fatto, per brevità $\sum_{s=0}^{s=m} \frac{\left\{A_0 - z^n E\left(\frac{1}{z}\right)\right\}^s}{A_0^{s+1}} = \psi(z)$.

troviamo

$$\begin{aligned} Q(t) = B_0 \left\{t^m d^0\psi + t^{m-1} d\psi + \frac{t^{m-2}}{1.2} d^2\psi + \frac{t^{m-3}}{1.2.3} d^3\psi \ldots\right\} \\ + B_1 \left\{t^{m-1} d^0\psi + t^{m-2} d\psi + \frac{t^{m-3}}{1.2} d^2\psi \ldots\right\} \\ + B_2 \left\{t^{m-2} d^0\psi + t^{m-3} d\psi \ldots\right\} \\ + B_3 \left\{t^{m-3} d^0\psi \ldots\right\} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

cioè

$$Q(t) = \sum_{u=0}^{u=m} \frac{t^{m-u}}{1.2\ldots u}\, d_{z=0}^u \left[z^{m+n} F\left(\frac{1}{z}\right) \sum_{s=0}^{s=m} \frac{\left\{A_0 - z^n E\left(\frac{1}{z}\right)\right\}^s}{A_0^{s+1}}\right].$$

SULLA SUCCESSIONE NORMALE

DEI DIVERSI MEMBRI DEL TERRENO TRIASICO NELLA LOMBARDIA

MEMORIA

DI GIULIO CURIONI

Letta nelle adunanze 25 gennajo e 14 giugno 1855.

CON TRE TAVOLE.

In molte parti d'Europa i geologi, che si occupano di studiare la struttura del suolo delle loro contrade, non incontrano grandi difficoltà nel determinare le epoche geologiche cui spettano i diversi banchi pietrosi che lo costituiscono. Riconosciuta una volta la direzione delle linee di frattura della corteccia del globo che diedero luogo al trabocco di rocce plutoniche ed ai conseguenti effetti di raddrizzamento dei banchi sedimentarii, e di pieghe prodotte da pressioni laterali, possono col sussidio di fossili animali o vegetali, trovati anche solo in qualche rara località, assegnare il posto ad estesi contigui terreni quantunque siano questi mancanti di avanzi organici. Anzi col solo studio della stratigrafia riesce spesso possibile indicare tutti i diversi membri, per esempio di un determinato periodo geologico, e di assegnare anche ai fossili che si vanno discoprendo in essi per la prima volta la vera loro sede nella serie delle rocce sedimentarie. Lungo le Alpi, e specialmente nel versante meridionale, le cose sono immensamente più complicate. In alcuni luoghi della Lombardia, resi ormai celebri per gli studii fatti dai geologi intervenuti al Congresso Scientifico tenutosi in Milano nel 1844, si vedono ancora alcune ben decise direzioni di banchi sedimentarii, come per esempio, al N. di Paderno lungo il corso dell'Adda, che si è ivi escavato il letto ad oltre 100 metri di profondità al di sotto della circostante pianura, corrodendo da prima la pudinga alluviale in banchi orizzontali che costituiva l'antico letto per cui vagava il fiume in remotissime epoche, ed in seguito anche i banchi sedimentarii spettanti all'epoca terziaria inferiore ed alla cretacea, i quali vedonsi fortemente eretti. Si vede ivi, che questi ultimi banchi sono diretti dal N. NO. al S. SE., inclinando presso a poco a N. NE sotto un angolo di 60 gradi, volgendo quindi il dorso all'asse centrale delle Alpi, la qual direzione riescirebbe parallela a quella del sistema pirenaico appenninico.

Simili direzioni ed inclinazioni si presentano spesso al geologo che percorre i primi speroni delle prealpi a levante dell'Adda.

Ad Induno, in vece, si riconobbe anche dagli stessi indicati geologi che i banchi eretti di marne calcaree, ricche di fucoidi, di calcarea grigia giallognola, alternanti col macigno, di marne rossicce e verdognole, povere di fucoidi, di calcarea rossa ammonitica, di calcarea grigia suberistallina con pietra focaja, e con rare tracce di ammoniti, comprendenti i terreni dai terziarii inferiori sino ai giuresi, si dirigono tutti verso E. NE., coll'inclinazione al SO., vale a dire presso a poco parallelamente alla direzione del sistema delle Alpi principali.

In questa regione ed in siti poco discosti tra loro le rocce sedimentarie avrebbero quindi subita l'azione delle rocce eruttive che si fecero strada lungo due grandi linee ben distinte di squarciature della corteccia solida del globo che si intersecano sotto un angolo di circa 30 gradi. Se in qualche luogo è chiara l'azione di uno dei detti sistemi, ed in altri luoghi quella dell'altro, per estesi tratti intermedii non è più possibile di stabilire a quale di essi siano dovuti gli sconcerti che vi si osservano, per cui va gradatamente a mancare una delle più preziose guide del geologo.

Se poi ci interniamo nei monti della Lombardia allo scopo di giudicarne la struttura, ci troviamo intieramente privi di detta guida; le direzioni dei banchi sedimentarii variano ad ogni tratto; variatissima ne è pure l'inclinazione, e siamo costretti a riconoscere che oltre all'azione esercitata dai due sistemi dei monti pirenaico appenninico e delle Alpi principali, vi furono altre cause di perturbazioni più locali ed immediate, che chiamerei verticali. Se gettiamo l'occhio sopra la carta che ho l'onore di presentarvi, in cui trovansi segnati i diversi punti ben distinti dove per tutta la parte montuosa delle nostre contrade sono arrivate sino alla superficie le rocce plutoniche dioritiche e porfiriche, le quali ascendono già, per osservazioni fatte, a 42, riconosceremo dovuti ad esse la maggior parte degli sconcerti inestricabili che hanno subito i banchi sedimentarii che ne furono lacerati in tutti i sensi.

L'esame di questi fenomeni ci conduce a curiose considerazioni circa l'epoca in cui devono essersi manifestati. Risulterebbe in fatti, contro opinioni da molti adottate, che le rocce dioritiche porfiriche che hanno foracchiato sotto forma di vene, di filoni, di cupole il suolo Lombardo dal Lago Maggiore sino alla Val Sabbio, tra la catena alpina e le appendici subalpine, invece di essere emerse ai piedi della catena alpina posteriormente ad essa, e lungo la stessa linea di frattura, sarebbero invece comparse assai tempo prima.

I membri più moderni delle rocce sedimentarie in tal modo traforate, che io mi abbia veduto, spettano al terreno di S. Cassiano, cioè agli ultimi depositi del terreno spettante al secondo periodo dei geologi moderni. Nella zona occupata da questi terreni non riesce possibile di trovare traccia di rocce di epoca più moderna, a differenza di ciò che si osserva nelle Alpi dove si riconobbero innalzati dalle emersioni granitiche a 2000 metri di altezza terreni terziarii dell'epoca di quelli d'acqua dolce del bacino di Parigi. I terreni giuresi cretacei, e terziarii inferiori e medii si deposero dunque dopo compinte le eruzioni dioritiche e porfiriche, e prima che sopraggiungessero le squarciature che hanno dato origine ai sistemi de' monti sopra indicati. Se i terreni compresi tra l'epoca giurese e la terziaria media si raddrizzarono con certa regolarità in direzione parallela all'uno ed all'altro dei detti sistemi, nelle regioni invece occupate da terreni più antichi già precedentemente sconcertati dalle rocce dioritiche e porfiriche doveva di necessità nascerne un vero caos. Da ciò procede che la maggior parte degli spaccati geologici, ormai numerosi, che si hanno di terreni lombardi più antichi del giurese, sono di poco giovamento pei progressi della geologia, e ciò deve dirsi specialmente di quelli che abbracciando uno spazio troppo limitato non fanno conoscere i rapporti dei terreni in essi rappresentati colle vicine rocce eruttive.

Avendo io stesso delineati molti spaccati geologici dei nostri monti, quando volli a più riprese rinnovarne le verificazioni, mi accorsi che differivano spesso dal vero: ricercandone la causa, mi avvidi che variando talvolta di solo un centinajo di metri il posto da cui venne preso un primo spaccato, si ha una direzione, una inclinazione diversa dei banchi; e talvolta trovai mancanti alcuni membri di rocce sedimentarie che nel posto da prima studiato, si mostravano invece potenti.

Io penso che debbasi attribuire a tali circostanze la pochezza dei progressi della geologia dei nostri paesi non solo, ma di tutta la regione meridionale delle Alpi. Il celebre De Buch diceva che in Europa sono pochi i luoghi di bassi monti rimasti per la geologia enigmatici, ma che le Alpi si oppongono ostinatamente al loro sviluppo geologico. In fatti dopo i molti scritti geologici che si hanno sopra diverse parti meridionali delle Alpi, ed anche dopo la recente pubblicazione delle osservazioni intraprese con grande tenacità di proposito dal professore Studer e specialmente da Escher de la Linth (V. *Geologische Bemerkungen, über das Nördliche Vorarlberg und einige angrenzenden Gegenden*, Zurigo 1853), non sono ancora le cose ridotte a sufficiente chiarezza. Lo stesso Escher de la Linth dice nella prefazione alla citata opera che: Il decidere se questa successione (di rocce da lui indicata) sia realmente la vera, se

specialmente sia stato assegnato al Keuper il suo vero posto, sarà soggetto di ulteriori ricerche. Però tanto questi lavori, quanto quelli pubblicati dal consigliere montanistico B. De Hauer sono di grande importanza per la sperata soluzione dell' enigma.

Essendomi persuaso della necessità, per evitare studii poco profittevoli, di dirigere più particolarmente le ricerche geologiche nei luoghi che si mostrassero meno sconcertati dalle rocce di trabocco, dove si scoprisse il punto di contatto delle rocce di diverso periodo geologico, dove vi si comprendessero tutti i membri di uno di questi periodi, mi riescì di ritrovare alcuni punti dove si presenta una successione normale di tutti i membri che compongono i terreni del periodo triasico. Io penso che lo studio diligente di questi terreni sia particolarmente utile pei progressi della geologia del nostro paese, poichè occupando una regione alquanto vasta, riescirà meno ardua la determinazione dei terreni e più antichi e più moderni di essi; e lo sia ben anco per gli usi pratici della vita. Si è in questa formazione che trovansi le più ricche miniere di ferro, i più abbondanti depositi di gesso, alcuni dei quali preziosi specialmente per le arti edilizie, altri più particolarmente per l'agricoltura; vi si trovano pure le migliori calci idrauliche, e scaturiscono da' suoi banchi le più salutari sorgenti di acque minerali.

I luoghi sopra indicati trovansi nella Valle di Pezzaze, diramazione della Val Trompia lungo il torrente Gandina, e presso il Lago d'Iseo da Goveno sino alla Val Finale al di sotto di Toline. Lo schizzo che presento nella Tav. V, fig. 1 è relativo alla Valle di Pezzaze, cui si riferisce anche lo spaccato, fig. 2. Per maggiore chiarezza nella mia esposizione dirò da prima qualche cosa sul terreno che trovasi immediatamente inferiore ai terreni triasici, cioè sullo schisto silicco micaceo.

Linea del torrente Gandina nella Valle di Pezzaze.

Dello schisto siliceo micaceo.

Questo schisto, che bisogna ben distinguere dal micaschisto, presentasi in tali condizioni che ricordano gli schisti della Grauwake degli altri paesi. Nell'indicata valle è costituito da straterelli silicei divisi tra loro da laminette di mica argentina intrecciata insieme sopra un medesimo piano; la qual mica non si sfalda in foglie di qualche estensione come accade delle miche dei veri schisti micacei che io credo di epoca più antica, cioè delle epoche azoiche.

Nel nostro schisto siliceo micaceo la mica vi si vede in quantità il più delle volte così limitata che forma solo una specie di vernice sugli straterelli quarzosi. Questa roccia è spesso minutamente ondulata a zig-zag, ed è anche ondulata in grande in modo da formare pieghe tali che i banchi di essa, dove trovansi fratturati, sembra che accennino di coprire terreni che in realtà vi sono in vece sovrapposti. Bellissimi esempi di questo fenomeno si osservano specialmente sulla strada per Graticelle vicino a Bovegno.

Minerali contenuti. — Trovansi d'ordinario in questi schisti banchi irregolari di carbonato ferroso contenente dall'uno e mezzo al tre per cento di carbonato manganoso. In alcune cave da me visitate nei monti di Mondaro ho potuto vedere che i banchi di minerale non tagliano i banchi della roccia a guisa di filoni, ma sono disposti parallelamente ad essi.

Il carbonato ferroso di questo terreno è confusamente cristallizzato in lamine che talvolta arrivano a 6, o 7 millimetri di diametro, e non è raro il caso di trovarvi qualche lamina pellucida per acqua di cristallizzazione contenutavi. Accade spesso di trovarvi commisto il solfuro di ferro cuprifero. Nella cava detta le Zoie al nord di Mondaro, il banco di carbonato ferroso contenutovi, che non eccede la grossezza di alcuni decimetri, si cambia di tratto in tratto in un banco di solfuro di ferro cuprifero di varia ricchezza in rame. Da alcuni pezzi di questo minerale ottenni il 17, da altri il 26 per 100 di rame contenente tenuissime tracce d'oro. Questo minerale è accompagnato dall'ankerite e dal quarzo latteo cavernoso, e si vede che ivi i minerali di rame e di ferro si vanno escludendo a vicenda.

Questo schisto siliceo micaceo, oltre al quarzo in istraterelli alternanti colla mica, contiene talvolta vene o nodi di quarzo latteo di alcuni decimetri di grossezza strettamente connessi colla roccia stessa.

Fossili contenuti. — In questa roccia non mi riescì di scoprire traccia alcuna di fossili; ma se ne trovano in altre località della Lombardia nelle dolomie azzurre che formano banchi subordinati a schisti affatto simili a questi e per la composizione loro e pei minerali in essi contenuti.

Arenaria rossa.

Secondo le osservazioni del barone di Hauer (*Ueber die Geognostischen Verhältnisse des Nordabhanges der Nordöstlichen Alpen zwischen Wien und Salzburg.*—Vedi Jahrbuch der Geologischen Reichsanstalt. Wien, 1850), l'arenaria rossa al lembo nordico degli schisti della Grauwake si appoggia chiaramente

su di essa e con pari chiarezza si insinua sotto l'Alpenkalk che si vede ancora più al nord. Si osserva la medesima cosa anche nel versante meridionale delle Alpi quando si ammetta che l'antica denominazione di Alpenkalk (calcare alpino) dei geologi tedeschi, sia l'equivalente, come credo, del calcare conchigliare (Muschelkalk). Nella Valle di Pezzaze lungo il torrentello Gandina, il quale ha messe a nudo e corrose le rocce in posto lungo tutto il suo corso, si possono vedere i punti di contatto e di sovrapposizione allo schisto silicco micaceo delle arenarie rosse, ed a queste delle altre rocce di successiva deposizione. Lungo questa valle il detto schisto è coperto immediatamente da prima di una melma argillosa rossa con arene quarzose per l'altezza di più decimetri; in seguito, da banchi regolari di arenaria di due a quattro decimetri di grossezza, a cui succedono altri depositi di arenaria nei quali non è più discernibile una decisa stratificazione.

Quest'arenaria rossa è talvolta costituita da un aggregato di ciottolini di quarzo bianchiccio legati insieme da un cemento di silice concrezionata bianchiccia quasi grumosa che si sgretola facilmente tra le dita; tal'altra è più abbondante di ciottolini silicei rosei investiti da un velo ocraceo rosso, e legati insieme da grumi di silice molto ferruginosa. Fra questi ciottolini se ne vedono alcuni di porfido rosso con cristalletti di feldspato con acqua di cristallizzazione. Contiene poche pagliette di mica e solo raramente venuzze di quarzo latteo. Quantunque questa roccia esternamente mostrisi di color rosso intenso, internamente è di color meno carico e quasi cinereo, e molte volte di color verdiccio, le quali variazioni di colore sono proprie, come è noto, dell'arenaria screziata.

Esaminata sotto il microscopio per riflessione, si distingue facilmente che questa roccia deve essersi prodotta per azione meccanica ad un tempo e chimica, poichè il cemento siliceo delle arene e dei ciottoletti ha l'aspetto della silice che si separa dalle sue soluzioni quando è essicata. La potenza complessiva di questa arenaria è di circa 340 metri quando non vi si comprendano gli schisti ora arenacei ora argillosi che si osservano adagiati su di essa, i cui primi banchi non si saprebbero distinguere nettamente dagli ultimi depositi di detta arenaria.

Questa arenaria per la mancanza di fossili riconoscibili, per la sua struttura in gran parte massiccia, essendo il più delle volte impossibile di riconoscervi decise linee di stratificazione, mentre in vece vi si osservano fenditure che si dirigono in tutti i sensi, trovasi nelle stesse circostanze delle arenarie screziate di altri paesi che si giudicano connesse coll'arenaria de' monti Vogesi senza che si possa stabilire la linea di separazione della parte da riferirsi alla prima

arenaria da quella che vi è inferiore, che porta il nome di Vogese, la quale si giudica formare una sezione inferiore e separata.

Per discutere a quale epoca possa riferirsi la nostra arenaria superiormente descritta, non abbiamo altro dato che quello della sua relazione, almeno nella sua parte superiore, cogli schisti arenacei ed argillosi che la coprono, e che si vedono connessi tanto pei rapporti stratigrafici, quanto per la costanza dell'associazione di tutte queste rocce. Il professore Studer nella sua Carta geologica della Svizzera, ed Escher de la Linth nella citata opera, non mettono in dubbio questa associazione, per cui ascrivendo al Verrucano l'arenaria rossa che domina nel versante meridionale delle Alpi, compresa la nostra, ritengono che debbano riferirsi alla medesima epoca anche gli schisti metalliferi che la coprono. Parmi però che a tale sentenza si oppongano i fossili contenuti negli schisti arenacei ed argillosi metalliferi di cui parliamo. Quantunque questi fossili non trovinsi che allo stato di impronta, riescono però essi ben riconoscibili nelle parti più elevate delle serie le meglio esposte alle azioni atmosferiche, i quali fossili sono peculiari, come vedremo, dell'epoca triasica. È però vero che la parte inferiore di questa arenaria rossa presenta in più luoghi caratteri molto diversi da quelli della parte superiore più connessa cogli schisti arenacei, sì che rimane nell'animo grave dubbio se debba comprendersi tutta fra l'arenaria screziata, o se parte debba invece riferirsi ad epoca più antica. Vedesi in fatti nel versante occidentale di questi monti della valle di Pezzaze, cioè al principio della Valle Camonica, che, nella parte inferiore dove è riconoscibile qualche indizio di stratificazione, essa è discordante da quella dei banchi superiori.

Per le quali ragioni ho pensato essere per ora conveniente di parlare delle arenarie rosse separatamente dagli schisti arenacei e argillosi.

Ad ogni modo io credo che non siavi ragione di riferire al Verrucano, come fecero Studer ed Escher (opere citate), tutta la serie di queste arenarie cogli schisti arenacei e argillosi metalliferi che vi sono sovrapposti, il quale Verrucano, pei fossili caratteristici che vi hanno scoperti in Toscana i professori Savi e Meneghini, rappresenterebbe nel versante meridionale delle Alpi il terreno carbonifero.

Minerali contenuti. — Nella Valle di Pezzaze, che forma il soggetto delle nostre ricerche, non si è per anche scoperto nella parte inferiore della arenaria screziata di cui abbiam parlato alcun minerale metallico; solo vi si osservano alcune vene quarzose che sembrano in rapporto col cemento silicco dell'arenaria stessa. Però è da notarsi che nei banchi superiori di questa arenaria nella Val Gandina i più vicini agli schisti trovasi racchiuso un banco di carbonato ferroso con poche tracce di carbonato manganoso, il quale è lavorato

anche in giornata. La cava di questo minerale porta il nome di Paullino, ed è molto ricercato per la buona qualità del ferro che se ne ottiene. Anche nella arenaria rossa della Val Grigna a levante di Bienno nella Val Camonica, che tutto concorre a far giudicare di una medesima epoca di quella di Pezzaze, esiste un piccolo banco di carbonato ferroso che veniva altre volte escavato.

Fossili contenuti. — Sino ad ora non è stato possibile di ritrovare in quest'arenaria, nella indicata valle, fossile alcuno nè animale nè vegetale determinabile con sicurezza. Nella regione dove domina questa arenaria mi venne però fatto di ritrovarne massi erratici a forma di ramificazioni intrecciate tra loro. I ramoscelli contorti in vari sensi sono cilindrici ed hanno un diametro di cinque a sei millimetri; ma ogni traccia di materia organica è scomparsa, e non è rappresentata che dalla roccia che ne ha assunta la forma. È questa roccia al tutto simile a quella che a Darfo in Val Camonica porta il nome di *pietra simona*, la quale forma ivi i banchi più elevati dell'arenaria rossa; essa è colà spesso adoperata nelle opere edilizie, e meriterebbe di essere posta in uso più estesamente nelle parti ornamentali, essendo saldissima e gradevole all'occhio per la sua bella tinta uniforme color vinato. Queste problematiche impronte ricordano la supposizione del Müller che siano da attribuirsi a vegetabili cui diede il nome di *Sickleria labyrinthiformis* Mül. (Vedi *Neues Jahrbuch* von Leon. und Bronn, 1846). Quantunque i paleontologi non vogliano ammettere la supposizione del Müller, questa indicazione gioverà a far conoscere la forma singolare delle indicate ramificazioni. Del resto, non sarà inutile l'avvertire che sono diverse da quelle ramificazioni che si osservano in alcuni banchi del Muschelkalk, le quali vennero da Klöder chiamate *styloliti* e sarebbero di origine animale, come di meduse, ec.

Degli schisti arenacei e argillosi.

I banchi superiori delle arenarie rosse si presentano sempre più sottili ed a grana sempre più minuta; si modificano indi gradatamente in una roccia di schisto argilloso. I primi banchi decisamente schistosi contengono ancora minute arene e pagliuzze di mica disseminati in una argilla ferruginosa. In questi schisti incomincia per la prima volta a sostituirsi il cemento calcare al cemento silicco od al cemento argilloso ferruginoso. Dopo una successione di molte decine di metri di questa roccia schistosa rossa, incominciano gli schisti a perdere il loro color rosso; divengono meno ferruginosi e più calciferi. In seguito si incontrano banchi di una calcarea marnosa ancora ricca di minute

arene silicee che alternano cogli schisti e più in alto nella serie vi si osservano calcaree ferruginose in banchi di alcuni metri di potenza. Dopo ricompajono gli schisti argillosi calciferi, nei quali trovansi banchi di un miscuglio di argilla di calce e di carbonato ferroso, che forma una roccia color bruno nelle parti esposte alle azioni atmosferiche, non uniforme nella sua composizione ma di frattura compatta. Gli schisti argillosi divengono in seguito ricchi di carbonato ferroso, e tra questi si trovano veri banchi di minerale di ferro costituito da carbonato ferroso manganifero.

Le cave di ferro che vennero aperte in questi schisti datano da epoche assai remote, e trovansi ora in gran parte innondate. Portano esse il nome di Zoccche, Zaglio e Rassenale.

Passata la zona dei banchi metalliferi, gli schisti ripigliano la loro composizione già accennata, ed alternano tra loro per la diversa minutezza dei componenti e pel colore che mostrasi ora rossiccio ora verdiccio, i quali ultimi sempre nel letto della Gandina chiudono la serie dei banchi schistosi arenacei ed argillosi. Questa successione di banchi non è chiaramente visibile che nel letto del fiume ed in pochi altri luoghi, poichè decomponendosi essi facilmente, il terriccio che ne risulta maschera d'ordinario ogni cosa. La grossezza complessiva di questi schisti può essere valutata a 130 metri.

Minerali contenuti. — Abbiamo veduto che i banchi suddetti alternano in qualche luogo con banchi di carbonato ferroso manganifero. La composizione di questo minerale non è costante per l'associazione accidentale di materie componenti le contigue rocce, ma le parti cristallizzate in romboedri hanno la seguente composizione:

Carbonato ferroso	0, 850.
» manganoso	0, 131.
» calcico e magnesico	0, 017.
Totale	0, 998.

Contengono inoltre tracce di solfato baritico che vedesi particolarmente disseminato nei banchi argillosi ferriferi vicini ai banchi di carbonato ferroso ed anche commisti ad esso. Vi si incontra anche il solfuro di ferro. Nel prolungamento di questo terreno nella Val Camonica trovasi sopra il vecchio convento di Pisogne un banco costituito da un miscuglio di carbonato calcico, ferroso e manganico, di grana finissima, color roseo nelle recenti fratture. In una cava ora abbandonata, inferiore al detto banco, si è anche ritrovato commisto col minerale di ferro il solfuro di mercurio.

Petrefatti contenuti.—Nelle parti schistose arenacee, che vedonsi superiormente

ai banchi metalliferi, non sono affatto infrequenti le petrificazioni. Queste però si rinvengono solo allo stato d'impronta, trovandosi sempre scomparso il guscio calcare. Si presentano queste in due modi, cioè o come vere impronte nella roccia solida, o come vani risultanti dalla scomparsa della conchiglia stata investita dalla roccia schistoso-arenacea senza che i suoi componenti abbiano potuto penetrare nell'interno della conchiglia stessa. In questo caso il vano si vede spesso tappezzato da cristalli di carbonato calcico. È ben evidente che se è difficile la determinazione delle prime, lo è ancor più delle seconde, le quali nella zona di questo terreno che si dirama nella Valle di Scalve trovansi in più luoghi in grande abbondanza.

La difficoltà di trovarne di facilmente riconoscibili, mi induce qui a deviare dal mio proposito di non parlare che di quei fossili che si trovano nei terreni della Valle di Pezzaze che vado descrivendo, ma mi tratterrò nei limiti ben evidenti di questi stessi terreni.

I fossili che si trovano in questa roccia schistoso-arenacea nella Val Trompia, e meglio ancora nelle valli Camonica e di Scalve, appartengono alle seguenti specie.

Myacites Fassaensis. Tav. VI, fig. I. Questa petrificazione trovasi sempre allo stato di nucleo sporgente dalla roccia. Venne essa già trovata nello schisto rosso connesso coll' arenaria screziata al Leopoldsteinersee presso Eisenerz. Il sig. Cons. montanistico De Hauer nella sua Memoria: *Ueber die Geognostischen Verhältnisse des Nordabhanghes der Nordöstlichen Alpen*, Wien, 1850, rammentando che Leopoldo de Buch vi trovò associata la *Possidonomya Clarœ* Emmerick, osserva che vi si trova pure l'*Avicula Venetiana* Hau. e che il *Myacites Fassaensis* incontrasi pure a Rosenthal ed altrove nell'Abtenau. Se queste petrificazioni, dice il De Hauer, si fossero osservate solo nel nord delle Alpi non autorizzerebbero una fondata determinazione della formazione a cui appartengono; ma se ne trovarono in rocce analoghe anche nel sud delle Alpi, nei dintorni del Seisser-Alpe presso Agordo ed in molti altri luoghi che indubbiamente rappresentano l'arenaria screziata. Nella Memoria pubblicata dallo stesso geologo nel 1851 (V. Denkschriften der k. Akad. der Wiss.-Math. Natur. Classe. — Wien, 1851) ci ha date le figure di queste petrificazioni con una descrizione la più completa possibile per lo stato imperfettissimo di loro conservazione.

Al *Myacites Fassaensis* trovasi sempre associato nelle arenarie a grana minuta connesse coi banchi di carbonato ferroso un'altra petrificazione molto comune nei nostri monti, la quale non vedesi mai che allo stato di impronta ora in convesso ora in cavo. Non è mai possibile di vedere queste impronte perfettamente complete in modo che non è facile il dire a qual genere di bivalvi

appartengano. Alcuni esemplari di queste impronte ricordano la forma della *Lima Gibbosa* figurata dal Catullo nella Tav. IV della sua Memoria sulla Geognosia delle Alpi Venezïane (V. *Annali delle Scienze Naturali di Bologna* 1846). Altre invece presentano qualche analogia colla *Avicula Venetiana* dell'Hauer, figurata nelle tavole accompagnanti la di lui Memoria sui fossili raccolti nelle Alpi venete dal cons. montanistico Fuchs (V. Denkschriften der k. Akad. der Wiss.-Math. Natur. Classe. — Wien, 1851). Allo scopo di chiamar l'attenzione dei geologi su questi fossili generalmente non conosciuti, ne presento la forma nella Tav. VI. fig. 2. 3, 4, 5.

Calcarea farinacea.

Nel letto della Gandina, al suo sbocco presso la fornace fusoria dei minerali di ferro che si scavano nel terreno ora descritto, si vede succedersi agli schisti una calcarea farinacea di color bianco volgente al gialliccio, la quale è costituita da vene che si intersecano in tutti i sensi di carbonato calcico a minuti cristalli, i cui interstizj sono riempiuti in gran parte da una polvere dolomica farinacea. Vi si osservano pure talvolta alcuni vani tappezzati da cristalletti vivaci di carbonato calcico che sembrano procedere da impronte di conchiglie scomparse. Nelle parti esposte alle azioni atmosferiche questa roccia assume un aspetto molto diverso. Acquista un colore volgente più decisamente al giallastro per l'ossidazione del ferro che vi è contenuto, e diviene porosa per la separazione della parte farinacea. Qualche pezzo presenta il curioso aspetto di una roccia costituita da lamine separate le une dalle altre ed intrecciate a crocicchio. Questa roccia venne dai nominati geologi chiamata Rauckwake per la somiglianza, io credo, colla roccia di questo nome dei terreni del secondo gruppo geologico. Ma la compage porosa in quest'ultima le è naturale, mentre nella nostra non è che un effetto di metamorfismo. Se al nome di Rauckwake si vuole applicare un valore geologico, converrà adottarne uno diverso per la roccia che descrivo, la quale trovasi a tutta evidenza al disopra di terreni caratterizzati dai fossili come spettanti al trias. Questa roccia è la fedele compagna degli schisti di quest'epoca, ed è ben difficile, per non dire impossibile, di osservare in posto qualche lembo di essi senza che nelle vicinanze si trovino ancora brani di questa roccia, che non è mai porosa nei luoghi dove viene escavata per gli usi industriali. Io ho creduto conveniente di applicarvi il nome di *calcarea farinacea*. I fonditori di ferro che ne fanno uso vi hanno applicato per traslato il nome di *martori*, alludendo alla poca solidità della roccia. La composizione dei primi suoi banchi è la seguente:

Arene minutissime di quarzo vetrigno. .	0,065
Silice solubile	0,006
Allumina ed ossido di ferro	0,014
Carbonato magnesico	0,229
» calcico	0,680
Tracce di sostanze organiche e perdita . .	0,006
	1,000

Questa calcarea quando è alterata ed ha assunto la struttura porosa rassomiglia anche ad un' altra roccia di epoca più moderna, che incontrasi spesso superiormente alle argille del Keuper e di altri terreni; osservata però quest' ultima con diligenza riesce facile il distinguerla, poichè vi si osservano frantumi qualche volta minutissimi di sostanze eterogenee, e credo che quest' ultima appartenga ad un deposito d' acqua dolce.

È molto difficile di misurare lungo il letto della Gandina la grossezza complessiva dei banchi di questa roccia, poichè trovandosi escavato profondamente, dove passa per questo terreno, è ingombrato da ruderi delle circostanti alture. In occasione però delle piene che desolarono la Val Trompia nel 1850, potei osservare parte di questo letto denudato dalla violenza delle acque, e per calcoli fatti, giudico che non sia minore di 150 metri. Anche fuori del letto della Gandina lungo la costiera che divide la valle di Pezzaze dalla Val Trompia, su cui è posta la terra di *Etto*, questa calcarea farinacea ha una potenza che non è minore di 150 metri.

Minerali e fossili contenuti. — Non ho potuto trovare in questa roccia nè minerali nè petrefatti. Però i cristalli vivaci di carbonato calcico che si osservano in alcune cavità sembrano procedere da conchiglie scomparse.

Marne gessifere.

Presso il letto del torrente Mella di Pesoro, nelle vicinanze del posto dove mette foce la Gandina, si vede comparire tra i ruderi che mascherano la calcarea farinacea una massa d'argilla ora bianchiccia, ora azzurrognola, la quale contiene frantumi di gesso. Questa argilla, visibile per uno spazio limitato lungo la sponda sinistra del Mella, occupa un'estensione assai maggiore sul lato destro, ma è ivi saltuariamente coperta da ruderi di calcaree e di porfidi staccatisi dai monti di Pesoro; per azione delle acque ne risultò una magma di argilla, gesso, karstenite, porfido, e calcaree in masse di varie dimensioni. In questo stato di cose era assai difficile di definire se queste argille gessifere si

trovassero nella loro originaria giacitura. Le straordinarie piogge dell' agosto 1850 spazzarono ancor qui il letto del Mella da ogni ingombro avventizio e si potè osservare che le argille gessifere di cui ci occupiamo trovansi al loro posto normale. Sono esse disposte in banchi contorti che coprono una massa di karstenite e di gesso assai estesa; e che questo gesso presentasi in parte cristallizato in piccole lamine, formando masse compatte di colore ora bianchiccio ora candido, ed in parte masse porose contenenti grumi e laminette di argilla. Vi si vedono per entro anche grossi cristalli laminari di gesso.

Senza escire dai confini di questa valle può vedersi un altro deposito di argille gessifere nel letto del torrentello che chiamasi guado di Pezzaze poco al di sotto del ponte lungo quella strada comunale. Tale deposito è appena visibile, trovandosi coperto da grande congerie di pietrami; però è chiaro che deve trovarsi in rapporto col primo di detti depositi, cioè che deve coprire immediatamente esso pure la calcarea farinacea. Non mi fu possibile di osservare lungo il Mella di Pesoro da quale roccia le argille gessifere siano immediatamente ricoperte, ostandovi la congerie pietrosa discesa dai monti di Pesoro; ma la giacitura di queste argille e la direzione dei loro banchi fanno già sospettare che penetrino al di sotto delle calcaree nere dei suddetti monti, le quali pei fossili benchè rari che contengono devono, come vedremo, riferirsi al Muschelkalk.

Minerali contenuti nelle argille gessifere. — Nel gesso comune lamellare si trovano come incastonati cristalli di gesso laminare che, staccati dalla matrice, vi lasciano il vano conservante perfettamente la loro forma. Non ho potuto distinguere traccia alcuna di cristalli di cloruro sodico che di solito trovasi associato, talvolta anche in potenti banchi, a queste argille gessifere del terreno triasico; ho però potuto accertarmi che, colla lavatura di queste argille, si può riconoscervi la presenza di questo sale.

Nella escursione che abbiamo fatta lungo la Gandina nella direzione prossimamente dal Nord al Sud ci siamo portati ad incontrare il torrente Mella di Pesoro che attraversa il territorio di Pezzaze da ponente a levante, per gettarsi nel fiume Mella presso Lavone, ed attraversato questo torrente di Pesoro, dopo percorso qualche tratto sopra l' accennato miscuglio di argille gessifere e di pietre, ci si presentano rocce calcaree e porfiritiche quasi inaccessibili, e ci troviamo costretti, per compiere le nostre ricerche, di portarci più a ponente oltre il culmine di S. Zeno, costeggiando sempre le calcaree nere sopra indicate, lungo la Valle Rizzolo, dove rivediamo sotto di esse gli schisti metalliferi dell'arenaria screziata, le calcaree farinacee, le argille gessifere nella loro posizione normale, dopo i quali osserveremo lungo il lago d' Iseo da Goveno

sino oltre Toline una successione regolare di rocce che ci condurrà sino ai membri più moderni della formazione di cui ci occupiamo.

Prima però di abbandonare la valle di Pezzaze avvertirò che la successione di rocce che abbiamo osservata lungo la Gandina riesce visibile anche sulla costiera che mette alla terra di Etto; con questo di più che presso Etto sulla calcarea nera che è una diramazione di quella che abbiamo già indicato, vedesi adagiata una roccia arenacea di colore cupo, assai compatta, la quale modificandosi gradatamente diviene una roccia marnosa, spesso scheggiosa, di colore verdiccio biancastro rossiccio, che incontreremo anche al di sopra della suddetta calcarea nera della Valle Rizzolo e di Goveno.

Linea del lago d'Iseo (V. Tav. V, fig. 3 e 4).

Calcare conchigliare dei geologi (Muschelkalk).

Non è ancora trascorso gran numero di anni dall'epoca in cui i geologi giudicavano questo terreno molto circoscritto in Europa, che già a quest'ora si riconosce occupar esso grandi estensioni di paese, ed ha preso il posto che veniva assegnato ai terreni ora più antichi di lui ora più moderni. Lo stesso perspicace de Buch, che fondò a spese degli ammoniti la famiglia ben caratterizzata dei ceratiti, era talmente persuaso della sua mancanza nelle Alpi lombarde, che giudicò in una seduta del VI Congresso scientifico milanese spettare al terreno liassico i cefalopodi che trovansi a Besano negli schisti dolomici bituminosi, che devono riferirsi in vece all'epoca triasica; giudizio erroneo che venne in quei tempi adottato da me e da altri. La calcarea conchigliare è attualmente nella maggior parte dei luoghi dove vedesi allo scoperto riconosciuta di una grande potenza. Si trovò anche contenere essa ora molti fossili, ora un numero limitato, ed esserne talvolta quasi priva. Però è ben raro il caso in cui vi manchi il più caratteristico di essi l'*Enerinites Liliiformis*. Il signor Bornemann di Mühlausen nella sua Memoria intitolata *Ueber die Geognostischen Verhältnisse des Ohm-Gebirges bei Worbis* (V. Neues Jahrbuch von Leonhard, etc., 1852) vi attribuì una potenza di 700 piedi. Alcide d'Orbigny assegna a questo membro del trias nel Würtemberg lo spessore di 300 metri.

Venendo alla nostra calcarea conchigliare (Muschelkalk) avvertirò che essa varia molto nella sua struttura. Al di sopra di Goveno si presta assai bene alle osservazioni della struttura dei diversi suoi banchi. I primi di essi sono assai grossi di circa un metro, e presentano una compage quasi brecciata. Il color della pietra è nero, ed è intersecata da vene spatiche le quali sopra Goveno

sono di color giallo dorato. Riceve un bel pulimento e presenta l'aspetto del rinomato marmo di Porto Venere, se non che riesce difficile di ottenerne massi alquanto grossi di una gradevole venatura. Le testate di queste calcaree sono verso la sommità del Monte Aguina rivolte al nord e si mantengono per piccol tratto quasi orizontali; indi s'inclinano rapidamente verso il sud. Tale andamento dei banchi di questa calcarea è visibile per breve tratto, mentre i ruderi della sommità del monte mascherano saltuariamente ogni cosa; ma salendo il fianco del Monte Aguina per le diverse strade che conducono a Zone e nelle alture di Toline, si vede che la struttura suindicata va perdendosi per dar luogo ad una struttura più decisivamente stratificata in sottili banchi di pochi centimetri di grossezza con esili tramezzi argillosi. Questi banchi ora sono paralleli tra loro ed a superficie liscia, ora sono in vece bernoccoluti, di modo che al primo vederli si nutre speranza di trovarvi abbondante copia di fossili. Ad essi succedono altri banchi più grossi, i quali a più riprese alternano con banchi sottili, rimanendo solo invariato il color nero della roccia. Questa successione di rocce viene chiusa da una serie di banchi di circa mezzo metro di potenza, più argillosi, e di un colore il più delle volte grigio anzichè nero. Le parti esposte alle azioni atmosferiche trovansi affatto alterate, e quantunque conservino ancora una grande tenacità, sono quasi affatto prive di cemento calcare. Questi banchi, oltre all'essere ondulati in più luoghi nel senso della loro inclinazione, quasichè fossero stati smossi mentre erano ancor molli, sono anche incostanti nella loro direzione, quantunque la predominante sia verso sud-est.

Ardua impresa sarebbe il voler determinare con precisione la potenza di questa calcarea. Dal posto in cui la si incontra sopra Goveno al punto in cui va a mancare presso Toline, si percorre uno spazio che eccede i 900 metri; ma essendo i banchi di questa roccia ondulati, come si è detto, tanto nella loro direzione quanto nella inclinazione, io credo che non si scosterebbe molto dal vero chi la giudicasse di 400 metri.

Minerali contenuti. — In questa calcarea non ho potuto ritrovarvi altro che qualche traccia di solfuro di ferro disseminato nei banchi i più elevati. Vi si osservano, benchè di rado, venuzze di piromaca nera.

Petrefatti contenuti. — Ho istituite più volte minutissime ricerche in queste calcaree in traccia di fossili. Le prime tracce che ho potuto raccogliervi sono articolazioni dell' *Encrinites liliiformis*, ed un nautilo informe. Anche al professore Mousson parve di avere osservato in questa calcarea articolazioni del suddetto encrinite (Vedi *Geologische Bemerkungen*, etc. Von Escher. Zurigo, 1853). Le ricerche fatte nello scorso autunno furono alquanto più felici delle precedenti. Dopo molte indagini, mi abbattei in un banco che presentava tracce

di ceratiti caratteristiche del Muschelkalk. Lieto di questa scoperta, mi occupai di demolirne un masso che ne presentava diversi, allo scopo di staccarne qualche esemplare perfetto; ma con sorpresa trovai che le traccie di queste ceratiti erano conservate solo nella parte calcareo-argillosa che separa l'un banco dall'altro; la loro continuazione nell'interno della roccia era totalmente scomparsa. La Tav. VI, fig. 10 rappresenta una di queste traccie di ceratiti. In alcuni luoghi poi abbondano traccie di quelle ramificazioni comuni in questa calcarea di cui si è parlato di sopra. Vi ho pure raccolto traccie di conchiglie involute che ricordano la forma degli ammoniti globosi, de' quali si trovano bellissimi esemplari nella Val Trompia, specialmente nella valle di Lodrino. In questa stessa calcarea nella valle di Pezzaze, lungo la costiera che conduce al paesello di Etto, si trova pure la *Terebratula vulgaris*. Se le traccie di fossili in questa calcarea sono ancora scarse, è però chiaro che ad onta dello stato imperfetto di loro conservazione appajono analoghi a quelli del Muschelkalk.

Delle marne screziate (Keuper).

Le calcaree nere che abbiamo descritte, spettanti per la stratigrafia e pei loro fossili al calcare conchigliare (Muschelkalk dei Tedeschi) sono coperte da rocce di composizione assai diversa. I primi banchi che si incontrano in posizione molto eretta come le suddette calcaree, però meno ondulati, e diretti in generale al sud-est con un'inclinazione al sud-ovest formanti un angolo di 60 a 70 gradi, sono costituiti da arenarie da prima a grani alquanto grossi, tra' quali alcuni pochi arrivano a circa un centimetro di diametro, e di poi a grana fina di qualche millimetro soltanto. I grani di cui è costituita quest'arenaria sono per la maggior parte di quarzo bianco commisti con lamelle micacee.

Il cemento ne è calcareo ferruginoso. Sì l'una che l'altra di queste varietà di arenarie sono di color rosso, di varia intensità di tinta. Sarebbe facile il confondere queste arenarie a grana più grossa colle arenarie screziate già sopra descritte; ma esaminandone il cemento, si trova che in vece di essere di argilla ferruginosa e di silice, è costituito in parte da carbonato calcico con traccie di magnesia. L'altra a grana minuta ha un aspetto particolare per un miscuglio di piccoli grani di quarzo ferruginoso e di quarzo bianco, nel cui cemento entra buona dose di carbonato calcico.

Trattando cogli acidi deboli queste due arenarie, si discioglie molta parte della materia cementante i grani silicei, e si trova che l'arenaria a grossa grana è costituita come segue:

Arene silicee, perossido di ferro e lamelle micacee .	0,964
Carbonato calcico	0,021
» magnesico	0,012
	0,997

Quella a grana minuta consta di

Arene silicee con lamelle micacee	0,911
Carbonato calcico	0,088
	999.

La vegetazione ed i ruderi che coprono in più luoghi queste arenarie non mi hanno permesso di vederne i rapporti di giacitura che in pochi luoghi a diverse altezze.

Queste arenarie divengono nella parte superiore sempre più a minuta grana e quasi terrose, e costituiscono diversi banchi di una pietra saldissima, di colore ora rosso screziato, ora amaranto, i quali contengono però ancora qualche ciottoletto silicco facilmente visibile. La sua frattura è terroso-scheggiosa. Questa roccia contiene nodi di argilla assai duri, i quali sono investiti esternamente da un velo di color verde cupo. Talvolta questi nodi sono vuoti nel mezzo e le pareti delle cavità sono tappezzate da cristalli candidi di carbonato calcico. Questa pietra sottoposta all'azione di acidi deboli mostrasi costituita:

Da argille arenacee colorate da molto perossido di ferro .	0,795
Carbonato calcico	0,180
» magnesico	0,013
	0,988

Ai banchi di questa roccia ne tengon dietro molti altri di una pietra simile per la compattezza e per la frattura terroso-scheggiosa, ma il colore ne è in vece di un verde di pomo vivace. Contiene ancor questa i noduli sopra indicati coperti da un velo di una sostanza color verde cupo: talvolta sono ancor qui vuoti nel mezzo e tappezzati nella cavità da cristalli di carbonato calcico.

La sua composizione è alquanto diversa da quella della roccia rosso-cupa, non solo pel differente grado di ossidazione del ferro, ma inoltre per la sua composizione.

Coll'azione degli acidi deboli si ottiene:

Argilla colorita da molto protossido di ferro . . .	0,835
Carbonato calcico	0,158
» magnesico, tracce.	0,000
	0,993

Per la grande sua saldezza questa pietra resistette assai bene alle azioni meteoriche, mentre le contigue rocce, che tra poco descriverò, si prestarono ad una facile demolizione. Per tale stato di cose, i banchi di questa roccia che sono disposti quasi verticalmente, mostransi affatto denudati per estesi tratti, ed il geologo che percorre questi monti, intento ad esaminare il terreno su cui cammina, trovasi talvolta all'improvviso a fronte di precipizii spaventosi.

Tanto la pietra argillosa rossa quanto quella verde, che si succedono l'una all'altra, in alcuni punti, specialmente nelle parti più elevate, scarseggiano di cemento calcare, ne è assai diminuita la saldezza e si dividono in ischegge di aspetto affatto terreo; in fine assumono l'ordinaria apparenza delle marne screziate del Trias (Keuper).

A questi banchi verdi susseguono in alcuni luoghi, cioè dove essi non trovansi a nudo, banchi molto potenti di una roccia che potrebbe chiamarsi una arenaria calcifera a minuti grani silicei, oppure una calcarea arenacea di color nero punzecchiata di bianco. Le ricerche analitiche mi hanno mostrato che questa roccia consta come segue:

Sabbia silicea minuta	0,592
Carbonato calcico	0,387
Protossido di ferro e sostanze carboniose .	0,013
	0,992

Questa roccia è coperta più al sud da banchi argillosi neri calciferi che si sfaldano facilmente per le azioni atmosferiche, i quali contengono, come vedremo, grande copia di fossili. Nelle parti più elevate dei monti di Toline, in luogo della detta calcarea arenacea che si osserva in posto, specialmente a metà altezza del monte, si vede un' arenaria a grana minuta color verdiccio-cupo punzecchiata da granelli silicei bianchi, la quale vi occupa il medesimo posto, cioè trovasi tra la roccia argillosa verde e le marne calcifere nericce, ricche di petrefatti. È evidente che detta arenaria non è che una modificazione della calcarea arenacea. Passato il culmine della Croce di Zone quest'arenaria assume il più comune aspetto delle arenarie triasiche dei geologi tirolesi, autori della Carta geognostica del Tirolo e del Vorarlberg.

Questa arenaria è costituita da una sostanza verde in minuti frantumi che si crederebbe amfibolica, e da una materia bianca arenacea quasi argillosa. Il cemento calcare vi è scarsissimo.

Queste diverse rocce sono talmente connesse tra loro e per la composizione e per la stratigrafia che io penso che debbano tutte essere comprese nel terreno delle marne screziate (Keuper).

Minerali contenuti. — Nella zona di monti che forma lo scopo delle attuali

ricerche non ho trovato altri minerali che piccoli cristalli dodecaedri di solfuro di ferro contenenti tracce di rame. Questi cristalli incontransi specialmente nella roccia argillosa verde nelle parti le più elevate dei banchi raddrizzati.

Fossili contenuti. — Nelle rocce argillose rosse e verdi si vedono, come si è detto, alcuni nodi e cavità circondate da un velo di color verde-cupo, e le cavità tappezzate nell'interno da cristalli candidi di carbonato calcico. Non mi è stato possibile di riconoscervi tracce abbastanza chiare di avanzi organici, ma si crede spesso di ravvisarvi forme di bivalvi, ciò che sarebbe convalidato dalla presenza del velo verde-cupo che dal colore si giudicherebbe constare di fosfato di ferro.

Nella suindicata roccia arenacea superiore alla roccia argillosa verde, si vedono alcuni banchi ricchi di tracce carboniose di vegetabili, in parte riconoscibili.

Passato il culmine della croce di Zone in questa roccia arenacea, che per le alterazioni subite ha acquistato una tinta più cupa dell'ordinario, si trovano i seguenti fossili vegetali.

1.° *Calamites arenaceus* Jäg. Pflanzen Verst. Il pezzo da me raccolto in detta arenaria non eccede la lunghezza di sei centimetri e la larghezza di quattro.

La roccia è di tale fragilità, che tentando di staccare un'impronta di questo vegetabile, cadde in frantumi, ed a stento ho potuto conservare questo brano di cui presento la figura. Vedi Tav. VI, fig. 11.

2.° *Pterophyllum Jägeri?* Sch. Presento nella Tav. VI, fig. 12, le tracce di questo fossile da me raccolto nel citato luogo della strada per Zone. Pel motivo già indicato non mi fu possibile di estrarne esemplari più grandi nè meglio conservati. Ho però raccolto anche la costa di una foglia di questo vegetale che mi rende assai probabile tale determinazione.

Schisti calcareo-marnosi di S. Cassiano.

Perfettamente concordanti nella stratificazione colle rocce descritte si presentano, appoggiati ad esse, gli schisti neri fossiliferi, la cui composizione varia da un punto all'altro. Ora sono essi costituiti da argille schistose nere con poco cemento calcare, ora sono ricchi di carbonato calcico in modo da assumere i caratteri di una calcarea nero-argillosa. Talvolta questi schisti contengono esili straterelli di arenaria bianchiccia. Il più delle volte essi cadono in frantumi con facilità, tal altra invece sono resistenti alle alterazioni atmosferiche e presentano banchi eretti che emergono dalle circostanti rovine, ciò che impedisce di riconoscere la potenza complessiva di questo terreno, che però è notabilissima.

Minerali e fossili contenuti. — Questa roccia non contiene alcun minerale estraneo alla sua composizione; è ricco all'opposto di molti fossili. I primi banchi di questi schisti in contatto colle rocce arenacee contengono due sole specie di fossili determinabili entrambe, però caratteristiche di questo terreno; i quali fossili a sito a sito abbondano in modo straordinario. Sono questi:

1.° *Cardinia.* Questa cardinia citata dal De Buch sino dal 1845 (V. *Neues Jahrbuch von Leonhard*, etc.) come accompagnante la *Trigonia Whatelyæ* ed il *Pecten discites* del Muschelkalk dell'Italia superiore, venne figurata dall'Escher De La Linth (opera citata, Tav. IV, fig. 34 a 36), come specie, senza una più precisa determinazione. La unita Tav. II, fig. 9 rappresenta uno degli esemplari più comuni nel terreno di cui parliamo. Se non che, in questo esemplare non vedonsi le esilissime linee longitudinali della cardinia dell' Escher. Quando la mancanza di queste linee esilissime non procedesse da alterazioni del guscio per attriti, gioverebbe dire che si trovano in questi terreni associate tra loro due specie affini di cardinie.

2.° *Trigonia Kepherstenii.* Nella Tav. VI, fig. 15 è rappresentato un individuo completo di questo bivalve che vedesi associato alla cardinia suindicata in diversi punti di questi schisti. Trovasi essa associata anche in altre località delle nostre vallate alla medesima cardinia, alla trigonia Whatelyæ e ad altri fossili triasici. Questa trigonia venne da prima indicata dal Keferstein ed indi incontrata nella Carniola a Raibel dal signor Boué che vi diede il nome di *Cryptina Raibeliana.*

Nelle testate le più elevate dei banchi di questi schisti argillosi, oltrepassato il culmine di Zone, si vedono molti esemplari di queste cardinie con qualche rara trigonia; ma trovansi ivi talmente alterati che riesce difficile di estrarne esemplari di qualche pregio. Il guscio non è rappresentato d'ordinario che da una sostanza argillosa quasi priva di calce, quantunque la roccia sia calcifera e resistente alle azioni meteorologiche, di modo che alcuni banchi di essa si vedono eretti a grandi altezze quasi verticalmente. Più al basso, lungo la strada che attraversa ad un terzo del monte di Toline la valletta di S. Bartolomeo, si rivedono i banchi di schisti marnosi nericci calcarei come i precedenti, di cui sono una continuazione, contenenti grandi quantità di dette cardinie: oltrepassati questi schisti, si incontrano numerosi banchi di calcarea nericcia marnosa assai solidi, coprenti i banchi a cardinie, e sono alla lor volta coperti da schisti argillosi giallicci di poco spessore. Nella Val Coppola si vedono sopra di questi ultimi altri schisti nericci affatto simili ai precedenti, i quali contengono invece molte trigonie e solo qualche esemplare di cardinie. Più oltre verso il sud vi succedono banchi di calcarea marnosa nera assai solidi, con trigonie di specie diverse dalle predette, ma difficili a determinarsi.

Lungo le strade elevate a varie altezze sul monte che attraversano questo complesso di rocce, che si dirigono verso il monte Corno-dei-30 passi, non ho potuto vedere altro che terreni coperti da vegetazione e da ruderi, procedenti dalle circostanti alture, e specialmente dai monti dolomici; ma lungo la strada lacuale si osservano ancora a circa mezzo miglio al di sotto di Toline banchi pietrosi di particolare composizione, che mostransi addossati ai banchi schistosi sopraccennati, i quali però trovansi in posizione alquanto sconcertata e meno eretta; ciò che potrebbe essere attribuito tanto alla scomparsa di sottoposti terreni schistosi facili a demolirsi, quanto ad un filone-banco di diorite che trovasi interposto ai banchi di questa roccia. Essa è composta da un miscuglio di lamelle micacee, da sostanze argillose e carboniose e da calcaree. La superficie dei banchi è talvolta intieramente coperta da avanzi di petrefatti. Vi si vedono terebratule, pettini, lime, cidaridi? ecc., ma di questi petrefatti non trovansi conservate che le parti superficiali, immerse nella poca argilla che separa l'un banco dall'altro, mentre nell'interno della roccia se ne perde ogni traccia. Questa successione di schisti calcareo-marnosi e di calcaree nere argillose è coperta anche presso il lago d'Iseo da ruderi dolomici. in modo che non si può giudicare se esistono altri banchi diversi dai precedenti immediatamente in contatto colle dolomie.

Dolomia superiore al terreno di S. Cassiano.

Tenendoci ancora sulla linea dei monti del lago d'Iseo, tra Goveno e Marone, vediamo, procedendo verso il mezzo giorno, che ai suddetti terreni di S. Cassiano si appoggiano numerosissimi banchi di dolomia, il cui complesso forma un vasto gruppo di montagne molto elevate. Questi banchi sono costituiti da vere dolomie; ma presentano il singolare fenomeno che in alcune parti sono tramezzati non già da argille, come si osserva spesso nelle montagne calcaree, ma da vene di alabastro calcare grosse più centimetri; il qual fenomeno per la particolare disposizione dei banchi è qui molto appariscente, mentre è appena visibile nel prolungamento di queste stesse dolomie nella contigua Val Trompia.

La dolomia di cui parliamo è di colore ora bianchiccio ora cinereo, e talvolta anche nericcio, secondo che vi abbondano più o meno le sostanze carboniose. Sono spesso costituite da una compage di piccoli cristalli vivaci, ma altre volte hanno un aspetto quasi terroso.

È noto a tutti i geologi il pittoresco aspetto che presentano le montagne dolomitiche, imitanti castelli in rovina, aguglie, ecc.; ma vedonsi di rado

aspetti tanto bizzarri, quanto quelli della montagna detta il Corno-dei-30-passi, guardandola specialmente dal lato opposto del lago sulle alture di Solto. Sono svariatissime e molto numerose le alternanze di aguglie, di rovine, di anguste e profonde sinuosità, di dirupi di ogni foggia affatto inaccessibili.

I banchi di queste dolomie presso il livello del lago inclinano a mezzodì sotto un angolo moderato, mentre, seguendo coll'occhio il loro prolungamento nelle alture dei monti, vedonsi raddrizzarsi sempre più, in modo che alla cima sono quasi verticali. Sono quindi disposti presso che a foggia di un limitato segmento di circolo. Questi banchi, esaminati sopra una vasta superficie, hanno una direzione decisa prossimamente da N. O. a S. E. Per costruire la strada lacuale della Val Camonica, si dovettero fare gallerie, mezze gallerie, ed anche tagli verticali in questa roccia, e si potè osservare che è dovunque regolarmente stratificata, quantunque il più delle volte i banchi siano divisi tra loro da semplici velature terrose. A quest'ora però, dopo il decorso di pochi anni, per effetto dell'alterazione della roccia, incominciano già a scomparire le traccie di sua stratificazione. Per la detta stratificazione arcuata, è difficile di determinare la potenza complessiva di questi banchi dolomici; ma credo che non possa essere minore di 600 metri.

Minerali contenuti. — Nel costruire l'indicata strada si trovarono nella roccia dolomica varie cavità (tasche) di oltre un decimetro di diametro, contenenti lastre irregolari di quarzo, coperte di cristalli limpidi di questa sostanza, le quali lastre erano da uno o più lati attaccate alla roccia, e trovavansi come immerse in una polvere cinerea dolomica. Si trovano impiantati su questi cristalli silicei alcuni cristalli metastatici di carbonato calcico lunghi da 3 a 5 centimetri. Si sono essi formati modellandosi in parte sopra dei primi.

Questa roccia dolomica è molto adoperata per fabbricare calce, specialmente a Vello.

Fossili contenuti. — I primi e gli ultimi banchi di questa dolomia non hanno fino ad ora presentato fossili. I banchi intermedii in vece ne sono a sito a sito ricchissimi. Lungo la spiaggia del lago d'Iseo al Corno-dei-30-passi, all'epoca della costruzione della strada lacuale, si discopersero in alcuni banchi di questa roccia alcune specie di conchiglie fossili caratteristiche delle dolomie sovrapposte al terreno di S. Cassiano, le quali trovansi in qualche altro luogo associate anche ad altre specie diverse. Quantunque abbondanti, è però difficile di ottenerne esemplari ben conservati, per la fragilità della roccia che li racchiude, e specialmente per la struttura cristallina, propria delle dolomie, che hanno assunto anche i gusci dolomizzati delle conchiglie, per cui al più lieve colpo cadono in frantumi.

Questi petrefatti sono:

1. *Avicula?* — La Tav. VI, figura 19 rappresenta un piccolo individuo di una bivalve che parmi appartenere alle avicule e che in altri tempi da Brocchi e da altri venner giudicate per mitili, stante la grande difficoltà di staccare dalla roccia esemplari conservanti l'ale. Questa conchiglia è obliqua, quasi equivalve, il becco però della valva dritta è alquanto più lungo e più arcuato dell'altro. Al di sotto dei becchi delle due valve e del prolungamento della cerniera evvi una infossatura che si estende ad un terzo della lunghezza dell'intiera conchiglia, nella quale infossatura in alcuni esemplari si vede una specie di foro tra le due valve che ora trovasi occupato dalla pietra, per l'escita probabilmente del bisso. La cerniera si estende ad una lunghezza che è vicina alla metà della totale lunghezza della conchiglia stessa. Vedasi per la disposizione dei becchi e della infossatura la fig. 18, Tav. VI, che rappresenta al naturale uno dei più grossi individui di questa conchiglia, e la fig. 17 per la disposizione delle linee di accrescimento della conchiglia stessa, che dopo aver circondato tutte le valve, divergono a formare l'ala della cerniera. Lo stato cristallino del guscio impedisce di vedere la forma di quest'ultima.

2. *Cardium triquetrum Wulf.* — I banchi che si succedono a quelli contenenti dette avicule presentano con qualche abbondanza il *Cardium triquetrum* del Wulfen, ricordato dal Brocchi nelle sue Osservazioni naturali sulle speloncbe di Adelsberg in Carniola (Vedi Biblioteca Italiana, Tom. 25.°, fascicolo di febbrajo-marzo 1822, pag. 275), la quale petrificazione venne osservata da prima dal Wulfen nelle montagne di Bleyberg e dal Brocchi nel Monte Antelao nel Cadorino. Anche il professore Catullo ne ha parlato nella sua opera *Saggio di Zoologia fossile,* e ci ha dato la figura della conchiglia e del nucleo di essa. Non corrispondendo però questa figura cogli esemplari che io possiedo del Monte Antelao, del Monte Mariana nella Carnia e dei monti lombardi, non saprei asserire se trattisi di una medesima specie. Anche il *Megalodus scutatus* del sig. Schafhäutl, citato dall'Escher, da Merian e da altri come caratteristico di queste dolomie, mi parve molto diverso, di modo che io sospetto che in questa determinazione sia nata qualche confusione. Del resto Schafhäutl trovò questa conchiglia nella calcarea liassica, e il *Taurocerus thiara* dello stesso autore, trovato nelle dolomie di questo orizzonte geologico, è del pari diverso dalla conchiglia di cui parlo. (Vedi *Geognostiche Untersuchungen des Südbayerischen Alpengebirges.* München, 1851, e *Neues Jahrbuch* 1855, F. 1.) Le fig. 20 e 21 della Tav. VII rappresentano una di queste nostre conchiglie di mezzana dimensione. Il guscio assai esile è pressocchè equivalve; la valva dritta è però sensibilmente più panciuta dell'altra. La forma di queste conchiglie,

coll'invecchiare degli individui, si modifica sensibilmente, poichè gli angoli formati dai due gusci, per riunirsi tra loro nella parte opposta al labbro presso alla cerniera che sono ancora visibili nella suddetta figura, scompajono negli individui più vecchi. Questa conchiglia ha due gibbosità o becchi larghi la metà dell'intiera conchiglia, piegati in avanti non a spira, come nelle isocardie, ma curvati a mezza luna. Il becco della valva dritta è alquanto più lungo dell'altro. Il nucleo dei becchi presenta alcuni solchi longitudinali che rappresentano probabilmente cordoni di rinforzo del guscio che è assai esile. Tra questi due becchi si osservano due lamelle quasi addossate l'una all'altra, che staccandosi dal punto ove i due becchi incominciano a svilupparsi, scorrono tra di essi e discendono nelle fossette che si vedono alla base interna dei becchi medesimi; formano ivi una piega da dritta a sinistra, e innalzandosi poscia, vanno a terminare con una specie di gibbosità che in alcuni individui ben conservati da questa parte vedesi chiaramente bipartita. Le dette lamelle formano, nel luogo dove si osserva la indicata piega, una specie di piccolo sacco cavo da una parte e convesso dall'altra.

Nella figura 22, Tav. VII, è rappresentata la sezione dei gusci presa a metà della conchiglia di un individuo giovane, e nella figura 23 un'eguale sezione di un individuo più vecchio, che ha già assunta la forma triangolare.

Alcuni paleontologi moderni vorrebbero comprendere queste conchiglie tra le isocardie. Quando si trovasse ben fondata questa classificazione, crederei conveniente che vi si conservasse il nome specifico del Wulfen, poichè questa conchiglia, giunta a vecchiezza, è realmente triangolare. Alcuni esemplari hanno una forma assai più allungata di quella delle fig.^{e} 20 e 21, ma credo che questa modificazione di forma sia solo individuale e non specifica.

3. *Nucula?* — La forma generale di questa bivalve rappresentata nella Tav. VI, fig. 16, è quella di una nucula, ed è forse la lineata, quantunque lo stato cristallino del guscio non permetta di ben assicurarsene. Ho trovato alcuni esemplari di questa nucula nelle dolomie del lago d'Iseo di cui parliamo; in altri luoghi nelle dolomie dell'eguale epoca sono assai abbondanti.

I banchi dolomici superiori a quelli contenenti il *Cardium triquetrum* e la detta nucula ricompajono saltuariamente ancora ricchi di gusci delle indicate avicule. Qualche banco è anzi costituito quasi intieramente di frantumi di ogni dimensione di questa bivalve. Tralascio di parlare di molti altri avanzi organici animali di queste dolomie, ancora inediti e troppo mal conservati perchè si possa descriverli.

I depositi pietrosi in contatto colle indicate dolomie lungo il lago d'Iseo che incominciano a vedersi ai fianchi loro al S. O. al disotto di Marone lungo la

Valle Opal sono costituite da marne carboniose e da calcaree nere con avanzi organici assai malconci. Vi ho però trovato nei massi staccati la *Cardita crenata* Gold. Ma vedendosi il terreno in questo luogo non più a strati costantemente quasi eretti, ma ora devianti di poco dall'orizzontale, ora più o meno inclinati, non oserei asserire che trovinsi realmente superiori alle dette dolomie, nel qual caso converrebbe dire che il terreno di S. Cassiano, colla sua abituat composizione marno-schistosa e co' suoi fossili peculiari siasi riprodotta anche posteriormente alle dolomie; inclino però a credere che questi banchi marnosi non siano qui visibili altrimenti che per effetto di pieghe del terreno, per le quali trovasi denudata la parte ad esse dolomie sottoposta.

Riterrei troppo incompleta questa relazione, se non facessi parola di un altro terreno, il quale trovasi connesso con queste dolomie per alcuni fossili comuni, e che se non si vede in posto lungo il lago d'Iseo, incontrasi però in più luoghi della Lombardia e del Veneto superiormente al terreno dolomico caratterizzato dalla presenza specialmente del *Cardium triquetrum* Wulf. Escher De La Linth riportò nel catalogo dei fossili spettanti al terreno di S. Cassiano, contenuto nella citata sua opera, le natiche e le chemnizie delle calcaree grigie dei monti di Esino, ma non si occupò di indicare quali rapporti abbiano queste calcaree colle altre rocce contigue, nè di giustificare altrimenti questo avvicinamento. Accade di rado di vedere queste dolomie nelle nostre vallate, senza incontrare su di esse o potenti banchi, od anche solo frantumi della indicata calcarea grigia con natiche. I monti di Esino però sono meritevoli di particolare attenzione per la grande copia di petrefatti che vi si osservano frammisti alle natiche. In questi monti superiormente alle calcaree nere più o meno marnose che per le premesse osservazioni di successione normale dei terreni triasici nella Lombardia spetterebbe non al liasse, come io aveva altre volte supposto (*), ma ad una formazione più antica, si vedono dolomie contenenti le avicule che abbiamo indicato abbondare in quelle del lago d'Iseo. Nella valletta tra il Monte Croce ed il Monte Codine si osservano inoltre frequenti avanzi di rostellarie e di chemnizie, le quali abbondano anche nelle sovraposte calcaree grigie, ciò che costituisce una connessione geologica tra queste due rocce. In queste calcaree, oltre alle rostellarie, alle chemnizie, alle natiche, fra le quali distinguesi la *N. maculosa* di Klip, si trovano zigareti e possidonomie simili a quella rappresentata da Catullo nella Tav. I dell'opuscolo intitolato:

(*) Giornale dell'I. R. Istituto e Biblioteca Italiana, serie in 8.°, Tomo XVI, pag. 157.

Remarques... sur la Geognosie paléozoique des Alpes Vénitiennes (Nuovi Annali delle Scienze naturali di Bologna, 1846), non che molte altre bivalvi ancora inedite, ed in fine l'*Halobia Lomelli* Wis., la quale trovai sempre associata alla indicata possidonomia. I primi esemplari che io ne raccolsi in detto luogo e di cui feci parte, molti anni or sono, a varii geologi, trovansi in un masso mezzo calcinato da me raccolto negli scarti di una fornace da calce presso il Monte Croce. Da ciò procedeva il suo color bianco, diverso da quello della roccia in posto che è grigio-chiara; il che fece sospettare all'Escher che fosse incerta la sua procedenza; ma per posteriori ricerche ho potuto accertarmi che questa *Halobia* trovasi ivi realmente in posto nella calcarea grigia contenente le altre petrificazioni sopraccennate. Ora questa *Halobia* è identica a quella del terreno di S. Cassiano contenente l'*Am. Aon*, l'*Equisetites columnaris*, il *Pterophyllum Jaegeri* della valle del Dezzo, della quale possiedo, tra i moltissimi malconci, un esemplare non alterato dalla compressione. Per ciò io credo che questa calcarea grigio-chiara, la quale occupa notevole estensione nei nostri monti, debba essere considerata come connessa geologicamente coll'indicato terreno dolomitico.

La rostellaria, di cui qui sopra ho parlato, è poco nota ai geologi, perchè nel rompere la pietra per estrarne qualche esemplare, si perde sempre il becco e parte della bocca. Non trovandosi per anco avvertita dai geologi, per quanto io mi sappia, l'associazione di rostellarie cogli altri fossili caratteristici di terreni inferiori al giurese, ne presento la figura che ne ottenni col delineare la forma del becco e della bocca, di mano in mano che ne andava denudando un bell'esemplare col rompere la pietra a poco a poco (Vedi Tav. VII, fig. 24).

Con queste rocce calcari finisce la serie dei terreni evidentemente superiori a quelli di S. Cassiano, che trovansi quasi sempre associati tra loro a stratificazioni le più volte concordanti. Ho creduto opportuno, parlando dei terreni triasici, di descriverli, perchè, come vedremo, non è ben certo il posto che devono occupare nella serie delle grandi divisioni geologiche ammesse dalla scienza, cioè se debbono far parte del terreno triasico oppure del liassico inferiore, potendo essere che questo terreno assai poco studiato sino ad ora debba trovar una sede propria tra il terreno di S. Cassiano ed il liassico, come già avvenne del primo di questi terreni che, quasi sconosciuto pochi anni addietro, occupa ora ampia sede, superiormente alle marne screziate.

Alcune osservazioni sui terreni sopra descritti.

Nel parlare dell'arenaria screziata, abbiamo già accennata la difficoltà di stabilire se la potente serie dei banchi di arenaria a grani silicei, colorati dall'ossido

di ferro e cementati insieme dalle argille ferruginose, e qualche volta dalla silice nella valle Gandina, debba riferirsi tutta all'arenaria screziata, o se una parte, cioè la inferiore, debba esserlo all'arenaria de' Vosgi, od almeno ad una arenaria di epoca più antica.

Lo Studer, nella sua Carta geologica della Svizzera, non ammette nella Lombardia l'esistenza dell'arenaria screziata, ed Escher De La Linth ammette solo che ne esista un lembo lungo la elevata costiera che dalla Valsassina mette a Regoledo. L'esistenza dell'arenaria screziata nei monti che separano la Valsassina dal lago di Como venne già da me indicata molt'anni or sono, ma senza accennare alcun fossile peculiare di questa roccia. L'Escher vi avrebbe trovato, nella località da lui indicata, un vegetale caratteristico di quell'epoca, cioè l'*Aethophyllum speciosum* Sch. in un'arenaria che alterna con rocce più o meno argillose, schistose, il cui complesso è appoggiato ad un conglomerato più antico, di color rosso, contenente frantumi di porfidi, che egli ascrive al Verrucano; questo conglomerato vedesi assai bene distinto dalle arenarie screziate anco presso la galleria di Bellano, al nord di essa, non che nella valle del Varrone ed in altri luoghi della Valsassina. Esso non è sempre visibile al di sotto delle arenarie screziate; nella valle Gandina, come in molte parti della val Trompia e delle altre vallate, vi è mancante. L'arenaria screziata e gli schisti che l'accompagnano di questi ultimi luoghi, contenenti banchi di calcaree magnesiache ferrifere, di carbonato ferroso più ricco in carbonato manganico di tutti i carbonati ferrosi escavati nelle arenarie e conglomerati di esso più antichi, contengono il *Myacites fassaensis*, che è pur caratteristico dell'arenaria triasica. Penso quindi che, almeno la parte più elevata di queste arenarie e schisti, non possa essere riferita al Verrucano. Anche nei monti che dividono la Val Trompia dalla Val Camonica sopra Artogne e sopra Collio presso le Colombine, si vedono chiaramente due arenarie ben distinte e separate da numerosi banchi di rocce argillose minutamente micacee: ma se vi è indizio per gl'indicati fossili di credere che quella superiore spetti all'arenaria screziata, non possiamo asserire che l'inferiore spetti al Verrucano, non essendosi sino ad ora trovato in essa alcun fossile caratteristico di questo terreno.

Se però riflettiamo che in molti paesi d'Europa l'arenaria screziata trovasi in contatto coll'arenaria dei Vosgi, possiam credere che una parte della potente serie di banchi dell'arenaria della Val Gandina e delle altre contigue vallate, quella specialmente a grani più grossi, debba riferirsi all'arenaria vogese. De Verneuil e Collomb (*Coup-d'œil sur la constitution géologique de quelques provinces de l'Espagne.* V. Bull. de la Société géologique de France, 1852), osservarono anche in Ispagna, al Picco di Renera, una associazione delle due

arenarie, la sereziata e la vogese, che si distinguono più per la diversa dimensione dei grani silicei che la compongono, che pei caratteri stratigrafici e paleontologici. Dirò inoltre, che il prof. Bronn (V. *Lethæa geognostica*) osserva che il tentativo fatto di staccare dal trias la parte inferiore dell'arenaria sereziata, e particolarmente l'arenaria dei Vogesi, per unirla al sistema Permiano, (Verrucano ec.) non sarebbe bastantemente giustificata dai pochi avanzi vegetali stativi scoperti. Anzi, Sanderberger, dichiarando di non conoscere se questa separazione proposta dal Murchison abbia plausibile fondamento nei monti Vogesi, asserisce che la sua applicazione nella Germania sarebbe erronea. E a me pare che manchi ogni fondamento per unire al sistema Permiano non solo la parte inferiore di queste nostre arenarie che rappresentano forse la vogese, ma ben anche tutto il complesso di queste rocce arenacee coi loro schisti, in modo che si supporrebbe mancante in pressochè tutta la Lombardia il terreno dell'arenaria sereziata, che incontrasi invece costantemente in tutte le altre regioni dell'Europa. Con questa supposizione che le accennate arenarie debbono riferirsi al Verrucano, riescirebbe poi assai difficile il trovare la sede geologica delle arenarie più antiche, che hanno pur anche l'aspetto e la composizione del Verrucano della Toscana, le quali vedonsi in alcuni luoghi, come nella Valsassina e nella Val di Scalve al Monte Glenno, a stratificazione discordante da quella delle arenarie sovraindicate, che parmi debbansi riferire alle sereziate e Vogesi.

Io penso che queste nostre arenarie siano da mettersi allo stesso livello degli schisti di Werfen che giacciono sulla Grauwake e sotto i diversi membri delle calcaree alpine (Muschelkalk dei geologi moderni), che per le giudiziose osservazioni del consigliere De Hauer, rappresentano nell'Alta e Bassa Austria l'arenaria sereziata (V. *Ueber die Gliederung der Trias*, etc., von Franz Ritter von Hauer. Jahrbuch der k. k. Geologischen Reichsanstalt. Wien, 1853).

La calcarea farinosa magnesiaca che è sovrapposta a stratificazione concordante agli schisti dell'arenaria sereziata della Val Gandina, la quale contiene grumi anzichè cristalli di dolomia, ci servirà, io credo, di utile guida nella determinazione dei nostri terreni subalpini. Quantunque non contenga fossili riconoscibili, risulta però ben determinata la sua giacitura tra l'arenaria sereziata e le argille gessifere inferiori alla calcarea conchigliare (Muschelkalk). Io penso che rappresenti la calcarea terrosa gialliccia di Rovegliana nel Veneto, la quale giace sull'arenaria sereziata, ed è inferiore al gesso ed al Muschelkalk. Nella Spagna, De Verneuil e Collomb (Memoria citata) osservarono sull'arenaria sereziata del detto Picco di Ranera ed altrove, masse di calcaree giallastre alquanto cavernose quasi sempre dolomitiche che giudicarono rappresentare colà il Muschelkalk, quantunque non vi trovassero fossili, la qual calcarea è coperta dalle argille gessifere.

Questi fatti mi inducono a credere che debbano riferirsi a questo livello geologico le dolomie bituminose dei dintorni del lago di Lugano, contenenti fossili triasici, e probabilmente anche alcune del lago di Como, specialmente quelle che si osservano al S. della Galleria di Bellano, coprente gli schisti dell'arenaria screziata, contenenti, per le osservazioni dell'Escher, l'*Aethophyllum speciosum* Schimp., e molte altre tracce di vegetabili che si vedono in più luoghi anche presso le acque del lago.

Le argille gessifere della Val Trompia e del lago d'Iseo sopra Goveno occuperebbero il posto consueto nella serie dei terreni triasici, poichè al di sopra dell'arenaria screziata e della calcarea farinacea gialliccia e dolomica, si hanno quasi dovunque le argille gessifere, e trovansene esempi in tutti i paesi.

La sovrapposta calcarea nera che trovasi in banchi ora grossi, ora sottili, bernoccoluti talvolta, e che per tali suoi caratteri, e specialmente per quelli della sua grande solidità, può essere paragonata al Muschelkalk di Friedrichshall, si troverebbe qui ancor essa nella abituale posizione geologica del Muschelkalk: nè deve farci sorpresa la sua povertà di fossili. Secondo il Daub, anche a Staufen accade di non trovarvi che qualche articolazione dell'*Enerinites liliiformis*. Tale scarsità di fossili ci è indicata anche da altri scrittori.

Non è però che i mari in cui si depose questa nostra calcarea, fossero spopolati di animali; credo invece che ne siano scomparse quasi tutte le tracce, per una direi quasi fusione delle conchiglie nella stessa roccia, perchè questa calcarea è quasi priva di argilla capace di investire e di preservare i gusci dei molluschi, non contenendo essa, il più delle volte, che da uno a due centesimi di argilla alquanto ferruginosa e carboniosa. In una calcarea superiore alle argille gessifere del Monte Pesseda all'E. di Collio, che ha anche una composizione eguale a quella sopra indicata, vedonsi banchi tutti costituiti di steli dell'*Enerinites liliiformis*, i quali banchi sono grossi talvolta da 30 a 40 centimetri; ma la maggior parte di questi fossili si immedesimano colla roccia, la quale assume un aspetto cristallino a larghe lamine di color nericcio, in cui abbondano le tracce di materie bituminose.

Abbiamo veduto che questa calcarea nera lungo il lago d'Iseo è di grande spessore. Nel suo prolungamento nella Valle Camonica e nella valle del Dezzo si mantiene di eguale grossezza; quantunque i fossili vi siano anche ivi assai scarsi, è però caratterizzata dalla *Trigonia lævigata* Br. Per la costanza dell'associazione di questa calcarea nera, di sì notevole spessore, colle rocce triasiche inferiori, penso ora che sia probabile che a questo stesso periodo appartenga anche la calcarea nera talvolta magnesiaca sovrapposta alla dolomia che vedesi al sud della galleria di Bellano addossata agli schisti dell'arenaria screziata,

la quale calcarea contiene a Regoledo la *Possidonomya Moussoni* Mer., ed a Perledo la numerosa specie di pesci, tra i quali alcuni paleonischi, e i rettili digitati a lungo collo, ed altri animali non per anco conosciuti, e avanzi di vegetali tuttora inediti.

Nella sezione superiore del terreno triasico, cioè nel terreno salifero del d'Orbigny, merita particolare attenzione il fatto della costanza nella composizione mineralogica delle diverse rocce che lo costituiscono, quantunque siano queste assai svariate. Ultimato il tranquillo deposito dei sedimenti calcarei marini del Muschelkalk, subentrò la deposizione di rocce costituite da elementi di trasporto meccanico, da prima di grani quarzosi, ed indi di melme ora rosse, ora verdicce, ora screziate, le quali nelle parti superiori contengono saltuariamente visibili, potenti banchi di solfato calcico, e da arenarie verdicce a minuta grana, in cui abbondano piccoli frammenti di un minerale verde che presenta l'aspetto dell'anfibolo, ove specialmente vennero sepolti frantumi di vegetabili terrestri, cui succedettero altre melme calcari nericce abbondanti di fossili marini, di specie in parte propria del terreno di S. Cassiano; dopo di che si presentarono ancora particolari condizioni geologiche per le quali incominciarono a deporsi rocce dolomiche di una grande potenza, contenenti alcuni particolari petrefatti che si incontrano per la prima volta commisti con altri fossili analoghi a quelli del sottoposto terreno di S. Cassiano. Nella Lombardia e nelle contigue regioni dove si manifesta questo ultimo terreno, le dette dolomie coi loro fossili peculiari non mancano mai; come accade di rado di vedere queste dolomie non coperte della calcarea grigia ricca di rostellarie e di natiche. La costanza nella variazione mineralogica delle rocce che si succedono in ordine cronologico nei terreni qui indicati, ci inducono a pensare che, se è vero che spaziando per vaste regioni, giovi tener conto quasi esclusivamente dei fossili nella determinazione dei terreni, come alcuni pensano, è però certo che quando il loro studio è circoscritto entro limitati confini, non può esserne trascurata la composizione mineralogica, la quale in molte circostanze può realmente essere di grande sussidio, specialmente dove i terreni, come lungo le Alpi, trovansi spesso stranamente sconvolti.

Sinchè aveva credito la teorica più ingegnosa che vera della formazione delle dolomie per metamorfismo, questo terreno venne dai geologi assai poco studiato, credendosi che non potessero contenere fossili riconoscibili, i quali del resto non avrebbero potuto diversificare da quelli delle contigue rocce calcaree, di cui non erano che una accidentale modificazione.

In questi ultimi tempi però si riconobbe anche dai geologi oltramontani che queste dolomie inferiori al lias contengono abbondanti fossili, molti dei quali

di specie particolari. Girard sino dal 1843 sospettava che queste dolomie si collegassero ancora col terreno di S. Cassiano (Vedi *Neues Jahrbuch von Leonhard*, 1843). Di eguale opinione erano il De Hauer, l'Escher, Bronn ed altri; attualmente però si inclina a credere che debbano tenersi collegate col lias inferiore. Tra i fossili più comuni e caratteristici di questo terreno sono da annoverarsi il *Cardium triquetrum* ed il *Tauroceras tiara* descritto dallo Schafäult (V. *Neues Jahrbuch von Leonhard*, 1854), le quali petrificazioni non permettono di confondere queste dolomie con altre di aspetto quasi eguale, di epoche più antiche. La prima di queste petrificazioni non venne mai ritrovata nei monti lombardi che nelle dolomie e non mai nei terreni contigui superiori ed inferiori, e tutte le altre petrificazioni, di cui sono esse ricche, diversificano da quelle già conosciute e descritte dei terreni liassici. Trovasi sempre in connessione col terreno di S. Cassiano che vi è sottoposto, e colle calcaree grigie con rostellarie e natiche che vi è superiore, nella quale incontrasi ancora la *Halobia Lomelli* Wis., mentre i terreni con fossili decisamente liassici trovansi ben di rado, o forse non mai, altrimenti che ai fianchi od al piede delle suindicate rocce.

Per ciò io penso che non siansi raccolti per anco sufficienti fatti per istabilire, con quella sicurezza che può desiderarsi e sperarsi, il posto che le dolomie e le calcaree grigie ora indicate devono occupare nella classificazione geologica dei terreni, essendo per ora soltanto certa la loro posizione nell'ordine cronologico.

PROSPETTO *dei diversi membri del terreno triasico lungo la Val Gandina presso Pezzaze, e lungo il Lago d'Iseo da Goveno a Marone, coll'indicazione dei fossili sino ad ora in essi scoperti.*

Nome dei membri del terreno triasico	Nome dei petrefatti	*Osservazioni*
Arenaria screziata (Bunter sandstein.)	Ramificazioni ammucchiate, costituite dalla medesima roccia; indeterminabili.	
	Myacites Fassaensis. Schl. Tavola VI, fig. 1.	Negli schisti delle arenarie di quest'epoca si osservano impronte della *Naticella costata* lungo i fianchi del M. Rondenino: ciò che convaliderebbe la determinazione geologica di queste arenarie, parallela agli schisti di Werfen.
	Altri fossili indeterminati, di cui presento la forma alla Tav. VI, fig. 2, 3, 4, 5.	
Schisti dell'arenaria screziata.	Myacites Fassaensis.	
Calcarea farinosa dolomica, e dolomia.	Sino ad ora senza fossili nelle citate località.	Nelle dolomie di questo livello a Besano ed al Monte S. Salvatore sul Lago di Lugano si incontrano molti fossili triasici.
Argille gessifere	Idem.	
Muschelkalk.	Nautilus.	
	Ceratiti.	
	Encrinites liliiformis. Mül.	
	Terebratula vulgaris.	
	Cyathophyllum?	
	Ramificazioni.	
Arenaria e marne screziate (Keuper)	Pterophyllum Jägeri.	
	Calamites arenaceus.	
Calcaree marnose e schisti di S. Cassiano.	Trigonia Kephersteini.	
	Cardinia..... Agas.	
	Terebratula vulgaris.	
	Cerithium.	
	Molti altri fossili indeterminabili.	
Dolomia a minute lamelle cristalline.	Avicule.	Si osservano in queste dolomie tre specie di avicule ben distinte, ma non ancora determinate: una di esse probabilmente dovrà essere riferita alla gervillia.
	Cardium triquetrum Wulf.	
	Nucula lineata?	
	Rostellaria.	
Calcarea cinerea chiara, connessa colla dolomia.	Rostellaria specie identica.	
	Natica maculosa.	
	Halobia Lomelli.	
	Altri fossili non per anco descritti.	

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Fig.

Tavola V.

1. Rappresenta la successione del terreno triasico nel territorio di Pezzaze.
2. Spaccato del medesimo terreno lungo la linea A B.
3. Continuazione del terreno triasico, lungo il Lago d'Iseo.
4. Continuazione del terreno triasico lungo il Lago d'Iseo veduto dal lato opposto dei monti lungo la Val Mazza.

Tavola VI.

1. *Myacites Fassaensis.*
2, 3. Impronte di fossili bivalvi non ancora determinati che si incontrano spesso negli schisti arenacei connessi coi banchi di carbonato ferroso nella Valle Trompia e nella Valle di Scalve.
4, 5. Impronte di fossili bivalvi indeterminati che trovansi spesso associati con quelli delle Figure 2 e 3.
6. *Encrinites liliiformis* nel Muschelkalk sopra Goveno.
7. *Idem* nel contiguo Muschelkalk della Valle Trompia.
8. Polipai non ancora determinati nel Muschelkalk sopra Goveno.
9. *Cardinia* nel terreno di S. Cassiano sopra Toline. Sarebbe diversa dalla *Cardinia* dell'Escher de la Linth, quando la mancanza di linee longitudinali non proceda da attriti sofferti dalla conchiglia.
10. Frantumi di ceratiti nel Muschelkalk sopra Goveno.
11. Frantumi di *Calamites arenaceus?* Croce di Zone sopra Goveno.
12. Frantumi del *Pterophyllum Jägeri? Idem.*
13. Frantumi di pettini nel terreno di S. Cassiano presso Toline.
14. Modiola? Trovasi spesso associata alle cardinie della Fig. 9.
15. *Trigonia Kefersteini.* Abbondante negli schisti di S. Cassiano sopra Toline.
16. *Nucula-Lineata?* Nella dolomia al sud di Toline.
17. Avicula? Mostrante le linee di accrescimento del guscio che si prolungano a formare la cerniera. Nelle dolomie al sud di Toline.
18. Avicula? Questa figura rappresenta uno dei più grandi esemplari di questa specie, mostrante la forma di uno dei becchi ben conservato e l'infossatura per l'escita del bisso.
19. Esemplare della stessa avicula? nel quale si vede intiera la forma esterna della cerniera.

Tavola VII.

20. *Cardium triquetrum.* Le punteggiature rappresentano il prolungamento della cerniera che non si trova conservata che di rado anche nei piccoli esemplari.
21. *Idem.* Rappresenta il solco del punto di unione delle due valve.
22. *Idem.* Sezione presa all'origine dei becchi di un individuo giovane.
23. *Idem.* Sezione presa all'origine dei becchi di un individuo vecchio, divenuto di forma triangolare.
24. Rostellaria delle calcaree grigie connesse colle dolomie di Esino, Lago di Como.

Successione dei membri inferiori del Trias nel territorio di Pezzaze. Fig 1

Segni convenzionali

1 Schisto siliceo micaceo
2 Arenaria rossa (Bunt Sand.)
3 Schisti dell'arenaria rossa (Bunt Sand.)
4 Calcare farinoso
5 Argille gessifere
6 Muschelkalk
7 Keuper
8 Schisti di S. Cassiano
9 Dolomia
10 Porfido
11 Ruderi

Sparato dei membri inferiori del Trias lungo la val Gandina territorio di Pezzaze

Fig 2

Terreno triasico della Fig 3 osservato dal lato della V. Mazza tra Marone e Zone.

Fig 4

Terreno triasico lungo il Lago d'Iseo

Fig 3

NATURAL HISTORY

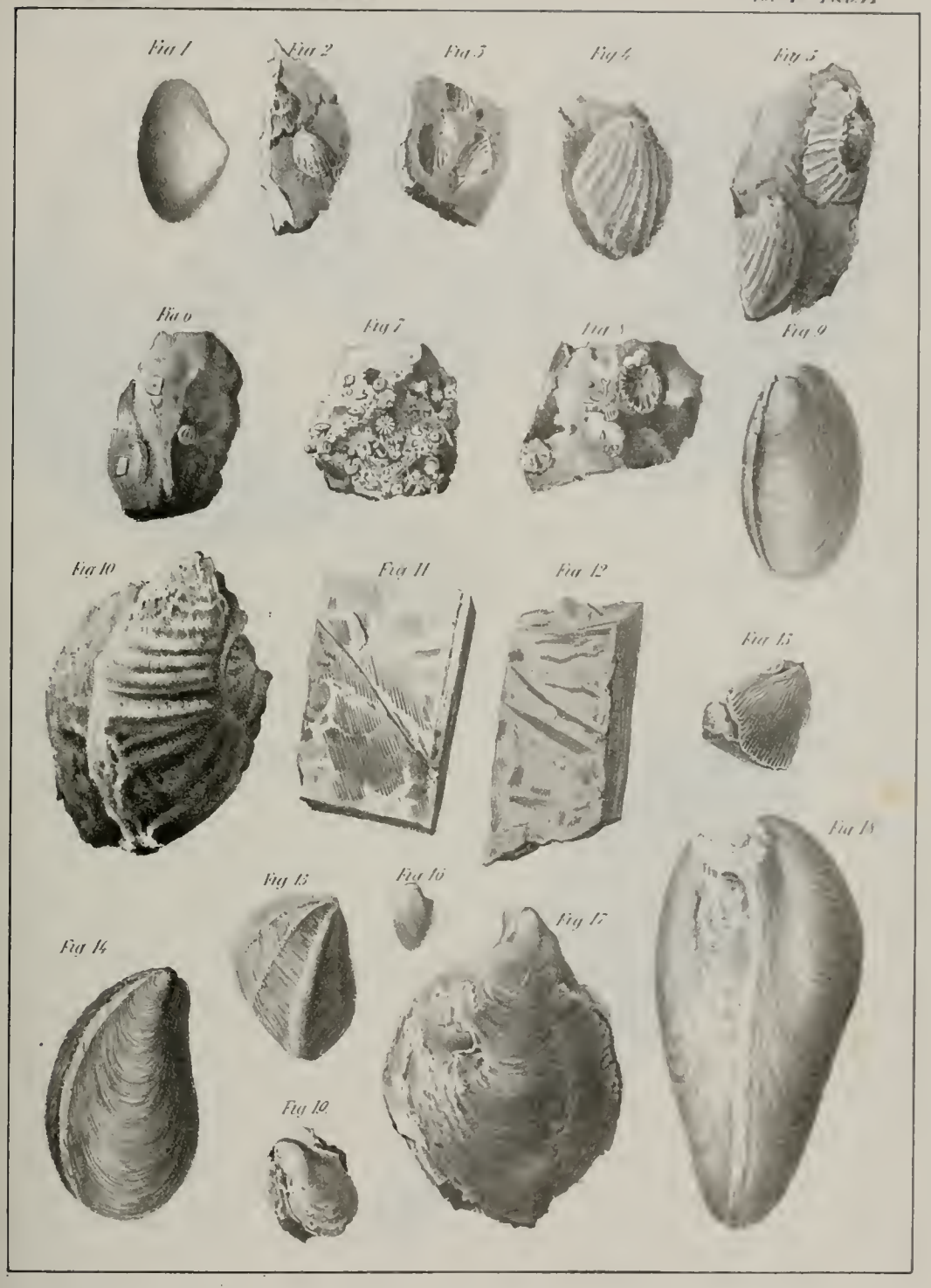


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17
Fig 18
Fig 19

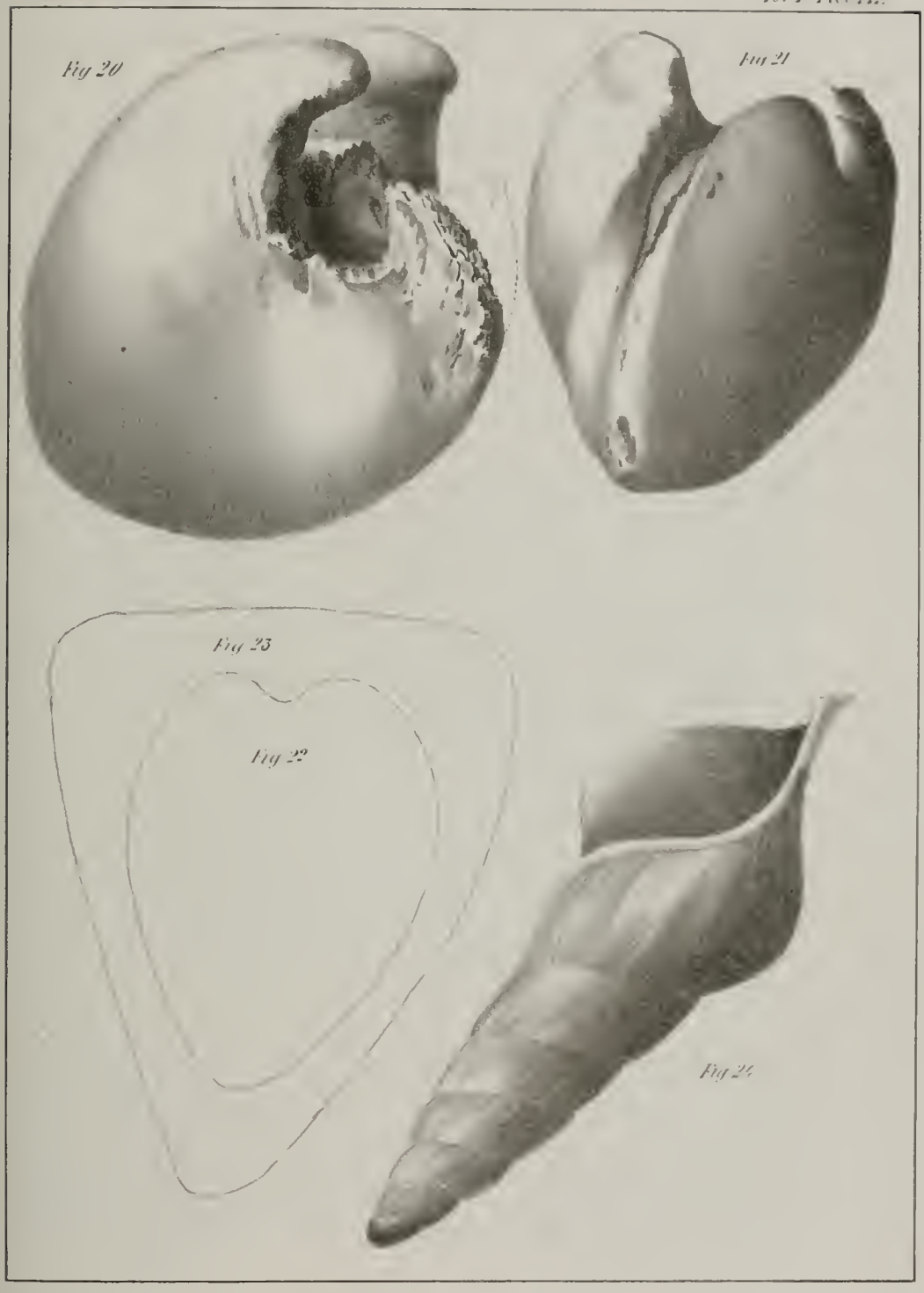


Fig 20
Fig 21
Fig 23
Fig 22
Fig 24

NATURAL HISTORY

DELLA GANGRENA PER ARTERITIDE

MEMORIA

DI LUIGI PORTA

Letta nell'adunanza del 29 marzo 1855.

Tra i fenomeni più singolari della patologia umana verificati da recenti osservazioni, si deve riferire la gangrena degli arti in conseguenza dell'infiammazione delle maggiori arterie dei medesimi.

Le grandi arterie, per l'indole della loro organizzazione, hanno pochissima proclività alla flogosi, sostengono le più gravi offese senza soffrire; in seguito alle ferite ed all'allacciatura, danno appena sentore di reazione; e nelle alterazioni degli organi adiacenti, esse quasi sempre reggono e si mantengono illese. Nel che dobbiamo ammirare la providenza della natura, che i condotti destinati a contenere e tradurre l'alimento del sangue sieno di tanta resistenza da conservarsi il più delle volte inalterati nei processi morbosi che guastano le altre parti. Se fosse vero, ciò che hanno supposto alcuni medici moderni, la facilità e frequenza dell'angioitide arteriosa, più ammalati che non sogliono, resterebbero vittima, avvegnachè la malattia per sè difficile a capirsi è ancora più scabra a vincersi, e quando realmente ha luogo, di leggieri si fa letale. Nulladimeno egli è indubitato, e le osservazioni più accurate dimostrano, che le grandi arterie talvolta s'infiammano gravemente, si obliterano e portano per l'obliterazione la perdita delle estremità. Il fenomeno per sè raro è nella sua radezza sorprendente considerando l'ordinaria impassibilità del sistema arterioso: in una serie d'anni io ne ho raccolto 31 casi dalla mia pratica, e dal confronto dei medesimi colle osservazioni altrui ho compilato il presente lavoro.

L'arteritide che conduce alla gangrena suol essere acuta, grave, diffusa, ed ha tre cause principali: le violenze, l'affezione degli organi limitrofi e la metastasi. Gli agenti meccanici sono talvolta in giuoco: una caduta, una percossa od un contraccolpo, la stiratura, un movimento bruseo, la frattura di un osso lede le grosse arterie delle membra. D'ordinario l'offesa passa al momento inosservata, e più tardi dà luogo all'aneurisma: a testimonianza che il vaso all'atto della lesione ha dovuto subire lacerazione, screpolatura o tale alterazione,

per cui n' è conseguita questa malattia: onde avviene che l' aneurisma falso degli arti più spesso è traumatico, e figura come male locale da soluzione di continuità, effetto di una potenza esterna od interna che ha violentato l'arteria. Altre volte la violenza, invece dell'aneurisma, suscita all'improvviso un'arteritide acuta, che ha la stessa forma e le stesse sequele dell'angioitide metastatica. Dei casi a mia notizia: Carlo Mascherpa, ragazzo di 7 anni, accolto nella Clinica il novembre 1836, in seguito alla frattura del femore sinistro dal calcio di una vacca, fu subitamente assalito da arteritide femorale, che portò un coagulo di 25 millimetri in lunghezza, la gangrena e la morte: due altri individui, di cui la storia mi venne comunicata dai dottori Zarda e Melchiori, per caduta sulle reni ebbero un attacco analogo dell'arteria iliaca esterna, accompagnato, in uno dei pazienti, da strappatura delle tonache proprie, scoperta dappoi nel cadavere: e lo stalliere Carlo Tecca di Pavia, dopo la riduzione di una lussazione dell'omero, il dicembre 1839, offerse sintomi di arteritide ascellare, che fece perdere il polso nelle arterie del braccio, senza la gangrena osservata nei tre casi antecedenti. Il paziente di Bryant avea una disposizione gottosa, ma fu per la caseata che in lui l'arteria iliaca esterna istantaneamente s'infiammò e si chiuse colla mortificazione dell'arto sottoposto (1). Parimente nel caso di Boinet, pare che la caduta sull'anca destra sia stata l'unica cagione della gangrena sopravvenuta nell' arto corrispondente e dell'arteritide riconosciuta nel cadavere, la quale si estendeva dalle iliache fino alle tibiali con effusione di materia purulenta entro le medesime (2).

Succede ancora in qualche caso che l'infiammazione viva dei tessuti adiacenti si comunichi alle arterie, le incendii e le accieehi. Alcuni anni sono io avea operato nella Clinica Maria Vecchi per ernia crurale strozzata del lato destro: all'erniotomia tenne dietro un flemmone grave di tutta la regione inguinale, e subito dopo la gangrena secca della gamba, che io non sapeva spiegare; ma la spiegazione la diede il cadavere mostrando i vasi femorali, arteria e vena dalla fossa iliaca alla metà della coscia perfettamente consolidati dal coagulo. Giuseppe Bruni, contadino oltrepadano, morì il febbrajo 1843 per un flemmone gangrenoso del braccio destro successo ad un pannariccio. Ora la necroscopia fece palese che l'arteria omerale sepolta nella tela cellulare marcita per tutto il suo tragitto era piccola e coartata; ed al di sopra del cubito chiusa da una materia gelatinosa rossiccia agglutinata alla faccia intima del vaso per ben 15 linee. Parimente l'autunno 1848 avendo disseccato il braccio

(1) *The Edinburgh Med. Journal*, N. 85. January 1825.
(2) *Gazette Médicale de Paris*. An. 1836, T. IV, p. 797.

di un infermo dell'ospedale morto per flemmone da salasso, trovai che la maggior parte delle vene superficiali e profonde erano fortemente infiammate e zeppe di pus, e l'arteria omerale nel mezzo dell'arto resa impervia da un trombo solido, rossastro, di due pollici, a cui soprastava un coagulo linfatico giallieeio di alcune linee. Nel caso di Herrmann avvenuto nell'ospedale di Tubinga (1) l'ascesso apparve molto tempo prima al lato destro del petto, ed erasi ridotto ad una fistola quando proruppe l'arteritide del braccio sinistro, che obliterò le principali arterie del medesimo dalla spalla al cubito, e produsse la gangrena. Laonde non si vede in questo caso un legame fra le due affezioni, e l'angioitide deve essere venuta da altra causa che non è indicata.

Sappiamo inoltre oggidì, che non solo le arterie esterne, quali ora ho toccato, ma anche le interne, l'aorta e le sue prime diramazioni per l'infiammazione delle cavità del petto e del ventre e delle viscere contenute possono infiammarsi, restringersi e chiudersi. Nella bell'opera di Tiedemann sul restringimento e la chiusura delle arterie nelle malattie (2) si trovano molti casi di questo genere, che l'autore ha raccolto per ogni parte, ed alcuni veduti egli stesso. Quando si scorgono in quest'opera tanti casi messi in tabelle, si è inavvertitamente trascinati a credere la facilità e frequenza della malattia; ma vuolsi riflettere che Tiedemann li ha con grande solerzia pescati dagli scrittori di un secolo di tutte le nazioni, e che gli esempi tratti fuora da migliaja di cadaveri ci vennero trasmessi appunto per la loro rarità. Di fatti, non avvi autore che ne abbia osservati parecchi; Tiedemann nella sua vecchiaja non ne porge che alcuni; ed io non ho osservato che i casi di sopra, essendo veramente straordinario che le grandi arterie si risentano dell'infiammazione degli organi vicini, ed in conseguenza subiscano delle alterazioni materiali. Negli sfacceli infiammatorii delle membra che guastano tutti i tessuti dalla pelle alle ossa io ho visto sui cadaveri, che le arterie rimaste vacue spesse fiate s'incontrano rivestite di una pseudomembrana a foggia di dito di guanto, che si è ordita nel primo stadio della flogosi e le protegge.

Egli è noto che l'aneurisma in alcuni casi induce l'obliteramento dell'arteria da cui procede, o colla quale è in rapporto sia per la pressione che vi esercita sopra, sia per il prolungamento del trombo dalla propria nella cavità del vaso; ma è più raro di vedere il tumore aneurismatico risvegliare od influire allo sviluppo di un'infiammazione acuta nelle arterie lontane che stanno al di

(1) Tiedemann Fr. *Von der Verengung und Schliessung der Pulsadern in Krankheiten.* Heidelberg u. Leipzig, 1843, S. 6.

(2) Op. cit.

sotto e per la chiusura delle medesime provocare all'istante la gangrena. Nella mia opera sulla legatura delle arterie (1) io ho riferito il caso della vecchia Lucchetti, la quale avendo un'aneurisma vero, periferico della biforcazione dell'aorta ventrale senza altre cause, soggiacque ad un'arteritide poplitea sinistra che accecò quest'arteria, ed ebbe per sequela la gangrena del piede. Pare dal risultato dell'autossia che l'aneurisma s'infiammasse ed accendesse la stessa infiammazione nella poplitea, che fu poi fatale per la mortificazione avvenuta. Nel caso di Haller (2) l'aneurisma dell'arco dell'aorta accanto al trombo offriva uno strato di linfa plastica, il quale si continuava nella carotide sinistra e la chiudeva: ma qui l'aneurisma infiammato era in contatto della carotide; mentre nella Lucchetti l'arteria ileo-femorale interposta al tumore ed alla poplitea, sebbene rappicciolita, appariva sana ed aperta. Anche nel paziente di Alessandro Monro l'aorta ventrale alla sua biforcazione, e le iliache comuni erano chiuse dal coagulo linfatico per l'infiammazione di un aneurisma situato immediatamente al di sopra (3).

Le vicende atmosferiche e l'umidità del suolo esercitano senza dubbio la loro azione sui vasi, provocando delle angioitidi reumatiche. L'aorta toracica, e principalmente l'arco della medesima legato col cuore ed il pericardio, spesse fiate si risente di questa causa, come ne fanno fede i casi di aortitide reumatica registrati nelle opere mediche, ed in particolare sulle malattie del cuore. Per le arterie esterne il reumatismo certamente è tra le influenze più rare. Il settembre 1831 riparò all'Ospitale Maggiore di Milano una contadina di media età sana e robusta, madre di più figli, per gangrena della gamba destra, la quale, come accertava l'inferma, avea due mesi prima incominciato con vivissimi dolori per essere stata a piedi scalzi nell'acqua di un fossato a lavare. Alla prima visita non vi era più battito in tutte le arterie di ambedue le estremità, quantunque la sinistra non mostrasse alcun'altra alterazione; mentre la destra doleva assai, ed era ammortita fino al ginocchio: non si osservarono sintomi al petto ed al ventre, e neppure febbre. Avendo praticato delle scarificazioni profonde sui confini delle parti sane colle gangrenose, proruppe inaspettatamente il tetano, che arrecò in due giorni la morte. Nella sezione si trovarono l'aorta alla sua biforcazione, e le arterie iliache del lato destro colla tonaca cellulare esterna notabilmente inspessita, gremita di minimi vasi capillari, cementata alle parti vicine; e le cavità loro riempiute di un coagulo

(1) Pag. 123, Tav. III, fig. 7; Tav. IV, fig. 2.

(2) Alb. Hallerus Jo. Gottofr. Zinn. *Disputationem inauguralem indicit*, etc., 1749.

(3) *Observation on aneurism of abdominal Aorta*. Edinburgh, 1827.

bianco, rossiccio, piuttosto sodo, fragile e aderente; l'iliaca esterna però si vedeva zeppa di una materia, o melma semifluida, viscosa, di colore giallognolo, parimente adesa al vaso; la quale si ebbe per linfa puriforme; mentre le femorali fino al poplite ed i tronchi delle vene non contenevano che un grumo sanguigno, molle e rossastro: e lo stesso grumo chiudeva a riprese le arterie iliache e femorali dell'arto sinistro. Le cavità naturali del corpo e le viscere che entro capivano illese. Adunque nel caso presente la bagnatura ha provocato l'arteritide idiopatica; l'arteritide, l'obliterazione dei vasi e la gangrena; e le scarificazioni suscitarono il tetano, che fu la cagione immediata della morte. Nel caso pubblicato da Brodie (1) è detto chiaramente, che in seguito ad una bagnatura dei piedi, sotto acerbi dolori succedettero tosto arteritide e flebite femorale con gangrena di uno degli arti, che divenne letale in sei settimane; ed il barcajuolo di Meli (2) per la stessa causa avrebbe avuto un'angioitide generale arteriosa e venosa con effusione di linfa dentro e fuori dei vasi, che arrecò del pari la morte senza esito di gangrena.

Ma la causa ordinaria dell'arteritide esterna è la metastasi, che si effettua dalle parti interne, gli organi del petto, il cuore, i polmoni ed i loro inviluppi, in ispecie la pleura verso le estremità. In seguito alla pericarditide, l'endocarditide, nel corso delle pleuritidi e della tubercolosi polmonale, della mediastinite, dell'idrotorace acuto, ovvero anche di affezioni del basso ventre, l'epatitide, la gastro-enteritide, ec., si fa improvvisamente un riverbero sulle arterie degli arti, e più spesso gli inferiori. La frequenza di questa causa è dimostrata dal fatto, che sopra 31 casi da me osservati 18 erano di arteritidi metastatiche, e la più parte in seguito di malattie di petto. Il movimento d'ordinario si rivela colle apparenze volgari della metastasi, vale a dire repentinamente, in luogo lontano, sul declinare e collo scioglimento della prima affezione. Ma quando questa implica una lesione materiale, esempli grazia, idro-torace, tisi polmonare, la medesima, come è a presentirsi, rimane, forma una complicazione del male nuovamente insorto, lo aggrava, e contribuisce a renderlo letale. Ho visto in un mio paziente che giaceva per idrotorace, esito di pleuritide, gangrenarsi le dita di ambedue le mani: una fanciulla, per nome Roveda, dichiarata tisica con sputi marciosi avere inopinatamente arteritide e gangrena dell'arto inferiore destro: certo Benivieni ricoverarsi nella Clinica il maggio 1846 per gangrena dell'avanbraccio destro sopravvenuta ad una

(1) London, *Med. Gaz.* January 1841, p. 605.
(2) Omodei, *Annali*, ec., 1821. Tom XVIII, p. 99.

pleuroperipneumonia con ascesso del polmone sinistro; ed in tutti questi casi entrambe le affezioni, l'interna che precedeva e l'esterna che venne in seguito, si diedero mano per sacrificare più facilmente l'infermo. Adunque l'arteritide così detta metastatica o spontanea ora figura come una vera metastasi nel senso antico; ossia di una reazione lontana sulle arterie delle estremità che porta lo scioglimento dell'affezione interna: ed ora appare come un semplice risalto od un'affezione riflessa suscitata all'improvviso da malattia permanente di un organo interno a cui si aggiunge per complicazione precisamente, come sovente avviene in senso inverso, di lesioni esterne gravi, che provocano all'impensata infiammazione e suppurazione delle interne cavità e delle viscere.

Del resto egli è errore il credere che tutte le gangrene spontanee nate estemporaneamente negli arti in conseguenza di affezioni interne sieno l'effetto dell'arteritide. Io ho dissecato i cadaveri di parecchi pazienti di tal fatta, sui quali le arterie ed i vasi sanguigni in genere del membro gangrenato non offrivano alcuna alterazione. Ho notato benissimo un Lampugnani Domenico sessagenario, ricevuto nella Clinica il giugno 1850, il quale dietro una pleuritide ebbe mortificati la mano ed il piede del lato destro: ora nel braccio tutte le arterie erano sane e vuote, mentre la poplitea appariva obliterata dal coagulo fino al principio delle tibiali. E quando nel corso di un'affezione interna ha luogo la chiusura delle arterie lontane, questa chiusura non è sempre opera dell'arteritide metastatica, ma alcune fiate del semplice trombo sanguigno formatosi nel tronco dell'arteria per affievolimento momentaneo o sconcerto del cuore portato da vizio organico, o da altra causa qualunque materiale o dinamica capace di quest'effetto. Nella gangrena idiopatica che invade primitivamente è una combinazione rara l'affezione del sistema arterioso dell'arto colpito; e nella gangrena metastatica, sebbene questa combinazione non sia costante, e figuri semplicemente come una delle condizioni della mortificazione, essa sicuramente ne è la più ovvia e non si deve mai perdere di vista nell'esame dei pazienti e dei cadaveri. L'imbattersi della gangrena senza disordine delle arterie attesta, a mio giudizio, due cose; che l'arteritide non è la sola condizione della malattia, e che questa non porta di necessità l'annientamento dei vasi, potendo effettuarsi la gangrena senza infiammazione e senza chiusura dei medesimi.

Il fenomeno della metastasi nel corso delle malattie è affatto volgare; ma nel caso speciale che consideriamo, è rimarchevole il luogo su cui si fa: invece degl'integumenti, della tela cellulare, delle articolazioni, essa attacca esclusivamente l'arteria principale dell'estremità e l'incendia, perchè la flogosi è l'effetto proprio di questa maniera di movimento spontaneo, che avviene nel

nostro corpo. Il riverbero dalle parti interne comunemente si effettua sulle grandi arterie esterne, l'ascellare, l'omerale, le iliache, le femorali, la poplitea: non ho mai veduto, nè mi consta esempio sulle carotidi; ma talvolta sulle minori arterie dell'antibraccio, della gamba e del piede. Io ho notomizzato tre pezzi; in due dei quali il coagulo principiava alla metà delle arterie radiale ed ulnare; che anzi in uno di essi tolto da un ammalato dell'Ospedale mancato la primavera 1842, la sola radiale fino alla mano era ostrutta conservandosi l'ulnare e l'interossea pervie; e nel terzo pezzo appartenente ad un vecchio settuagenario morto il marzo 1839 nella sala del dott. Kruck, la materia che riempiva le tibiali continuavasi appena dal di sopra dei malcoli fino al principio del metatarso, ove terminava la gangrena dell'avanpiede. Nelle due pazienti di Cruvellhier l'obliterazione delle arterie tibiali non era ad esse circoscritta, e procedeva manifestamente dal grumo della poplitea sovrapposta (1). Ma l'attacco generalmente s'indirigge sui tronchi maggiori che dianzi accennai, e le arterie di minor calibro restano immuni, o non soffrono che in conseguenza dei primi (2).

I sintomi locali che danno a conoscere l'arteritide esterna da una causa qualunque sono due principali: il dolore vivo, profondo, lancinante, continuo, che si propaga lungo il tragitto del vaso e si esacerba alla pressione; e la

---

(1) *Anatomie pathologique*. Livraison 27. Pl. V, fig. 1, 2 e 3.

(2) L'etiologia dell'arteritide provocatrice della gangrena delle estremità pecca d'inesattezza presso gli autori per la ragione che nella maggior parte delle osservazioni la malattia essendo stata primamente riconosciuta nel cadavere non si poterono investigare durante la vita le vere sue cagioni. Però nei vizj dell'aorta toracica, del suo orificio, delle sue valvole, negli stringimenti e nelle obliterazioni del tronco di quest'arteria si riconobbero o sospettarono talvolta il raffreddamento ed il reumatismo, gli sforzi nel lavoro, i patemi d'animo, l'abuso dei liquori, la gotta: le quali cause produssero generalmente delle infiammazioni di petto, a cui si associarono, o da cui derivarono l'aortite ed i vizj suddetti dell'arteria. L'aneurisma del grand'arco dell'aorta e dell'innominata ha determinato in parecchi casi la chiusura della carotide e della succlavia; più di rado gli aneurismi dell'aorta ventrale ebbero lo stesso effetto sui vasi della pelvi e degli arti inferiori. I tumori di diversa indole estranei al sistema arterioso, sia per la pressione, o sia per l'irritazione propagata, si videro talora restringere o chiudere affatto le arterie esterne che investivano; ma nell'uno e nell'altro caso la loro azione essendo lenta, non è quasi mai riuscita a provocare la gangrena dell'arto sottoposto. Vuolsi però eccettuare il caso di Velpeau, nel quale un fungo midollare della regione lombare determinò ad un tratto l'infiammazione, il trasudamento interno e la chiusura dell'aorta e delle arterie dell'estremità inferiore: a cui tennero dietro i segni della gangrena e la morte. (*Exposition d'un cas remarquable de maladie cancereuse avec oblitération de l'aorte*. Paris, 1825, in 8.°)

scomparsa della pulsazione, la quale per le arterie che si rivelano al tatto, già nei pazienti ci assicura della loro obliterazione. Ai quali sintomi si aggiungono la febbre, la tumefazione del tessuto cellulare periferico del membro, che porta la *flegmasia alba dolens;* e per ultimo i segni precursori della gangrena; l'abbassamento della temperatura, la paralisi, ossia la diminuzione o la perdita del senso e del moto, il formicolío, lo stupore, la gravezza, l'insensibilità, l'inerzia od impotenza del membro; il gonfiore delle vene superficiali, la lividezza, le bolle, l'annerimento della pelle. Talvolta nelle grosse arterie superficiali, v. g. l'omerale e la femorale, in individui magri, tastando con diligenza, riesce di rilevare con sufficiente chiarezza un cordone o cilindro solido, resistente, che occupa il luogo del vaso obliterato, ed è formato dal medesimo. Ma questo sintomo notato nelle osservazioni di Maisonneuve (1), Greene (2) e Cruvellhier (3) io non l'ho potuto riscontrare che in alcuni casi, e più spesso ci sfugge, perchè l'arteria più spesso non è distesa dal corpo che l'ingombra, nè resistente abbastanza per poterla distingnere attraverso gli inviluppi ed in mezzo alle carni che la circondano. I dolori acerbi sono da principio il sintomo più urgente, e continuano lunga pezza anche dopo l'ingresso della gangrena con grande noja dell'infermo: non di rado essi cedono di lì ad alcuni giorni col dileguarsi della flogosi: ovvero, in qualche caso mancano i dolori, l'ingorgo periferico del membro e la febbre, e la malattia si spiega unicamente al tatto colla sensibilità dell'arteria affetta, e la perdita assoluta delle sue pulsazioni (4).

Questo fenomeno della scomparsa del battito è frutto palese dell'accecamento del vaso da parte del coagulo; ed il coagulo sembra farsi in molti casi con sorprendente rapidità, in quanto che nei pazienti che si ha occasione di visitare al primo insorgere dei dolori, rare volte riesce di scoprire l'affievolimento successivo e l'intermittenza delle pulsazioni notati nel caso di Rostan (5),

---

(1) *Thèse de la Faculté de Médecine de Paris*, 1835, N. 101.

(2) *Dublin, Journal of Med. Sciences.* July 1840.

(3) Op. l. c.

(4) I dolori non sono patognomonici dell'arteritide acuta, di cui parlo, perchè si vedono precedere ed accompagnare anche le gangrene senili da ossificazione dei vasi: ove sono l'effetto palese dell'affezione dei nervi, hanno un carattere nevralgico più spiegato, e tengono dietro all'assottigliamento del circolo che portò la diminuzione delle proprietà vitali, ed in fine la morte del membro affetto.

(5) *Observation d'oblitération de l'artère brachiale.* Nouveau Journal de Médecine, T. I, pag. 90.

ma non si trova più movimento nelle arterie. Anche gli esperimenti coll'elettropuntura, che io ho fatto in buon numero sulle maggiori arterie degli animali, dimostrano, che il coagulo linfatico effetto dell'essudazione flogistica, quando ha luogo, si fa spesso all'istante e si scopre subito dopo l'esperienza entro la cavità dell' arteria. Ma si osserva ancora in parecchi infermi farsi il grumo a riprese, o per dir meglio le diverse sezioni del sistema arterioso obliterarsi successivamente. La primavera del 1845 fui consultato dall'Arciprete di Zeme in Lomellina per un' artetiride nata spontaneamente allo sciogliersi di una gastro-enteritide; i dolori cominciarono nell' iliaca esterna destra: mitigati quivi colle sanguigne, sei giorni dopo insorsero nella femorale corrispondente; poscia nelle arterie del lato sinistro. In due altri casi analoghi venne da prima attaccata l'arteria ileo-femorale di un lato e tutti i sintomi locali si concentrarono sul medesimo perseverando le arterie dell' altra estremità ad essere indolenti ed a pulsare, quando alcuni giorni appresso, senza intervento di cause riconoscibili, queste stesse arterie presero a dolere vivamente e si smarrirono, cosicchè non vi è più stata pulsazione palese in ambedue gli arti inferiori. Anche nel paziente di Légroux (1) si rimarcarono due accessi di dolori nella gamba sinistra, due attacchi di gangrena al piede, e nel cadavere due grumi affatto disgiunti l'uno dall'altro, il primo nelle arterie iliache ed il secondo entro la poplitea e le tibiali: e nel caso già citato di Maisonneuve (2) la donna nello spazio di un anno e mezzo che tanto durò la malattia, ebbe ripetuti insulti dolorosi, dietro i quali le arterie delle estremità perdettero successivamente il polso e nel cadavere si trovarono tutte riempiute dall' aorta sino alle tibiali, meno alcuni punti vacui delle femorali. Laonde non avvi dubbio che il coagulo in tutti questi casi siasi formato partitamente ed in tempi diversi.

Giova per altro notare, che sebbene nell'arteritide l'assenza permanente del battito nelle arterie che prima pulsavano si abbia per segno certo di chiusura, questo segno talvolta è illusorio, esprimendo puramente l' indebolimento massimo del movimento, che lo rende insensibile al tatto per la tenuità dell' onda che percorre un vaso coartato o per metà ostrutto. Nella fanciulla Roveda, che ebbi a trattare lo scorso gennajo, tutte le arterie degli arti inferiori essendo impercettibili, si giudicarono ripiene: dopo morte si confermò questa condizione nel lato destro cominciando dall'iliaca comune, mentre a sinistra

(1) *Thèse sur la gangrène spontanée.* Paris, 1827.
(2) Op. cit.

non erano chiuse che le femorali superficiale e profonda fino alla metà della coscia conservandosi pervie l'iliaca esterna e la maggior parte della femorale comune; ma queste arterie nel loro stato di vacuità apparivano oltremodo esili e ristrette, in prova che hanno dovuto nel corso della malattia tragittare un filo di sangue quale bastava ad alimentare i due vasi laterali dell'epigastrica e della circonflessa iliaca; per cui mancavano di un movimento palese come se fossero cieche. Nell'infermo Guarnaschelli della Clinica morto il febbrajo 1843 per flemmone gangrenoso del braccio destro le arterie del carpo avevano perduto quasi per intero il polso, quantunque all'autossia non si riscontrassero che dei tenui fiocchi o cenci di pseudomembrane entro l'omerale che hanno indubbiamente resa difficile ed assottigliata, ma non intercetta affatto la corrente attraverso la medesima (1). Però l'eccezione è rara, e quando ha luogo, accenna per lo meno uno stato prossimo all'obliterazione od una circolazione minima nell'arteria. Laonde con ragione nell'arteritide si ritiene la perdita stabile del polso come segno patognomonico di ostruzione del vaso affetto.

Ora i criterii per la diagnosi dell'arteritide si ponno ridurre a tre: 1.° l'informazione della causa esterna od interna, la quale, se non sempre, il più delle volte è palese e più agevolmente la riconosce il medico, che ha nozione dell'etiologia generale della malattia; 2.° la sede di questa sul tragitto delle grandi arterie esterne, e d'ordinario dall'ascella al cubito e dalla fossa iliaca al poplite; 3.° i sintomi locali, il dolore, la mancanza del battito, la presenza del cordone solido dell'arteria, quando si può rilevare; e finalmente il dato negativo dell'integrità degli altri organi o tessuti dell'arto.

Ella è opinione volgare che l'arteritide acuta degli arti, di cui parlo, abbia generalmente per sequela la gangrena. Ma gli effetti della malattia variano secondo la copia e la rapidità dell'essudazione. Come si dà una gangrena metastatica delle estremità senza arteritide, così si dà un'arteritide acuta da cause diverse senza gangrena. L'infiammazione non sempre ostruisce una grossa arteria, o non l'ingombra col suo prodotto che in parte senza impedire affatto il sangue: e poi anche quando l'arteria per una causa qualsivoglia si oblitera per intero mercè il coagulo od il trombo, non sempre si fa gangrena. Io ho riferito nella mentovata mia opera (2) il caso di una ferita dell'omerale sinistra vicino all'ascella, che portò immantinente la chiusura totale del vaso dal sito offeso fino alla piegatura del cubito per mezzo del trombo: in conseguenza

(1) Porta. *Delle Alterazioni patologiche delle Arterie, ec.*, pag. 122, Tav. III, fig. 6.
(2) Op. cit. pag. 388.

della quale oppilazione si smarrì il polso al di sotto, succedette paresi, ossia diminuzione del senso e del moto, e poi atrofia dell'arto per difetto di circolo, ma non è avvenuta la gangrena. Nella paziente di Barth (1) l'obliterazione successiva dell'aorta ventrale, delle iliache e della femorale destra produsse dolori, abbassamento di temperatura, anestesia ed impotenza degli arti senza arrecare gangrena. E nell'infermo di Monrò la chiusura delle stesse arterie effettuatasi nello spazio di quattro mesi per l'infiammazione di un'aneurisma, non determinò neppure la paralisi delle estremità sottoposte (2). Quando l'arteritide spontanea si diffonde dall'una all'altra coscia, sebbene le arterie di ambedue cessino la pulsazione per una reale obliterazione, la gangrena spesso si limita ad un lato solo e non avviene nell'altro; od al più si manifestano in quest'ultimo segni di paralisi, o qualche preludio di mortificazione, che poi si dilegua. Così nel caso di Andral (3) e nella contadina da me osservata nell'Ospedale di Milano coll'arteritide reumatica degli arti inferiori, ad un lato ove tutte le arterie della coscia erano ostrutte, ebbe luogo; nell'altro lato ove il coagulo avea chiusa la sola femorale non si fece gangrena. Dobbiamo nulladimeno convenire, che se la gangrena non è immancabile, è la sequela più facile dell'arteritide acuta, che soprassale all'improvviso ed ha per unica causa l'intasamento meccanico del vaso determinato dalla flogosi. Tenendo dietro al corso della malattia, l'eziologia, i sintomi, il progresso, si persuade non esservi per l'ordinario altre cause in giuoco: non lo sconcerto idraulico del circolo, l'alterazione delle forze, l'influenza di altri organi o sistemi: e l'angioitide stessa non opera alla produzione della gangrena che indirettamente pel suo prodotto, che materialmente ingombra e rende impervii i canali del sangue.

Il fenomeno della mortificazione qui dipende manifestamente da due qualità del coagulo: la rapidità con cui si forma; e la sua diffusione entro il vaso. A cose pari, quanto è pronto ed esteso il grumo otturatore, più facile è la gangrena a motivo che esso porta un difetto istantaneo di circolazione nell'arto, che è la condizione più propizia alla medesima. Bastano per la morte alcuni momenti di sospensione o di remora forte del sangue. Ecco perchè le arteritidi metastatiche che invadono come lampo, e come lampo accecano i maggiori canali del circolo inducono così spesso gangrene acutissime. Quando l'essudazione si fa gradatamente nel lasso di più giorni non di rado si evita quest'esito

(1) *Archives gèn. de Méd.*, 1835 Mai.
(2) Op. Cit.
(3) *Anatomie pathologique*. T. II, pag. 226.

funesto; o non si hanno che delle minaccie senza effetto; per la ragione, che frattanto le anastomosi laterali si allargano, ed allargandosi sopperiscono il tronco centrale che va obliterandosi. Nell'ultimo pezzo da me esaminato della Roveda, a destra ove tutte le arterie della coscia dalla pelvi al poplite erano obliterate, avvenne gangrena della gamba; a sinistra, ove non era chiusa che la femorale esterna fino al termine della comune, l'iliaca esterna si mostrava rappiccolita, e l'interna per lo contrario notabilmente ampliata nel tronco e nei suoi rami; e l'arto corrispondente non offerse neppure i prodromi della gangrena. Il gennajo 1847, Giuseppe Comati, contadino della Lomellina, nel corso di una pleuritide ebbe gangrena, la quale nacque e si arrestò subitamente alle dita della mano destra senza ulteriori progressi. Nel cadavere si rinvennero diversi coaguli disgiunti di linfa, molle, gialliccia, che ostruivano le due arterie radiale ed ulnare, mentre l'interossea si mostrava aperta ed amplissima; per cui una massa di cera e cinabro spinta per l'omerale riempì agevolmente l'arco palmare e tutte le arterie della mano affetta; come se i tronchi al di sopra fossero aperti.

Del resto la prestezza sembra influire a preferenza dell'estensione del coagulo; perocchè si vede talvolta farsi gangrena ad onta che l'arteria non siasi obliterata che in un punto, o per certo tratto, e viceversa. Nell'osservazione di Beauchêne (1) di arteritide lenta, quantunque nel cadavere la succlavia destra e tutti i suoi rami si trovassero chiusi da una materia gelatinosa, non è accaduta o per lo meno non è fatto alcun cenno dall'autore di gangrena del braccio. Una ragazza di Milano, all'età pubere, ricoveratasi nell'Ospedale Maggiore il febbrajo 1831 per peripneumonia del lato destro, mediante sei salassi pareva incamminarsi alla guarigione, quando ad un tratto ebbe gangrena dell'avanbraccio corrispondente che divenne letale in otto giorni e si fece riconoscere fino da principio per la perdita del polso dal di sopra del cubito al carpo. All'apertura del cadavere si scoprirono le tracce dell'infiammazione di petto; l'arteria omerale comune alla metà del braccio, chiusa affatto da un coagulo gialliccio, sodo, aderente, lungo un pollice, e le vene satelliti e basilica chiuse del pari da un trombo rossastro di più pollici; mentre le vene e le arterie dell'antibraccio e della mano, sebbene rappiccolite, mostravansi vacue.

Nei due casi già mentovati di arteritide iliaca destra per caduta, e di arteritide femorale sinistra per calcio, le arterie non si chiusero che pel tratto di

---

(1) Corvisart, Leroux et Boyer, *Journal*. T. 20, pag. 209.

sei a dodici linee, e nulladimeno accadde gangrena letale: ma l'obliterazione deve essere successa innanzi tempo, perchè al primo apparire dei dolori l'esplorazione non ha trovato più polso nell'arto. Questi esempi adunque provano, che la prontezza del coagulo, comunque limitato ad un punto dell'arteria principale, basta talvolta all'effetto di eclissare momentaneamente il circolo e produrre la morte: gli ultimi essendo traumatici da causa puramente locale esterna, non lasciano, come i casi metastatici, sospetto di uno sconcerto qualsiasi del cuore e del sistema circolatorio, che abbia potuto influire. Il fenomeno rassomiglia alla gangrena dell'arto inferiore che consegue l'allacciatura delle stesse arterie eseguita dal chirurgo in individui sani e senza previa alterazione del circolo. Ciò che qui opera il laccio chiudendo in un punto l'arteria iliaca o femorale, nel primo caso fa il coagulo frutto dell'arteritide. Nell'allacciatura della succlavia e dell'omerale non succede quasi mai gangrena per l'adiacenza delle membra toraciche al cuore, la brevità ed ampiezza delle anastomosi naturali, che rendono facile, pronta e sufficiente la circolazione laterale. Nell'arto inferiore la stessa operazione delle arterie centrali, per circostanze opposte, provoca la complicazione in discorso: ma qui pure la circolazione laterale in molti casi si costituisce a tempo per salvare il membro. Nell'obliterazione che tiene dietro all'arteritide la gangrena è di gran lunga più facile, che in seguito al laccio delle stesse arterie, ed aggredisce tanto le membra toraciche che le addominali, probabilmente a motivo che la flogosi coarta le pareti del vaso rendendolo restio al sangue e porta un coagulo esteso; il quale chiude le bocche di parecchi rami, che dovrebbero e non ponno per ciò prestarsi alla circolazione laterale. Di fatti, quando l'obliterazione dell'arteria infiammata si fa per breve spazio, quantunque avvenga, come già si disse, è però difficile la mortificazione, o non si hanno che dei sentori della medesima per lo sforzo del sistema anastomotico che tende ad equilibrare il circolo.

Nell'arteritide metastatica all'esito così facile della gangrena forse influisce in alcuni casi un disordine della circolazione generale, un momentaneo affievolimento dell'azione del cuore o della virtù impellente di questo viscere che infrange l'energia del circolo nella parte affetta..... E non potrebbe anche fare impedimento una condizione morbosa del sistema capillare? In proposito faccio osservare, che costantemente l'arteritide metastatica si fissa sulle grandi arterie degli arti, che i sintomi locali durante la vita e l'obliterazione nel cadavere si circoscrivono alle medesime, mentre i vasi minori che succedono e scorrono in mezzo alle stesse parti gangrenate, si trovano per lo più vacui ed illesi. D'altronde, l'analogia di quanto accade nei casi di legatura, ove

certamente non avvi affezione de' vasi minori sottoposti, conduce alla conclusione, che la gangrena nell'uno e nell'altro caso sia l'effetto immediato dell'improvvisa consolidazione dell'arteria principale dell'arto e del difetto di circolo che ne consegue. L'ingorgo del sistema capillare, se ha luogo in questi casi, non si può ritenere che come un fenomeno secondario della mancata azione del cuore per la chiusura dei tronchi arteriosi, o dell'impedito reflusso per l'obliterazione dei tronchi venosi.

La gangrena senile per ossificazione delle arterie ha stretta analogia colla gangrena per arteritide che qui contempliamo. La sua causa è pure nei vasi e viene dall'ossificazione, ossia la deposizione di una materia calcare, che irrigidisce le pareti e restringe le bocche ed il lume dei medesimi: onde la circolazione si allenta e si assottiglia e vien meno la vitalità del membro. Ma siccome la degenerazione si fa per gradi e non suole ostruire compiutamente i vasi, essa non basta, per l'ordinario, da sola, e le si aggiungono per la produzione della gangrena due altre cause: una interna, della debolezza del cuore per la vecchiaja o la combinazione di vizj organici, sopra tutto l'ossificazione delle valvole semilunari: l'altra esterna, dell'abbassamento della temperatura, ossia del freddo, che paralizza la circolazione capillare periferica dell'arto. L'ultima figura come la causa occasionale, e le prime due come disponenti, quantunque da per sè talvolta bastino e contengano quasi tutta la ragione della malattia. Quando poi per la degenerazione delle pareti che ha luogo nell'età avanzata il lume delle arterie non solo si restringe ma viene chiuso affatto dal trombo interno, che si effettua in conseguenza della remora del sangue attraverso il vaso ristretto, la gangrena senile si compie rapidamente nel cuore della state senza intervento di cause accessorie, e pel solo motivo dell'ostruzione piena dei canali del circolo. Adunque anche questa specie, ad imitazione della gangrena per arteritide, ripete la sua cagione dall'intasamento delle arterie, che porta lo stesso effetto della diminuzione del circolo; colla differenza che nella prima il vizio essendo per lo più di stenosi o di semplice restringimento dei vasi, che si ordisce lentissimamente, anche l'effetto della mortificazione è lentissimo, sovente interrotto e sussidiato da altre cause; mentre nella seconda specie l'arteritide acuta obliterando subito ed interamente i tronchi delle grandi arterie, la gangrena delle estremità è del pari pronta e decisiva e si compie senza aggiunta di altre influenze. Quando invece l'arteritide è cronica, come si è veduto in tanti casi, ed il trasudamento si fa gradatamente od a riprese, la mortificazione, se ha luogo, appare, come nei casi di ossificazione dei vasi, lenta e stazionaria.

La forma, l'estensione e la durata di questo postumo dell'arteritide variano

nei diversi casi. Talvolta la caduta delle forze è così precipitosa, che l'ammalato muore nello stadio dei prodromi, o prima che il membro realmente si ammortisca: viceversa, in altri casi non si fanno che delle escare circoscritte alla pelle, ovvero la mortificazione si limita ai polpastrelli delle dita o ad uno di questi; ma più spesso si diffonde al piede, alla gamba, alla mano, all'antibraccio, ecc. La potenza che arresta il processo gangrenoso è rappresentata dallo sforzo della circolazione laterale ad equilibrarsi: e come questo processo in alcuni casi appare qual lampo nell'ecclissi momentanea del circolo, così sembra esaurirsi in sè stesso e cessa all'atto della sua manifestazione. Altre volte esso è più tardo, ed impiega delle settimane e dei mesi ad impadronirsi di una parte del membro: ovvero fa punto, e poi torna a progredire finchè si ferma definitivamente, o l'infermo soggiace nel corso della malattia. Un vecchio settuagenario, che io vedeva privatamente la state 1847, in seguito all'obliterazione della poplitea ebbe da prima gangrenate le dita, ed alla sua morte avvenuta dopo quattro mesi la gangrena aveva appena guadagnato l'avanpiede. Anche nella inferma di Maisonneuve (1) il decorso della malattia è stato lentissimo; e nel caso già accennato di Melchiori la gangrena comparsa quattro anni dopo la chiusura dell'arteria ileo-femorale per nuova violenza, avendo preso un andamento cronico durava da parecchi mesi, ed ogni qualvolta sotto i movimenti dell'arto risvegliavasi un accesso di dolori essa faceva nuovi progressi inoltrandosi di qualche pollice verso il ginocchio e poi tornava ad arrestarsi.

Quando la malattia interna che ha determinato l'arteritide e la gangrena delle estremità continua, questa nuova complicazione aggrava notabilmente l'infermo, esacerba la febbre, esaurisce le forze e porta una morte rapida. Ma quando l'arteritide è locale, traumatica o secondaria, e che in seguito alla metastasi, la malattia interna, la pleuritide, l'epetitide, ecc. cessa davvero, l'infermo si ristabilisce nella salute generale, non presenta che l'affezione locale esterna, e la sua sorte dipende onninamente dall'estensione e durata della gangrena. Questa si diffonde, la morte è inevitabile; fa punto e si arresta ad una parte del membro, v. gr. la mano, l'antibraccio, il piede, l'infermo può risorgere e salvarsi. Pertanto l'arteritide e l'ostruzione dei vasi che n'è la conseguenza immediata, da qualunque causa proceda, quando si limiti ad un arto può nuocere, lasciando nei diversi casi una proclività alla recidiva, una paresi, un'atrofia temporaria, o permanente da difetto di circolo e di nutrizione

(1) Op. cit.

del medesimo, senza pericolare la vita. Il pericolo è sempre relativo al processo gangrenoso ed alla sua diffusione. La partecipazione dello stato generale ha qui pure la sua influenza. Talvolta la gangrena, sebbene estesa, interessa appena le forze, si circoscrive al luogo e lusinga giustamente della guarigione, e viceversa sotto circostanze opposte. Ma come una mortificazione delle membra in genere è malattia grave e facilmente letale, così questa specie che consideriamo da angioitide con obliterazione dei vasi è sommamente micidiale sulla testimonianza delle osservazioni particolari riferite dagli autori e confermate dalle mie proprie; le quali dimostrano che la maggior parte degli infermi perirono, ed appena alcuni pochi per combinazioni fortunate riuscirono a scampare. Dei casi da me osservati sette sopravvissero, e dei sette, soltanto quattro colla gangrena, perchè negli altri tre l'arteritide, malgrado la chiusura dei vasi, non ebbe questo esito. Egli è appunto la frequenza della morte che ha prestato l'infausta opportunità agli osservatori di verificare nei cadaveri la condizione del male.

Nell'autossia, fatta astrazione dalle alterazioni interne che possono essere l'effetto della malattia che ha prodotto l'arteritide e dei guasti esterni della gangrena, si è stupiti di non incontrare sovente che deboli tracce di lesione nel sistema sanguigno e più precisamente nell'arteria centrale, che durante la vita si è fatta credere ammalata. Nei casi più gravi l'arteria offre già al di fuori gl'indizii dell'infiammazione sofferta: infiltramento sieroso o gelatinoso della tela cellulare periferica a foggia di edema; addensamento ed injezione sanguigna dei minimi vasi capillari della tonaca cellulosa; fragilità, ammollimento, aderenza preternaturale, ed in certo modo compenetrazione delle tonache proprie fra loro e coll'esterno inviluppo; per cui le medesime si rompono nel tentativo della separazione; e poi il versamento nella cavità del vaso dei prodotti materiali della flogosi per un tratto più o meno esteso. Nella citata mia Opera (1) si scorge la femorale sinistra della vecchia Lucchetti morta per gangrena del piede; la quale mostra appunto tutte le alterazioni frutto dell'arteritide che quivi ho descritto. A. Monrò (2) e Cruvellhier (3) hanno pure pubblicato delle tavole in proposito: e nelle osservazioni di Beauchène (4), Brodie (5) e Thomson (6) sono descritte con esattezza le mutazioni delle pareti

(1) Tav. III, fig. 7.
(2) Op. cit.
(3) Op. cit.
(4) Op. cit.
(5) Op. cit.
(6) Op. cit.

dell'arteria affetta, l'inspessimento della tonaca cellulosa, l'essudazione della linfa plastica o della materia puriforme al di fuori, la morbosa aderenza del vaso colle pareti adiacenti, la vena, il nervo, ec. Ma vuolsi convenire, che questa lesione profonda della parete del vaso nell'arteritide, di cui parlo, è un fenomeno insolito. Per lo più le arterie affette esteriormente non lasciano intravedere l'infiammazione sofferta e sembrano intatte; ovvero, se ripiene, appajono del calibro naturale, solide e resistenti a guisa di cordone; se vuote od appena con qualche tenue coagulo, sono piccole e coartate, ridotte talvolta alla metà, o poco più della primitiva grandezza, cosicchè l'iliaca esterna o la femorale, esempligrazia, è come un'omerale, e questa non supera una tibiale; e l'interna faccia del vaso si mostra alcune fiate rugosa e raggrinzata. Il quale stato di coartazione si osserva non solo nelle arterie vacue che stanno al di sotto, ma anche nella parte del tronco che sta al di sopra del punto obliterato, quando esso non dia rami laterali di riguardo, in conseguenza dell'intercezione e dell'assottigliamento avvenuto della corrente del sangue attraverso queste arterie.

Nei casi di violenza, caduta, percossa, stiracchiatura, spaccato il vaso, si scoprono talvolta rotte o lacerate le tonache proprie, come appunto è successo nella donna del dottor Zarda, la quale, in seguito a caduta, sulle reni ebbe segni di arteritide, perdita del polso e gangrena letale, e l'iliaca esterna destra offerse nel cadavere poco sopra l'arco crurale le tonache proprie lacerate circolarmente come per opera del laccio, ed il lume chiuso dal trombo al di là della lacerazione. Ma per l'ordinario le tonache dell'arteria obliterata non presentano i segni comuni, che sogliono nei cadaveri attestare l'infiammazione successa in altre parti. La faccia interna conserva la sua tinta naturale od è arrossata per semplice macchia del sangue; e l'intera parete non offre sviluppo di *vasa vasorum*, addensamento, aderenze, ammollimento, essudazione fra mezzo le pagine, ecc.; cosicchè dal suo aspetto quale si mostra nel cadavere, non si saprebbe in questi casi accertare l'arteritide riconosciuta dalle cause e dai sintomi durante la vita; ma la prova si deduce unicamente dal prodotto che ingombra la cavità dell'arteria: che è la linfa plastica esudata dalla faccia interna della medesima, e si presenta per lo più nella forma di un coagulo solido, di colore bianco o pagliarino, di varia estensione, libero, ovvero aderente alla stessa parete del vaso. Questo coagulo in alcuni pezzi è veramente tenue, come una piccola gleba o fiocco: talvolta si osservano parecchi di tali fiocchi che otturano ad intervalli; e più spesso si trova un solo concremento lungo uno o più pollici che chiude il tronco dell'arteria e lo converte in cordone. Il medesimo altre volte è cavo a foggia di canale, od ha

delle piccole lacune centrali entro le quali capisce una materia latticinosa o rossiccia, semifluida: ovvero questa stessa materia ne oblinisce la superficie; ed in qualche pezzo il grumo rappreso è poco, mentre il resto dell'arteria appare zeppo di una sostanza gelatinosa; la quale è sempre linfa plastica, che il microscopio dimostra composta di un ammasso di globuli o di celle nucleate assai distinte nuotanti nell'acqua che le diluisce. Il grado dell'aderenza sembra variare secondo il tempo: da principio il coagulo è libero, e si stacca agevolmente; più tardi si fa vieppiù aderente e finisce ad immedesimarsi colla parete dell'arteria. Merita annotazione, che sebbene in qualche caso, ad esempio le pazienti di Maisonneuve e di Cruvellhier, sicnsi trovate tutte le arterie fino agl'ultimi loro rami nel luogo stesso della gangrena obliterati, in 18 pezzi da me disseccati e nelle osservazioni riferite dagli autori l'ostruzione per lo più si limitava ai tronchi al di sopra, e laddove corrispondeva la gangrena le arterie erano sgombre: a dimostrazione che il grumo ha preceduto e non fu l'effetto del processo di mortificazione, che assidera le parti ed agghiaccia il sangue entro i vasi, come negli altri casi di questo processo: altrimenti il grumo dovrebbe di preferenza corrispondere alla parte ammortita: e d'altronde, come ho già annunciato di sopra, esso talvolta si ordisce ed oblitera i tronchi arteriosi senza successione di gangrena e quando l'arto si è conservato in vita.

La materia che ostruisce le arterie in seguito all'arteritide in discorso è di due sorta, vale a dire, il coagulo linfatico ed il trombo sanguigno. Quantunque la tonaca interna delle arterie, naturalmente esangue e senza vasi riconoscibili, sia pochissimo disposta ad infiammarsi, gli esperimenti sugli animali, in appoggio alle osservazioni sull'uomo, dimostrano che essa s'infiamma non solo nel luogo dell'offesa, ma diffusamente sia per l'azione di agenti puramente meccanici, come ferite ed allacciature, o di una corrente elettrica. Il primo effetto di questa infiammazione è l'effusione di linfa plastica: poi l'orditura di pseudomembrane e la genesi di nuovi vasi, che dalla parete pullulano verso i nuovi prodotti, che si organizzarono sulla faccia interna della medesima: e nei gradi più forti della flogosi succedono l'ammollimento e la corrosione della stessa parete. Ora nell'arteritide spontanea acuta, circoscritta o diffusa, avviene appunto il trasudamento rapido: ed il coagulo linfatico è il corpo che si trova riempiere la cavità dell'arteria. In sei dei pezzi da me esaminati non si è riscontrato che materia plastica, come nei casi di Monrò, Beauchène, Brodie, Baffo (1), Patsch (2) ed altri: nei quali non si parla che di

(1) Roux. *Mémoire sur la gangrène spontanée.* (Nelle *Mémoires de l'Ac. Royal de Méd.*, T.III.)
(2) Casper's Wochenschrift, 1835, N. 33 e 35.

linfa e di coagulo linfatico che riempiva per vario tratto la cavità dell'arteria.

Ma la materia che fa ingombro non è sempre pura linfa, effetto di un'essudazione infiammatoria. Quando il concremento occupa molto spazio entro la cavità del vaso, guardando attentamente non è difficile accorgersi, che una parte, e talvolta la più rilevante del medesimo, è formata dal coagulo fibrinoso del sangue, paragonabile ai grumi che si fanno durante la vita nei sacchi aneurismatici e dentro un'arteria allacciata. Questo concremento del sangue, conosciuto sotto nome di trombo se recente, è per l'ordinario di colore rosso, e nell'interno zeppo di cruore. In proposito il microscopio può servire di guida. La materia trasudata, sia fluida o rappresa, non consta che di celle tondeggianti nucleate con nucleo bianco ed opaco, che sogliono comporre la linfa flogistica; mentre il trombo offre i globetti del sangue in gran copia, e quando è dissanguato per la macerazione nell'acqua presenta una moltitudine di piccoli corpuscoli bianchi, opachi e le ramificazioni filamentose o fibrose che sono della fibrina coagulata. In cinque preparati io ho visto chiaramente le due specie di coagulo, di cui quivi è parola: nell'omerale destra del paziente che ho già mentovato morto per flemmone da salasso, ove ad un coagulo gialliccio, molle di linfa di alcune linee teneva dietro un trombo rosso-cupo più sodo di due pollici; nella poplitea della Lucchetti, ove la materia gelatinosa aderentissima alla faccia interna dell'arteria era qua e là commista a grumi nericci di vero sangue; nella contadina dell'arteritide reumatica notata di sopra; e nella paziente Roveda, più volte nominata, a destra il concremento si estendeva in una linea continuata dall'iliaca comune al termine della poplitea; a sinistra, dalla femorale comune al principio di quest'arteria. Ora il vero coagulo linfatico in ambedue i lati non faceva, per così dire, che il capitello della colonna e misurava non più di cinque a sette linee in lunghezza, mentre il trombo sanguigno si applicava colla sua estremità superiore alla base del primo e formava il resto del turacciolo. Il coagulo linfatico di colore pagliarino era al di fuori spalmato di una materia gelatinosa, e dentro una piccola cavità conteneva la stessa materia interamente costituita di celle nucleate. Il secondo, ossia il trombo, al di sotto avea la stessa consistenza, ma era nascosto, internamente molliccio e pregno di semplice cruore. Al lato sinistro si osservava la stessa disposizione. Il coagulo linfatico non superava le cinque linee ed il trombo sanguigno continuava immediatamente al di sotto per più pollici. Nel caso di Velpeau (1) la massa giallo-grigia granulosa, che

(1) Op. cit.

pare infiammatoria riempiva il fine dell'aorta ventrale ed era aderentissima alle sue pareti, mentre nelle arterie della pelvi e delle cosce seguiva un trombo rosso-bruno, interrotto da lacune ripiene di sangue liquido (1).

Sembra da ciò che l'arteritide essendo spesse fiate circoscritta, non somministri che il primo coagulo otturatore, e che l'onda del sangue sopraffatta sopra o sotto nella cavità del vaso non potendo avanzare più oltre verso le

---

(1) Ai casi esposti aggiungo il seguente, che mi avvenne lo scorso giugno nella Clinica essendo la presente Memoria sotto i torchi. Maria Varesi, contadina sessagenaria, di S. Zenone nella Provincia di Pavia, di abito cachetico, nel corso di una peripneumonia dopo alcuni salassi fu all'improvviso sorpresa da dolori vivi, formicolio, anestesia ed infreddatura del piede destro; ove più tardi comparve la gangrena: da questo lato le arterie femorale esterna e poplitea pulsavano chiaramente; e le tibiali intorno ai malcoli non si potevano rilevare; mentre nell'arto sinistro la loro pulsazione era palese. La gangrena si limitò al piede ed avea cominciato ad esfogliarsi, quando la donna mancò per l'affezione di petto. — Autossia: ascesso del lobo superiore del polmone sinistro della capacità di un novo di pollo: arterie e vene del membro inferiore dello stesso lato illese: le arterie dorsali e plantari del piede destro in seno alle parti morte, vuote: le due tibiali intorno e poco sopra l'articolazione tibio-tarsale pel tratto di un pollice e mezzo fino al limite della mortificazione esternamente giallicce, molli, ripiene; internamente ostrutte da una materia flavescente, mollissima appena rappigliata adesa tenacemente all'interna faccia dei vasi; ma entro la peronea adiacente la stessa materia più solida, di colore ranciato ed in forma di cordoncino. Le tonache delle tre arterie qui mentovate al luogo del trasudamento mollicce e fragili, ma senza inspessimento e senza sviluppo di minimi vasi. La materia contenuta al microscopio constava puramente di celle nucleate assai distinte, di varia forma e grandezza, con nocciolo unico e centrale. Al di sopra dei malcoli le tre arterie della gamba fino alla loro origine riempiute dal semplice grumo rossastro del sangue, un po' ristrette e colle tonache inalterate; le femorali e la poplitea vuote: le due iliache esterna ed interna perfettamente chiuse dallo stesso grumo, e l'aorta ventrale occupata pure da un grumo sanguigno della lunghezza di due pollici, che non la riempiva, ma colla sua estremità inferiore turava la bocca dell'iliaca comune destra. I quali grumi dell'aorta e delle iliache debbono essersi formati poco prima della morte, avvegnachè la femorale esterna e la poplitea dell'arto affetto esaminate da me il giorno antecedente pulsavano ancora in modo distinto. Le principali vene iliache, femorali e tibiali dello stesso lato obliterate dal trombo sanguigno. Adunque nella Varesi l'arteritide metastatica si è limitata ai vasi periferici all'articolazione tibio-tarsale destra; ha provocato col trasudamento l'obliterazione dei medesimi e la gangrena del piede; ed in seguito alla fermata od al rallentamento del circolo per la chiusura dei tronchi inferiori è avvenuto il trombo al di sopra che ha ostrutto le arterie della gamba e della pelvi fino all'aorta. L'ostacolo per l'esito della flogosi si è costituito in questo caso nei tronchi arteriosi circostanti ai malcoli; ed il trombo sanguigno si è fatto ai due lati del medesimo, superiormente nelle arterie, inferiormente nelle vene.

estremità capillari si rappigli. Eppoi non occorre nemmeno, per la spiegazione del fenomeno, un'obliterazione totale ed istantanea della cavità dell'arteria: basta che il trasudamento fattosi per gradi abbia a poco a poco ristretto il lume in maniera di rattenere la corrente, o di non permetterne che un filo, perchè il sangue rimettendo dell'ordinaria sua velocità, aggrumi intorno od ai lati del primo coagulo: come appunto vediamo nella stenosi delle arterie da degenerazione delle loro pareti; ove pel semplice restringimento del lume ed il ritardo del circolo che inevitabilmente ne consegue, il sangue si rappiglia sopra o sotto, o ad ambedue i lati dello stringimento senza che siavi infiammazione acuta od ostruzione assoluta del vaso: vediamo nelle piccole aneurisme, le quali sebbene subordinate all'azione del cuore e comunicanti coll'arteria, contengono quasi sempre degli strati cotennosi, effetto non della stasi ma del moto rallentato del sangue nella loro cavità: e per la stessa ragione troviamo non di rado grumi nelle cavità del cuore in seguito a vizj degli orifizii e delle valvole, i quali senza arrestare ritardano in un modo qualunque la circolazione cardiaca. In un caso di gangrena del piede io non trovai che piccoli coaguli linfatici nelle tibiali, che non ne riempivano affatto il lume, e nulladimeno al di sotto si era fatto il trombo sanguigno. Ma questa fermata del sangue nell'arteria non al tutto ostrutta non ha sempre luogo. L'omerale del Guarnaschelli, morto per flemmone primitivo del braccio, conteneva dei piccoli coaguli linfatici e tenui cenci di pseudomembrane, che in parte la ingombravano senza alcuna traccia di trombo. Parimente nelle grandi arterie dei bruti, che s'infiammano per l'azione di una corrente elettrica, si scoprono non di rado gli stessi prodotti, glebe di linfa e minime membranelle fiottanti, che non impedirono il passaggio durante la vita, nè provocarono il grumo.

Ma neppure è a tacersi, che in alcuni pezzi non si trova che un solo coagulo solido e biancastro, senza miscuglio di materia fluida e senza alterazione sensibile delle tonache; per cui non badando alle cause ed ai sintomi della malattia pregressa, dalla sola indagine cadaverica si rimane in sospeso sulla vera natura del concremento che occupa l'arteria. E a dire il vero, finchè il trombo sanguigno è recente non si trova difficoltà a riconoscerlo per tale: ma quando è invecchiato e che col tempo si è fatto bianco, solido, aderente od anche organizzato, non avvi più modo di distinguerlo dal coagulo infiammatorio e si confonde col medesimo. Che anzi nella serie delle osservazioni pubblicate, mentre in alcune non si parla che di materia flogistica essudata come esito dell'arteritide; in altre non è fatta menzione che del trombo

sanguigno; come ad esempio nei casi di Nicod (1), Legroux (2), Maisonneuve (3), Blandin (4), Cruvellhier (5) e Greene (6). Io sospetto che gli autori siano talvolta trascorsi nell'errore di non distinguere il piccolo coagulo linfatico al di sopra o al di sotto rappresentando come mero trombo sanguigno l'intero turacciolo dell'arteria; tanto più che la materia trasudata talora è rossiccia, e le due specie di grumo stanno accanto o mescolate insieme. Ma alcune delle mentovate osservazioni sono così positive, che non si saprebbero al tutto negare. Una contadina di 70 anni era stata accettata l'aprile 1836 nella sala del dott. Bellati per asma: ed avea realmente insulti asmatici con irregolarità del polso al carpo e dei movimenti del cuore: durante il suo decubito nell'Ospedale ebbe gangrena secca al piede destro, la quale dopo tre mesi raggiunse i malcoli e divenne letale, e fu per caso che si riconobbe che nella coscia corrispondente mancava il polso dall'inguine in giù. All'autossia si trovarono le valvole semilunari ossificate per ammassi di sostanza calcare che restringevano notabilmente l'orificio, senza altre alterazioni del ventricolo sinistro: l'aorta per tutto il suo tragitto con molte squame ossee ed ulcerazioni della tonaca intima, atrofia della media ed inspessimento della tonaca cellulare come esiti di arteritide cronica pregressa. L'iliaca comune distesa, parimente ossificata e chiusa al tutto da un trombo solido, rossastro, mediocremente aderente e lungo otto linee. La femorale al di sotto nel suo passaggio dal canale tendineo rappiccolita ed obliterata da un altro trombo eguale al primo, ma della lunghezza di un pollice: la poplitea pervia e le due tibiali ristrette per ossificazione e qua e là chiuse da piccoli grumi di sangue. Cosicchè in tutti questi vasi non si vedeva traccia di trasudamento, nè d'infiammazione recente; ed è dubbio assai che sia preceduta un'arteritide acuta, come nei casi di cui ho sopra discorso: ma il trombo otturatore può essersi fatto benissimo a similitudine della gangrena senile in seguito ad un'allentamento del circolo per difetto della virtù impellente del cuore e la rigidità dei vasi. Il caso di Barth ha molta rassomiglianza col precedente. La paziente di 50 anni avea avuto sintomi al petto, emoptoe e palpitazione di cuore: poi negli arti inferiori, perdita del polso, abbassamento della temperatura, impotenza al moto, e morì senza gangrena.

---

(1) *Archiv. gén. de Méd.*, tom. VII, p. 466.
(2) Op. cit.
(3) Op. cit.
(4) Vedi Andral, op. e l. c.
(5) Op. e l. c.
(6) Op. e l. c.

Il di lei cadavere mostrò: ipertrofia del cuore, stenosi dell'orificio auricolare del ventricolo sinistro; inspessimento e rigidità delle valvole mitrali e semilunari; e dentro l'aorta ventrale, cominciando dalle renali, una massa rossastra, molle, fibrinosa, che la riempiva e continuavasi nelle iliache; e a destra nella femorale, nella poplitea e nella tibiale posteriore: ove la sostanza del trombo era più rossa e cava nel mezzo a guisa di canale (1). Il novembre 1829 io vedeva all'Ospedale Maggiore di Milano, nella sala del dott. Nani, Marco Galbiati, contadino di 56 anni, di abito gracile; il quale due anni prima era stato per più mesi fieramente tormentato da dolori vivi al piede ed alla gamba destra: la primavera dell'anno appresso ebbe gli stessi dolori a sinistra, che durarono fino al principio dell'inverno; in cui, perduto il polso dell'arteria femorale, soggiacque finalmente alla gangrena del piede. L'autossia non ha offerto alcuna alterazione delle cavità del petto e del ventre, dei polmoni, del cuore e della stessa aorta; ma le arterie degli arti inferiori ossificate; in ispecie a mano manca; ove le iliache, le femorali e le tibiali erano convertite in veri tubi ossei con restringimento notabile del lume e riempimento del medesimo mercè un coagulo sanguigno rossastro, senza traccia di arteritide recente e di essudazione flogistica: anche i tronchi delle vene iliache e femorali occupati dal trombo. Egli è appunto da questo lato sinistro che la gangrena si era estesa a tutto il piede; mentre a destra l'ossificazione delle arterie era minore; la loro cavità chiusa appena da qualche grumo, le vene pervie e l'arto senza vestigio di gangrena. Verso la fine di maggio 1855 morì in una sala chirurgica di questo Spedale un contadino di 65 anni per gangrena del piede e della gamba destra formatasi nello spazio di quattro mesi, ed accompagnata dalla perdita del polso della poplitea, senza altre complicazioni del petto e del ventre. Nel cadavere si trovarono le viscere di queste cavità sane, e nominatamente il cuore e l'aorta: le arterie della pelvi e della coscia destra con qualche squama ossea: la poplitea corrispondente per l'organizzazione di pseudomembrane ed il deposito di materia calcare fra le tonache proprie resa capillare; ed il lume sopra e sotto dello stringimento obliterato da un trombo bianco-rossiccio, sodo e aderente: le arterie e le vene della gamba e del piede gangrenati vacue e coartate. A sinistra l'arteria poplitea era pure ristretta e chiusa da un trombo della lunghezza di sei linee, ed il piede al di sotto offriva sul margine esterno un'escara gangrenosa della pelle grande uno scudo, a cui non si era fatto attenzione durante la vita. In questo caso la degenerazione

(1) *Archives gén. de Méd.* Mai 1835.

delle pareti ha prodotto la stenosi: questa il trombo senza miscuglio di materia flogistica: e dall'ostruzione totale del vaso n' è venuta poi la gangrena.

Non avvi dubbio adunque che un tronco arterioso durante la vita si chiuda talvolta senza intervento d'infiammazione pel semplice trombo in seguito ad una remora del circolo entro il medesimo portata da un ostacolo esterno, da ossificazione delle pareti, da aneurisma: ovvero da mancata azione del cuore per vizio organico, od influenza dinamica capace di avvilire momentaneamente la virtù impellente di quest' organo. In simili casi l'obliterazione dei tronchi arteriosi non è più l'effetto dell'arteritide, nè di un preteso lavoro infiammatorio; ma del semplice grumo sanguigno effettuatosi per le cause summentovate. Secondo alcuni autori moderni (1), il sangue si può rappigliare entro le cavità del cuore e dei vasi semplicemente per la flogosi delle loro pareti che vi alita sopra, o per la sua diatesi flogistica che lo porta a consolidarsi. Laonde i grumi che si fanno durante la vita in grembo al sistema sanguigno si deriverebbero spesse fiate dall'alito semplice dell'endocarditide o dell'angioitide, o dalla crasi flogistica del sangue, anzi che dall'allentamento del circolo provocato da un vizio organico degli orifizii, delle valvole, delle pareti, o dall'ostacolo meccanico del trasudamento linfatico. La qual teoria potrà essere giusta e consentanea alla verità; ma certamente le ragioni ed i fatti finora prodotti in suo favore non ne porgono una soddisfacente dimostrazione. D'altronde nell'arteritide esterna che nasce improvvisamente e si limita a breve tratto, non si può ammettere una crasi flogistica del sangue: e nella maggior parte dei casi le tracce della flogosi sulle pareti dell'arteria fuori del trasudamento sono così lievi ed incerte che si dura fatica a persuadersi che queste pareti infiammate, v. gr., dell'iliaca, della femorale, ecc., senza il prodotto materiale del coagulo e pel solo fiato della flogosi, valgano a coagulare il sangue che rapidamente la percorre, quando egli è ben dimostrato e consta a me stesso, per le molte esperienze istituite in proposito, che una corrente elettrica di mediocre forza diretta attraverso una grossa arteria in istato di libertà, per l'ordinario, non ha la stessa efficacia. L'infiammazione dei vasi è stata al certo nei tempi moderni esagerata, e ad essa si riferirono volentieri la maggior parte dei casi di obliterazione dei medesimi con e senza gangrena. Ma ciò non toglie che l'arteritide non sia un fatto reale e positivamente dimostrato; come è dimostrato, che l'ostacolo il quale nasce all'improvviso entro la cavità di una grande arteria nel corso di questa malattia è generalmente il

---

(1) Vedi Bouillaud e Hope, *Malattie del cuore.*

prodotto della flogosi, ossia il coagulo infiammatorio, che chiude o restringe il lume ed intercetta il circolo; onde poi il sangue al di sotto si rappiglia. Questa dottrina concorda perfettamente colla etiologia, la semiotica ed il decorso della malattia, e si deve al presente ritenere per consentanea alla verità.

Le vene principali dell'arto che accompagnano le arterie infiammate ed ostrutte non offrono sempre la stessa condizione. Si deve confessare che in molte osservazioni non è fatto alcun cenno delle vene, e si scorge manifestamente che l'esame loro sul cadavere è stato dimenticato dagli autori. Anche nei casi da me notati trovo più volte la stessa mancanza. Ma le vene dell'arto affetto si videro in alcuni casi partecipare all'infiammazione; sia che la flebite abbia tenuto dietro alla stessa causa dell'arteritide, o sia stata per irradiazione provocata da questa: ed in simili casi le vene offrono segni più chiari di flogosi delle stesse arterie: le tonache opacate, inspessite, gremite al di fuori di minimi *vasa vasorum;* e la cavità ripiena di linfa e più spesso di materia puriforme mista a cruore. Così nelle osservazioni di Brodie (1), Thomson (2) e Meli (3) le vene e le arterie del membro che era la sede della malattia presentavano note palesi d'infiammazione. Sebbene nella metastasi non si consideri comunemente che l'arteritide, e la flebite si ritenga come una conseguenza di questa, egli è indubitato che la stessa causa alcune volte fa sentire la sua azione a tutti i vasi sanguigni, le arterie e le vene dell'arto, ed a preferenza in qualche caso alle vene, per cui la flebite è più rilevante dell'arteritide. L'aprile 1850 morì nella Clinica Ambrosina Chiari, contadina di Corteolona, per uno sfacelo della gamba destra succeduto inaspettatamente ad una peripneumonia dello stesso lato: ed il di lei cadavere ha mostrato che la sola femorale comune fra le arterie della coscia affetta era obliterata dal coagulo pel tratto di 16 linee, senz'altra alterazione; mentre tutte le vene profonde dalla fossa iliaca al poplite apparivano fortemente infiammate qua e là marcite, ed ostrutte parte dal coagulo linfatico, o dalla materia puriforme, e parte dal trombo: cosicchè nel pezzo la flebite figurava come l'effetto principale della metastasi. Il lobo inferiore del polmone destro offriva epatizzazione grigia con tre piccoli ascessi.

Ma nei casi ordinarii di arteritide acuta con gangrena dell'arto, in seguito all'obliterazione delle arterie ed alla sospensione od all'affievolimento del

(1) Op. e l. c.
(2) Op. e l. c.
(3) Op. e l. c.

circolo, le principali vene concomitanti si trovano vacue o con piccola quantità di sangue in parte fluido ed in parte coagulato; e più spesso senza nota palese d'infiammazione si danno a divedere rigonfie ed ostrutte dal trombo sanguigno. La quale coagulazione semplice del sangue nei principali tronchi venosi è chiaramente indicata in parecchie delle osservazioni sopra citate, ed io l'ho notata in nove dei casi da me dissecati. Quando nel preparato che si ha sott'occhio si scorgono le principali arterie che importano e le principali vene che esportano il sangue compiutamente obliterate, ammettendo che l'obliterazione sia avvenuta durante la vita del paziente, si è indotti a conchiudere, che nell'arto deve essere cessata, o non deve essere rimasta che una circolazione minima pei vasi laterali, la quale non ha potuto impedire l'eclissi delle proprietà vitali e la morte rapida del medesimo. Da ciò la spiegazione, perchè le gangrene metastatiche da angioitide si facciano talvolta precipitosamente per tutta l'estensione del membro a similitudine degli sfaceli che avvengono per gravissime violenze esterne, v. gr. i projettili delle armi a fuoco. In questo caso è la veemenza della percossa e della commozione che annienta la vita e la reazione degli organi; nel primo è l'ostruzione del sistema sanguigno, che togliendo all'istante l'alimento del sangue ed il suo movimento, porta lo stesso effetto della mortificazione. Quando le forze generali dell'infermo si conservano, o che l'intasamento degli alvei centrali è graduale, la circolazione intendendosi in ragione dell'obice che incontra sulla strada diretta, sopperisce a tempo, guadagna nuovamente questa strada al di sotto dell'ostacolo allargando le vie laterali e riesce a prevenire, ovvero a circoscrivere in minimi termini la gangrena, come vediamo alcune fiate la minaccia dileguarsi, o non aver effetto che nell'ultima estremità del membro, tutto che i tronchi delle arterie centrali del medesimo vadano per sempre perduti.

Per la cura dell'arteritide delle estremità non si dà profilassi, a motivo che la malattia invade all'improvviso senza presentimento e senza possibilità di prevenirla. D'altra parte l'infrequenza del fenomeno distoglie l'attenzione, ed il medico non se ne occupa che al momento in cui se ne accorge. Ma la profilassi della gangrena che suole succedere all'arteritide è possibile e consiste appunto nella cura pronta ed attiva di quest'ultima malattia, al fine di ovviare o circoscrivere il coagulo, che ha colpa di quell'esito infausto. Sgraziatamente nelle metastasi l'effetto è così repentino, che non dà tempo a declinarlo, ed il medico sovente è interpellato ad esito compiuto; ovvero egli stesso non colpisce a prima giunta nel segno, sospettando neppure l'affezione dei vasi. Ma quando la gangrena non è subitanea, ha dei prodromi, ed il medico chiamato di buon'ora, dal rilievo delle cause e dei sintomi scopre l'arteritide

al suo nascere, può lusingarsi di prevenire: e se non di prevenire, che è difficilissimo, di definire il coagulo, e quindi impedire o limitare la gangrena, che è il vero scopo della cura, avvegnachè nella comune dei casi l'infiammazione e la chiusura dell'arteria principale di un'estremità fanno spavento per ciò solo, che sogliono essere cagione di gangrena e di morte.

Contro le cause dell'arteritide acuta esterna degli arti riferite da principio non avvi d'ordinario terapia efficace, perchè esse assalgono inopinatamente e si dissipano da sè, ovvero sono indeclinabili; e contro l'infiammazione che insorge non si può fare che il metodo antiflogistico locale e generale giusta il grado della reazione e lo stato dell'infermo. I salassi, in ispecie le mignatte ripetute sul tragitto dell'arteria che duole, i bagni caldi, il tartaro stibiato, il calomelano, i sedativi per uso interno od esterno, e la quiete assoluta della parte, sono i mezzi che convengono nel primo stadio della malattia e che talvolta riescono. I pazienti robusti e febbricitanti sostengono assai bene le emissioni di sangue generali e locali, e ne provano grande sollievo. I bagni caldi si videro talvolta esacerbare i dolori ed essere meglio tollerati i fomenti freddi. I purgativi vogliono in questa cura considerarsi come semplici antiflogistici: i sudoriferi possono giovare nello stesso senso dei bagni caldi dando attività al sistema capillare periferico ed animando la circolazione. I deprimenti del sistema sanguigno rare volte trovano una giusta applicazione in un'arteritide esterna, locale, sovente acutissima, che prontamente oblitera i vasi e si estingue nel suo prodotto. Quando la cura è efficace e la malattia disposta a sciogliersi, a poco a poco i dolori sul cammino delle arterie si mitigano, cedono l'anestesia ed il torpore, la temperatura si rialza e l'arto si ristabilisce per intero; ovvero non si mortifica che in qualche punto, v. gr. alle dita, al tallone, all'avanpiede, ovvero alla sola pelle, presentando delle escare della medesima. Ma l'abuso del metodo antiflogistico in questi casi può nuocere infrangendo l'energia del sistema circolatorio e favorendo la mortificazione. La terapia implica in certo modo indicazioni contradditorie: per un lato risolvere al più presto la flogosi e limitare il coagulo; e per l'altro promovere la circolazione laterale a tempo per prevenire o menomare la gangrena. Sebbene il trasudamento sia pronto, non si fa sempre tutto ad un tratto, ma successivamente od a riprese: onde in più casi contando dalla prima apparizione dei dolori, che suole additare l'invasione dell'arteritide, i sintomi della gangrena si vedono manifestarsi dopo alcuni giorni; e quindi nel frattempo cogli antiflogistici si può declinare questo postumo.

Il metodo antiflogistico, del resto, non conviene che nei primi momenti ed in ragione della durata e realtà dei sintomi infiammatorii. A misura che questi

cedono e la gangrena prende piede, si deve desistere dal medesimo e studiarsi di promovere la circolazione nell'arto colle fomentazioni aromatiche o semplicemente la calefazione artificiale, un regime più lauto e la stessa amministrazione di stimoli interni; a meno che la presenza di particolari complicazioni, l'intolleranza dei pazienti, od il timore di risuscitare la flogosi locale assolutamente lo vietassero. A gangrena in corso l'oppio in parecchi casi non solo è tollerato, ma desiderato dagl'infermi, come quello che mitiga i dolori, l'inquietudine e la veglia, e porta calma. Ho veduto giovare questo rimedio anche nei semplici preludii della gangrena, quando, cessato il polso, l'arteritide declinava. Giova inoltre risovvenirsi, che nei vecchi e quando soprattutto precedono vizj organici del cuore, l'obliterazione delle arterie che fa ammortire le membra è l'effetto talvolta del semplice trombo sanguigno e non dell'arteritide; per cui il metodo antiflogistico allora nuoce, o non si può usare che con grande parsimonia, e corrispondono meglio le fomentazioni tepide, aromatiche, i calmanti, l'oppio. Nemmeno è a dissimularsi, che in più casi di metastasi la terapia è illusoria o di poco momento: a motivo che l'arteritide esterna cresce improvvisamente, fa subito trasudamento e si estingue da sè con questo prodotto: e la gangrena, che è la sequela immediata dell'obliterazione del vaso, parimente invade all'istante e si arresta mercè la circolazione laterale, che spontaneamente si costituisce. Laonde il medico non è che spettatore attonito di tutti questi processi morbosi, che crescono, trascorrono e finiscono da sè nel corpo del paziente: e non ha altro incarico che di apprestare dei mezzi palliativi, che occupino l'attenzione dell'infermo ed alleviino le molestie del male, rivendicando all'arte ciò che è l'opera della natura.

Io non conosco un solo caso di arteritide acuta degli arti, in cui siasi potuto impedire o dissipare il coagulo: costantemente l'arteria al primo esordire del male si è chiusa, ed è anzi la sua chiusura avvisata dalla perdita del polso, che ha assicurato, o reso sommamente probabile l'infiammazione avvenuta: ed in tutti i casi il vaso è rimasto ostrutto, che val quanto dire il coagulo si è a permanenza conservato. Laonde una cura profilatica allo scopo di prevenire ed una cura risolvente diretta a smaltire il coagulo che tura l'arteria, sebbene si possano proporre, generalmente non si danno, o rimangono senza effetto. Ma ho visto in qualche caso ed altri mi constano per l'altrui osservazione, di arteritide degli arti con minaccia di gangrena; nei quali facendo prontamente la terapia summentovata, i segni forieri di questa, il torpore, il raffreddamento, il formicolio per gradi entro alcuni giorni scomparvero, e l'arto si è redento, o non ha avuto che un tocco di mortificazione, quantunque non vi fosse più polso ed i tronchi arteriosi sieno rimasti per sempre obliterati.

Il quale risultato induce a credere, che la terapia sia stata per lo meno utile a circoscrivere il coagulo e ad animare la circolazione laterale. Quando si è ottenuto questo primo effetto, il membro non è ancora pienamente rassicurato, perchè essendo i vasi maggiori chiusi talvolta per lungo tratto, e la circolazione laterale debole, minime cause, v. gr. di raffreddamento, compressione, piegature, movimenti accidentali, ecc., possono provocare nuovi accessi di dolori, di arteritide, ed un nuovo progresso della gangrena, e questo stato dura un certo spazio di tempo fino a che il sistema anastomotico siasi compiutamente sviluppato. Egli è allora che l'arto si redintegra veramente e nulla più ha a temere dalle cause summentovate, nè dalla perdita delle sue arterie principali. Quando la gangrena, in un modo qualunque, si avanza provocando i sintomi del tifo, l'esaustione e la tabe, l'ammalato inevitabilmente muore, nè avvi terapia che valga a salvarlo. Ma quando egli resiste, e lo stato generale non partecipa o leggermente, la gangrena si arresta da sè e la parte morta finisce ad esfogliarsi, ovvero presenta al chirurgo l'indicazione per l'amputazione.

OSSERVAZIONI SUL NERVO OTTICO

MEMORIA

DI BARTOLOMEO PANIZZA

Letta nell' adunanza del 19 aprile 1855.

CON DUE TAVOLE.

Oggetto delle scienze è il vero: delle arti, il bello.

GIORDANI.

Benchè molti distinti anatomici abbiano fatto studj severi ed importanti sull' origine del nervo ottico, e che si sieno accertati, specialmente col soccorso dell' embriologia e delle vive sezioni, doversi la principale origine di questo nervo alle eminenze bigemine, non sono poi d' accordo sulla parte che vi contribuiscono il talamo ottico, il peduncolo del cervello, il *tuber cinereum*, le pareti laterali dell' infondibolo del terzo ventricolo, ecc. Allo scopo di chiarire i veri rapporti del nervo ottico col cervello ho creduto prezzo dell' opera l' occuparmene anch' io.

Nei pesci (classe d' animali in cui il cervello presenta grandi varietà anche da un genere all' altro) io presi in esame soltanto il cervello dei fluviatili, e specialmente quello dell' *Exos lucius* e del *Cyprinus tinca*, dei quali volli figurare gli oggetti sì esterni che interni.

Nel luccio i tubercoli o lobi anteriori, da taluni chiamati emisferi cerebrali (Tav. VIII, fig. 1 *b*), di forma conica, bernoccoluti, cinerei sono divisi in due masse da un solco quasi trasversale poco apparente, ma profondo: la piccola massa anteriore che forma come l'apice del cono appartiene al nervo olfattorio; l'altra molto considerevole copre un poco la prima ed è sovrapposta ed attaccata con un tratto della sua sostanza alla radice del nervo olfattorio, cosicchè fa parte dello stesso e si unisce al lobo cavo collocato posteriormente. I lobi cavi (fig. 1 *d*) sono grandi, ovali, di tinta bianco-cinerea; tra le loro estremità anteriori ed i lobi anteriori alcuni anatomici notarono un piccolo ammasso di sostanza cinerea che dissero corpo pineale. Nell' esame da me istituito su molti cervelli di luccio non vidi questo corpo; notai invece, ritraendo alcun poco l' estremità anteriore dei lobi cavi, due tubercoletti cinerei (fig. 1 *c*), talvolta appena visibili, uno a destra,

l'altro a sinistra, i quali discendendo si fanno bianchi, e convergendo vanno a congiungersi alla linea mediana (Tav. VIII, fig. 6 *a*). Aprendo i lobi cavi si conosce che la loro parete è composta di tre strati, uno esterno bianco-fibroso, uno medio cinereo, l'altro interno midollare fibroso. Alla parte inferiore dello strato interno vi sono dei fasci fibrosi, bianchi, composti di tante esili fibrille (fig. 6 *d*) che si disperdono a ventaglio sui lati e sulla volta della cavità. Questa lamina raggiata anteriormente si piega con alcune fibre le quali verso la linea mediana si incontrano con quelle dell'altro lobo, formando così una commessura midollare. Quel corpo cinereo sovrapposto alla base delle fibre raggiate e che chiamasi corpo striato o talamo ottico (fig. 6 *c*), non concorre a formare le suddette fibre. Nella cavità comune dei lobi cavi alla parte media posteriore si scorge un rialzo formato da quattro eminenze, somiglianti per la loro disposizione e configurazione alle eminenze quadrigemelle (fig. 6 *e*) ma che non sono se non ripiegature della lamina midollare cinerea dei lobi cavi (fig. 7 *a*). Il cervelletto collocato posteriormente ai suddetti lobi cavi ha una forma conica e con i suoi margini è unito alle eminenze laterali del midollo allungato. La sostanza del cervelletto molto rossigna, ricca di vasi, ha nel centro un ammasso di sostanza fibrosa. Alla superficie esterna inferiore del cervello vi sono due lobi detti inferiori, di figura ovale o reniforme, da taluni considerati come le eminenze mamillari (fig. 2 *c*). Questi lobi quantunque collocati a canto della branca inferiore del nervo ottico, pure non le forniscono fibre.

Fra i nervi io esaminai soltanto gli ottici nel loro tragitto dall'occhio al cervello. L'un nervo incontrando l'altro lo sormonta; talvolta il destro passa sopra il sinistro; tal'altra succede il contrario, senza però che si intreccino mai, e restando solo riuniti per un fitto tessuto cellulare. Al didietro dell'incrociamento sono vincolati per fibre al *tuber cinereum*, dal qual punto ciascun nervo si divide in due fasci, uno superiore più esile che scorre all'indietro lungo il lato interno superiore del lobo cavo, l'altro più grosso che lambe il lato interno inferiore dello stesso lobo. Tra i due fasci fibrosi inferiori si trova al dinanzi del peduncolo della glandola pituitaria la lamina midollare dell'*Haller* che li unisce, e dietro questa vedonsi due archi fibrosi midollari uno anteriore, posteriore l'altro, e convessi anteriormente (fig. 4 *a*): questi archi si congiungono alle fibre interne del fascio ottico inferiore.

Il cervello del *Cyprinus tinca* nel suo contorno esterno e nelle sue parti interne differisce molto dal descritto. I lobi anteriori, detti da taluni emisferi cerebrali, sono più conici; i lobi cavi hanno una forma un poco più rotonda di quelli del luccio. Le due eminenze laterali del midollo allungato sono più arcuate e sporgenti; inoltre, dietro il cervelletto, lungo la linea mediana del quarto

ventricolo, havvi un'appendice cerebellare alquanto palese. I lobi cavi, a differenza di quelli dell'*Esox lucius*, presentano nell'interno una grossa eminenza che riempie quasi la cavità (Tav. VIII, fig. 12 *b*); eminenza libera in tutto il suo contorno, tranne alla parte inferiore, ove sta attaccata al pavimento della cavità. Rimovendo questa eminenza se ne scopre un'altra minore, chiamata da alcuni talamo ottico, o corpo striato (fig. 13 *a*), sotto il quale trovasi pure un piccolo corpiccinolo sporgente che si tiene in diretta comunicazione colla branca inferiore del nervo ottico (Tav. VIII, fig. 13 *b*).

I nervi ottici della tinca considerati nel loro incontro e decorso sui lobi cavi, e nei rapporti con gli altri oggetti non presentano differenza da quelli del luccio.

Per meglio convincermi circa i notati rapporti del nervo ottico con le parti del cervello ho pensato di acciecare piccoli lucci e tinche, lasciandoli dopo in una vasta peschiera per molti mesi e sino ad un anno e più. Ne seguirono queste alterazioni (quali dimostrano le figure 15, 16, 17, Tav. VIII): l'atrofia del nervo ottico dell'occhio acciecato, la diminuzione di volume del lobo anteriore opposto, specialmente poi del lobo cavo, in cui erano atrofiche le pareti, e nel cervello della tinca erano atrofici anche gli oggetti che vi si trovano. Mentre nell'altro lobo cavo trovavansi, oltre il normale, ingrossate le pareti, e l'eminenza contenuta, ed in particolar modo la papilla sottoposta a questa, cioè il corpo striato o talamo ottico (Tav. VIII, fig. 17 *b*).

Dal che mi sembra si possa inferire che il nervo ottico nei pesci procede alcun poco dai lobi anteriori, molto dalle pareti del lobo cavo, non che dagli oggetti in esso contenuti, e in particolare dal corpo striato o talamo ottico, nulla dall'eminenza esterna inferiore detta lobo inferiore, perchè tra essa e il nervo ottico non esiste comunicazione, e perchè nei casi patologici ha offerto nessuna alterazione.

Negli uccelli, benchè il punto principale d'origine del nervo ottico sia il lobo ottico, è certo però che a formarlo concorrono anche il talamo ottico, il peduncolo del cervello con due o tre fibrille, il *tuber cinereum* e la lamina raggiata. Questa (Tav. VIII, fig. 19 *a*) discendendo lungo la superficie piana dell'emisfero cerebrale si concentra in un fascio nervoso del quale una parte si inserisce al nervo ottico innanzi che esso giunga al chiasma; l'altra parte dirigendosi all'indietro circonda la gamba del cervello per terminare poi nell'estremità esterna del talamo ottico, che oltre all'essere connesso per fibre al nervo ottico, si trova anche in relazione con un fascio midollare procedente dall'emisfero cerebrale.

Per chiarire la verità e l'importanza delle relazioni del nervo ottico colle parti suindicate ho eseguito alcuni esperimenti. Tra gli uccelli ho scelto il corvo,

perchè oltre all'essere un animale vivace e robusto, ha il cranio sottile, sicchè lo si taglia facilmente con un semplice coltello, e si pone allo scoperto il cervello senza alcun danno delle sue funzioni. Messo a nudo un emisfero cerebrale, ne rialzai con lo specillo la parte posteriore laterale, e mediante un esile nervotomo fatto a lancia ho tocco ed offeso il lobo ottico, quando in direzione trasversale, e quando invece dall'innanzi all'indietro. Ogni volta che mi ristetti a qualche leggier tocco l'animale non diede segno di risentirsene, ma quando ne volli coll'ago penetrare la sostanza, non solo apparvero gli indizi della sensibilità, ma si manifestarono anche dei moti convulsivi, dei quali fenomeni terrò discorso in altra circostanza. Rispetto alla vista, ho verificato quello che già osservarono il celebre *Flourens* ed altri, cioè la perdita della vista dell'occhio opposto non solo dietro ferita profonda, ma anche per lesione leggiera, sicchè l'integrità del lobo ottico appare assolutamente necessaria all'esercizio di tale funzione. E difatti, lasciato libero il corvo che aveva sostenuta l'offesa sopraindicata, esso camminava bensì celeramente come prima, ma urtando ad ogni tratto contro il muro e contro gli altri corpi posti al lato corrispondente all'occhio offeso: il dito od un altro oggetto che si portasse presso quest'occhio, non era veduto, benchè l'iride conservasse i suoi movimenti. Tenuto in vita due giorni, mangiava ed offriva la solita vivacità e prontezza ne' movimenti, quantunque l'emisfero del cervello fosse a nudo: la vista dall'occhio leso restò costantemente abolita. Dissanguato l'animale, si trovò al lobo ottico destro una ferita lineare nella parte media della sua superficie superiore profonda due terzi di linea, lunga una linea, con piccolissima effusione di sangue al disopra del punto ferito. In altri corvi, usando le stesse cautele, ho offeso invece la parte posteriore del talamo ottico destro sopra il lobo ottico: si ebbe lo stesso risultato, cioè perdita della vista nell'occhio opposto, persistenza dei moti dell'iride, franchi i movimenti di tutto il corpo; nella sezione si trovò appena offeso il talamo ottico più o meno vicino al lobo ottico.

In alcuni altri ho inciso longitudinalmente lo strato cinereo dell'emisfero cerebrale presso al margine superiore della superficie piana, e così ho interessato la massa cinerea da cui partono le fibre della lamina raggiante. I corvi restarono ciechi dell'occhio opposto, persistendo i moti dell'iride, la sensibilità e i movimenti del corpo. L'esame anatomico instituitone dopo uno o due giorni mi ha dimostrato che veramente lo strato cinereo onde ha origine la lamina raggiante era stato interessato dal taglio per circa due terzi della sua lunghezza. In seguito bramava conoscere quali alterazioni accadessero nella vista dietro sezioni trasversali dell'emisfero cerebrale a varie distanze dalla sua estremità anteriore. Al quale scopo, dopo di essermi bene assicurato del rapporto dei

diversi punti del cranio con le parti contenute, feci, or qua, or là, un piccolo foro nel cranio, pel quale introdotto un esile nervotomo a lancia tagliai di traverso una piccola porzione dell'estremità anteriore dell'emisfero cerebrale grossa quanto due grani di riso riuniti: l'animale non diede segno di soffrire; posto a terra, era libero nei movimenti, e vivace come se nulla gli si fosse fatto; la vista però dell'occhio opposto all'emisfero cerebrale offeso era perduta, restando mobile la pupilla. Ucciso un giorno dopo, si riconobbe l'esattezza della fatta incisione. Lo stesso effetto si ottenne facendo una sezione trasversale non tanto profonda o al terzo, o alla metà, o al quinto posteriore dell'emisfero cerebrale. Ed anche per l'esportazione d'una piccola porzione del margine posteriore dell'emisfero cerebrale là dove è più acuminato, il corvo perdette la vista dell'occhio opposto. Aggiungo per un di più che, fatta l'egnale lesione ad ambo gli emisferi cerebrali, ne seguì la cecità completa, rimanendo però sempre inalterate le altre proprietà vitali.

In altri corvi, levata la metà destra della volta del cranio, tagliata la meninge, rialzato posteriormente l'emisfero cerebrale, con due colpi di forbice lo esportai tutto: sul momento si osservò la paralisi del lato sinistro, ma indi a non molto gli animali ricuperarono la libertà dei movimenti, rimanendo cieco l'occhio sinistro, mobile la pupilla: l'altro occhio vedeva perfettamente. Nei due o tre giorni che furono lasciati in vita dopo l'operazione erano vispi, mangiavano e camminavano francamente. La sezione dimostrò che l'emisfero fu esportato al disopra del talamo ottico corrispondente. Ho anche voluto tagliare di traverso l'ottava parte anteriore dell'uno e dell'altro emisfero cerebrale: ne seguì la perdita completa della vista, rimanendo però mobili le pupille. I corvi non facevano che saltellare, urtando contro tutti i corpi che incontravano Quando ho esportato tutti e due gli emisferi al disopra dei talami ottici, grave fu l'emorragia: ogni volta che mi riuscì d'arrestarla colla colofonia polverizzata, vidi che i corvi poco dopo si rizzavano in piedi per rimanere poi immobili nello stesso sito: scossi, si movevano automaticamente, ed ho potuto sempre verificare che la perdita della vista e dell'udito era totale. Infatti non mi fu dato di constatare quello che osservarono i celebri *Flourens* e *Longet*, cioè la conservazione di un certo grado di vista, pel quale gli uccelli così privati dei due emisferi del cervello volgerebbero ancora il capo a seconda della direzione del lume che loro si presenta: questo non ho potuto mai verificare. In questi esperimenti d'esportazione degli emisferi cerebrali ebbi campo di osservare che alcuni movimenti sono ancora possibili agli animali su cui si è praticata, movimenti che parrebbero a primo tratto volontari, ma che infatti non lo sono: così, aperto il becco ad uno di essi ed introdottovi un pezzo di carne, lo vidi

scuotere il capo come a procurare che quel corpo gli uscisse di bocca. Ma attendendo bene ho potuto persuadermi che tale movimento del capo dipende dall'azione riflessa dei nervi respiratorii, imperocchè esso non accade se non quando il pezzo di carne introdotto nella bocca trovasi dicontro all'apertura interna delle narici od all'apertura del condotto aereo, ed impedisce così il libero ingresso dell'aria per la respirazione.

In altri esperimenti ho accecato un occhio a varii pulcini di gallina o d'anitra appena nati o pochi giorni dopo. Tenuti in vita molti mesi, taluni oltre un anno, trovai in tutti il nervo ottico atrofico, più o meno cinereo, gelatinoso; stato che presentava pure nell'aja quadrata, ove decomposto in due fasci cinerei abbracciava il nervo opposto, cosicchè si direbbe che il nervo destro passa tramezzo al sinistro; ed accompagnati quei fasci cinerei al di là dell'aja quadrata mi sembrò essere totale l'incrocicchiamento. Inoltre osservai, la parte che si rende più atrofica essere il lobo ottico, la di cui superficie si fa tutta cinerea: nulla di meno talvolta vidi poca diminuzione del lobo ottico mentre erasi impiccolito molto il talamo ottico e tutto il resto del nervo. Quanto all'occhio sano, d'ordinario vidi molto sviluppato il lobo ottico corrispondente e non in proporzione il rimanente del nervo; non mancarono però casi in cui trovai ingrossato molto il tratto del nervo compreso tra il talamo e l'occhio, nulla invece il lobo ottico. Di tutte queste anomalie si dà ragione conoscendo le varie connessioni in cui il suddetto nervo si tiene con le parti dell'encefalo sopranotate, relazioni che si trovano in armonia con le osservazioni anatomo-fisiopatologiche.

Nei mammiferi sono presso a poco eguali i rapporti dei nervi ottici con le parti del cervello. Concorrono a dar origine a questo nervo le eminenze bigemine (specialmente le *nates*), il talamo ottico e le sue appendici: i fasci midollari procedenti dalle circonvoluzioni della parte posteriore dell'emisfero cerebrale, qualche fibra del peduncolo cerebrale, delle pareti laterali dell'infondibolo del terzo ventricolo e del *tuber cinereum*. Queste relazioni sono eguali nel coniglio, nel bue, nell'agnello, nel cavallo, nel cane e nell'uomo: nel cavallo più che in ogni altro è dimostrato quanto il talamo ottico vi concorre, e come i fasci fibrosi da esso uscenti per formare il nervo ottico si trovino in continuazione coi fasci fibrosi uscenti dal lato esterno del talamo stesso, che vanno poi a comporre l'apparato fibroso delle circonvoluzioni cerebrali superiori e posteriori inferiori.

Benchè da questi dati anatomici si possa inferire che le suaccennate parti cerebrali con le quali gli ottici si trovano in rapporto debbano influire alla integrità d'azione del nervo, ho tuttavia voluto ricorrere ad esperienze di vive-

sezioni. Nell'eseguire tali esperimenti ebbi sempre la cautela di interessare or l'una or l'altra parte del cervello col minor danno possibile degli altri oggetti. Quindi, mediante piccolissima corona di trapano, traforai il cranio di conigli e specialmente di cani. Introdotto un esile coltello molto appuntato, della larghezza di meno di una linea, tagliai trasversalmente un emisfero cerebrale al quinto anteriore. L'animale, messo in libertà, camminava, correva come se nulla avesse dovuto soffrire: l'energia muscolare e le facoltà intellettive non ne apparvero diminuite, ma era lesa la vista dell'occhio opposto. In altri, reciso di traverso nel suo spessore il corpo striato, si ebbe costantemente la perdita della vista dell'occhio opposto e nulla più. In taluni, tagliata la parte anteriore del talamo ottico, restò cieco l'occhio opposto senza che l'animale patisse altro danno. Finalmente in un cane, messo allo scoperto un tratto del cervello alquanto più in basso della gobba parietale, ne esportai una piccola porzione di sostanza: non ne seguì altro, che la cecità dell'occhio opposto. La stessa operazione instituita contemporaneamente su ambo gli emisferi cerebrali apportò la cecità completa. Questi esperimenti ripetuti più e più volte mi dimostrarono che veramente le parti del cervello le quali si trovano in relazione anatomica col nervo che presiede alla vista esercitano sopra di lui una influenza importante.

A corroborare maggiormente il mio assunto espongo in succinto dei fatti patologici osservati nei conigli, nei cani, ne' buoi, nei cavalli e nell'asino.

A varii conigli nati da pochi giorni esportai la cornea dell'occhio sinistro vuotandolo così degli umori. Dopo un anno furono esaminate le avvenute alterazioni. L'occhio sinistro, come pure l'orbita (Tav. IX, fig. 1), erano atrofici, mentre sviluppatissimi erano l'occhio e l'orbita destra. Messo a nudo, il cranio al lato sinistro nella parte posteriore e superiore si trovò più eminente, e questo stesso osservavasi anche nell'emisfero cerebrale corrispondente. Trovossi pure una diversità notevole tra i due nervi ottici; il sinistro ridotto a molta esilità, il destro sviluppato assai dietro l'aja quadrata (Tav. IX, fig. 2) circondava il peduncolo cerebrale ed appianandosi si allargava sul talamo ottico sinistro, sulle eminenze genicolate e sulla superficie superiore delle eminenze quadrigemelle (Tav. IX, fig. 1, *f*, *g*, *h*).

Acciecati da un occhio molti cani lattanti, ed osservata dopo un anno la parte superiore del cranio opposta all'occhio sano offriva un rialzo maggiore (Tav. IX, fig. 3, *a*), rialzo che osservavasi pure nell'emisfero cerebrale corrispondente. Recisi gli emisferi cerebrali a livello del corpo calloso, e tolto anche questo in modo da scoprire la vôlta a tre pilastri, vidi il margine di questa, che nei bruti è assai grosso e tondeggiante, sicchè si potrebbe considerare come la continuazione del corno d'Ammone, più rialzato lungo il lato sinistro che

non al destro; e togliendo poi anche la vôlta m'accorsi che tale inegnaglianza dipendeva dal maggiore sviluppo degli oggetti contenuti nel ventricolo laterale sinistro in confronto di quelli del destro. Dei quali oggetti i più ingrossati erano manifestamente il talamo ottico col suo corpo genicolato, ed il corpo striato (Tav. IX, fig. 4, *a, b, c*). Tra le eminenze quadrigemelle superiori non esisteva gran diversità; delle inferiori però la sinistra era più sviluppata.

Anatomizzando il cervello di cavalli ciechi di un occhio, ho potuto raccogliere parecchie osservazioni, di una delle quali mi servii per tracciare le fig. 6 e 7 della Tav. IX. Il cervello aveva appartenuto ad un cavallo cieco dell'occhio destro: in esso il nervo ottico destro era molto esile, cinereo, gelatinoso, mentre l'altro era grosso e bianchissimo. Alla superficie superiore dell'aja quadrata si vedeva una piccola porzione del nervo atrofico scorrere diagonalmente sul nervo procedente dall'altro lato ed immergersi a guisa di cuneo nella sostanza di lui per riuscire alla parte opposta. Nella superficie inferiore dell'aja all'incontro si scorgeva una striscia bianca che l'attraversava diagonalmente, e parimente dirigevasi alla parte opposta. Sulla superficie superiore dell'aja osservaronsi ancora molte fibre le quali derivavano dal *tuber cinereum* e recavansi direttamente al chiasma dal margine posteriore di questo all'anteriore dove si insinuavano in parte nel nervo atrofico. Al di dietro del chiasma eravi il nervo ottico sinistro di color cinereo sino al talamo, e il suo volume era maggiore di quello del nervo che trovavasi a destra al dinanzi dell'aja. Vi era pur differenza di grandezza tra i due talami: il destro era più sviluppato, come pure lo erano il corpo genicolato inferiore e le eminenze quadrigemelle destre (Tav. IX, fig. 6, *a, b, c*, fig. 7, *c, d, e*), non che la colonna midollare laterale del peduncolo destro del cervello e l'apparato fibroso esterno del talamo ottico che si espande alle circonvoluzioni posteriori superiori.

Quanto all'uomo, riferisco soltanto il caso raccolto dal cadavere di una giovine di 18 anni che all'età di tre anni, per un colpo di sasso nell'occhio sinistro vi aveva perduto la vista sicchè l'occhio ne divenne atrofico. Il cranio in corrispondenza della gobba parietale destra presentava una depressione manifesta più che altrove lungo il margine occipitale dell'osso. La massa cerebrale corrispondente era pure depressa. Sezionato il cervello, si trovò ingrossato in tutta l'estensione il corpo striato sinistro in confronto del destro, sicchè mentre questo col punto della sua maggiore elevatezza distava due linee dal setto lucido, l'altro all'incontro, cioè il sinistro, appena ne era discosto di mezza linea. Questo era poi anche più albescente: il talamo ottico sinistro era del pari più sviluppato; quasi nessuna differenza nelle eminenze quadrigemelle. Nella sezione degli oggetti dei ventricoli si trovò pure maggior consistenza ne' sinistri. Dei

nervi ottici, il sinistro, dall'occhio al chiasma, era cinereo ed atrofico; al di dietro dell'aja, il destro era più piccolo del sinistro, ma non diverso in colorito.

Per comprovare quanto l'integrità dei talami ottici e dei corpi striati influisca sull'organo della vista, riferisco due fatti importanti da me raccolti. Un uomo di temperamento sanguigno, dell'età di 60 anni, un giorno mentre pranzava fu preso da un deliquio da cui tosto si riebbe e presente a sè stesso rispondeva categoricamente alle dimande che venivangli indirizzate: tutta la parte destra del corpo era in uno stato di paresi così del senso come del moto: l'occhio destro offriva pupilla dilatata immobile e la vista quasi del tutto perduta. Posto a letto, ad onta di una cura pronta ed attivissima, i sintomi morbosi si aggravarono, l'intelligenza andò scemando, dopo dodici ore l'infermo era perfettamente apopletico con paralisi completa del senso e del moto in tutta la parte destra del corpo: morì nella quarta giornata. Appena avvenuto l'accidente, avendo scorta la cecità dell'occhio destro pronosticai che lo stravaso sanguigno doveva essere nel talamo ottico sinistro. Nella sezione si trovò quasi nessuna injezione delle meningi e della superficie del cervello, poco siero nei ventricoli, ed invece molto sangue stravasato nello spessore del talamo sinistro.

Un mio amico, che da qualche giorno soffriva di dolore al capo, fu colto dopo il pranzo da un colpo apopletico, e benchè vi fosse paralisi completa a tutta la parte destra del corpo e perfetta amaurosi all'occhio corrispondente, la mente era libera, non però la favella. Visse quattro giorni conservando affatto integre le facoltà intellettuali, che appena si smarrirono nelle ultime dodici ore di vita. Alla sezione non si trovò raccolta di sangue nè di siero in nessuna parte cerebrale, neppur injezione nei grossi e minuti vasi. Si appalesò invece un rammollimento all'emisfero sinistro e in particolar modo nel talamo ottico. Nella parte posteriore superiore delle circonvoluzioni cerebrali si trovò pure un rammollimento assai significante, che venne riconosciuto da quanti si trovavano presenti all'esame del cadavere, tra i quali annovero il dotto mio collega ed amico prof. *Platner:* il confronto delle parti analoghe dell'altro emisfero non permetteva di conservare alcun dubbio a questo riguardo. Le eminenze quadrigemelle ed il nervo ottico erano nello stato normale.

Riassumendo quanto dissi sull'origine del nervo ottico nelle tre classi di animali, pesci, uccelli e mammiferi risulta provato che:

1. Nei pesci alla formazione del nervo ottico concorre un poco il lobo anteriore, molto il lobo cavo, e tra gli oggetti interni di questo il corpo striato e l'eminenza sottoposta.

2.° Negli uccelli il lobo e talamo ottico, alcuni fasci fibrosi dell'emisfero che lungo il peduncolo vanno ad unirsi al talamo e quindi al nervo ottico, più la lamina raggiante della parete interna dell'emisfero cerebrale, lamina che col

suo fascio nervoso si interseca in parte al nervo ottico e in parte all'estremo esterno dello stesso talamo ottico.

3.° Nei mammiferi le eminenze quadrigemelle (specialmente le *nates*) il talamo ottico, i fasci fibrosi derivanti dalle circonvoluzioni cerebrali posteriori, non che dal *tuber cinereum* e dalla sostanza delle pareti laterali dell'infondibolo del terzo ventricolo.

Dalle cose fino ad ora esposte fluiscono alcune considerazioni che meritano di essere notate.

Se ad un uccello o ad un poppante appena nato o poco dopo accada la perdita d'un occhio e viva poi fino a perfetto sviluppo, esso presenta una maggiore elevatezza del cranio e del cervello dal lato dell'occhio cieco. Si osservi la fig. 20, Tav. VIII, che rappresenta una testa di gallina che io acciecai dell'occhio sinistro mentre ancora era pulcino di pochi giorni: uccisa dopo un anno, il cranio mi si presentò un poco rialzato alla sinistra parte, e così del cervello trovai più prominente l'emisfero e il lobo ottico sinistro, come si scorge nella fig. 21, Tav. VIII, e meglio ancora nella fig. 22, *a, b,* Tav. VIII. Lo stesso esperimento fu eseguito sopra anitre di pochi giorni che, giunte a perfetto sviluppo, presentarono pure il cranio (Tav. VIII, fig. 24) più prominente alla parte sinistra, e così il relativo emisfero cerebrale (Tav. VIII, fig. 25, *a*). La figura 26 (superficie inferiore dello stesso cervello) presenta un grande sviluppo del nervo destro, dell'emisfero e del lobo ottico sinistro, mentre dimostra atrofico il nervo sinistro ed il lobo ottico destro. In seguito all'acciecamento dell'occhio sinistro, eseguito su molti conigli e cani lattanti che vennero poi sacrificati dopo un anno, ho potuto rilevare una più o meno palese varietà di sviluppo cranico e del cervello corrispondente all'occhio superstite. La figura terza della nona tavola offre la parte sinistra del cranio di un cane più sviluppata (lett. *a*), come lo era l'emisfero cerebrale massimamente alla porzione posteriore laterale. Gli oggetti interni si veggono nella figura quarta che dimostra l'aumento del corpo striato, del talamo ottico sinistro, del suo corpo genicolato esterno e delle eminenze bigemine (lett. *a*, *b*, *c*). La figura quinta fa conoscere i cangiamenti del nervo ottico così al dinanzi come posteriormente all'aja. Non si creda però che negli uccelli si possa ripetere il maggior rialzo dell'emisfero cerebrale dall'aumento solo del lobo o talamo ottico; molto si deve eziandio allo sviluppo dell'apparato fibroso del talamo ottico che, congiungendosi ai fasci midollari del peduncolo cerebrale, va ad espandersi nell'emisfero cerebrale, tanto più che sempre si è riscontrato dal lato dell'occhio superstite un maggiore sviluppo del talamo ottico e del corpo striato corrispondente, corpi ambedue che debbonsi considerare quali centri d'emanazione dell'apparato fibroso spettante alle circonvoluzioni cerebrali, specialmente della parte posteriore.

Del che se si vuole avere una dimostrazione, si faccia ad un cervello d'uomo, o di cane, o di coniglio un taglio longitudinale che divida in due parti simmetriche il corpo calloso e così continui sino alla base del cervello in guisa da separare questo in due porzioni eguali. Ad ognuna di queste si rialzi la parte corrispondente del corpo calloso e della vôlta a tre pilastri, sicchè ne sia messo allo scoperto il contorno esterno del corpo striato, del talamo ottico, e della cavità digitale; indi si strisci colla lama di un coltello sulla sostanza midollare al di fuori degli indicati margini e tosto si vedranno apparire dei fasci nervosi considerevoli uscenti dai suddetti corpi; fasci che diramandosi si espandono verso la periferia degli emisferi cerebrali, quindi alle loro circonvoluzioni, e quelli del contorno posteriore del talamo ottico alle circonvoluzioni posteriori superiori. Ed è appunto per l'esistenza di tali fasci nervosi che si rende ragione del fenomeno più sopra notato, che una lesione anche lieve della periferia di un emisfero cerebrale, purchè giunga ad interessarne la sostanza fibrosa, arreca costantemente la cecità dell'occhio opposto, o la cecità completa se la stessa offesa si faccia ad ambo gli emisferi, senza che ne segua perciò disordine alcuno nelle altre funzioni cerebrali.

Dalle sovraesposte osservazioni discende un'altra considerazione, ed è, che una parte del cervello collocata anche alla base può dar segno del suo maggiore ingrandimento alla superficie superiore del cranio purchè tale ingrandimento avvenga mentre la massa encefalica è ancora nel suo sviluppo. Difatti aumentandosi, per esempio, il lobo ottico, il talamo non può a meno di elevarsi ad occupare uno spazio spettante alla parte sovrapposta, e questa dovrà esserne sospinta oltre i limiti normali per modo, che venendo ad urtare contro le tuttora cedevoli pareti del cranio, giungerà mano mano ad alterarne la buona forma, rompendone anche la simmetrica disposizione. Sicchè, se è giusto il considerare il cervello come un complesso di organi, è però cosa incertissima a determinarsi il loro numero, la sede di ciascuno, e la rispettiva funzione, e credo che su questo grave argomento siasi ben lungi dal poter tenere un lingnaggio assoluto e decisivo. A mio avviso, restano a farsi ancora studii profondi sull'organizzazione del cervello sì dell'uomo come dei bruti; e questi si dovrebbero instituire di preferenza tenendo dietro allo sviluppo e perfezionamento delle sue parti, alle relazioni di quelle colle manifestazioni delle diverse facoltà intellettuali e morali. Infatti, insistendo negli studii anatomici, e specialmente nell'esame comparativo del cervello; facendo esperienze accurate sopra animali viventi coll'interessare le varie parti encefaliche, osservando diligentemente ciò che accade dietro queste, e tenendo conto principalmente dei varii casi patologici, si potrà forse giungere a chiarire alcuni dei molti punti della fisiologia del cervello ancora

oscurissimi, e tanto più sicuramente si raggiungerà questo fine, quanto più saremo scrupolosi e severi osservatori dei fatti reiteratamente veduti ed indagati.

Dalle indagini instituite intorno all'origine del nervo ottico, delle quali ho reso conto in questo scritto, risulta dimostrato come esso, a differenza degli altri nervi cranici, anzichè avere un'origine unica, si componga di fibre procedenti da punti diversi della massa encefalica, dei quali i più importanti si trovano anche collocati molto lungi dall'apertura per cui il nervo stesso è destinato ad uscire dal cranio, sicchè esso deve percorrere un tratto considerevole di questa cavità, lungo il quale si mette in rapporto con parecchi degli oggetti costituenti la massa cerebrale. Dal che potrebbesi per avventura argomentare che, trattandosi di un nervo destinato ad aver tanta parte nello sviluppo dell'intelligenza, a fornire tanti preziosi materiali all'esercizio di questa sovra ogni altra nobile facoltà, ad essere, come fu detto, lo specchio dell'anima, la natura lo abbia voluto mettere in relazione con un gran numero degli organi per cui l'intelligenza stessa si esercita. Nè varrebbe forse l'opporre che un altro nervo, avente un officio non meno nobile ed importante, qual'è il nervo acustico, trae la sua origine da un tratto singolarmente angusto del cervello, mentre ognun sa che in questo punto dell'origine dell'acustico convengono appunto le fibre procedenti dalle parti più nobili dei centri nervosi, sicchè esso raccoglie ne'suoi brevi limiti come in compendio gli organi, ai quali è più strettamente legata la vita con tutte le sue svariate attribuzioni. Ma, ommettendo pure tali argomentazioni, ciò che non può esser messo in dubbio si è, che quel modo di origine molteplice del nervo ottico rende ragione del fenomeno osservato così negli uccelli come nei mammiferi, che cioè dietro l'offesa di una parte anche piccola e superficiale dell'encefalo all'estremità anteriore e specialmente alla posteriore, al corpo striato o al talamo ottico, si ha sempre danneggiata la vista dell'occhio opposto, senza alcun altro disordine del moto, del senso, e dell'intelligenza.

Le ricerche sul nervo ottico mi diedero nuovo motivo di esaminare attentamente la maniera con cui si diportano i nervi ottici nel chiasma, vale a dire come succeda la riunione dei due nervi. Si sa che taluni opinano che i nervi ottici non facciano che applicarsi l'uno all'altro; altri ammettono l'incrocicchiamento totale, che cioè quello del lato destro passi al sinistro lato dopo il chiasma. Molti altri, e sono i più, ritengono che vi sia soltanto una decussazione parziale, un incrocicchiamento della maggior parte delle fibre, e precisamente delle interne, che passino così ai lati opposti, mentre le esterne fibre di ciascun nervo continuino il loro cammino senza penetrare nell'aja, ed assecondando solo la curva del lato esterno del nervo.

Generalmente, nei pesci i nervi ottici non fanno che sormontarsi, rimanendo

uniti con fitto tessuto cellulare. In alcuni rettili, come nel *Coluber viridiflavus* (Tav. IX, fig. 10), ciascun nervo si divide in due fasci, uno dei quali passa in mezzo al foro lasciato dall'altro. Nel cervello del camaleonte (Tav. IX, fig. 11) all'incontro si divide in più fascetti, i quali si intrecciano palesemente coi fascetti dell'altro nervo senza immischiarsi, come farebbero le dita delle mani incrocicchiate (Tav. IX, fig. 11, *a*). Negli uccelli, come nel corvo, nei gallinacei, nei palmipedi, palesemente si scorge la decussazione e l'intreccio delle fibre destre colle sinistre (Tav. IX, fig. 12, 13 e 14). Queste osservazioni vengono convalidate dall'esame dei pezzi patologici raccolti dai gallinacci a cui aveva accecato un occhio.

Quanto riesce chiara la decussazione totale dei nervi nei suddetti animali, altrettanto difficile riesce l'esame di questo punto nei mammiferi e quindi nell'uomo. Nelle opere di molti esimii autori noi troviamo la figura rappresentativa, con la quale si dimostra l'incrocicchiamento parziale delle fibre interne di ciascun nervo, mentre le esterne seguono l'andamento primitivo dirigendosi all'orbita corrispondente senza punto immischiarsi con le fibre dell'altro. Ponendo attenzione ad una serie di preparazioni, mi sembra d'essermi potuto accertare che il margine esterno dell'aja non sia costituito da porzione del nervo che continua, bensì da fasci fibrosi in vario modo diretti, taluni superficiali, altri profondi, in guisa però da non continuare il margine esterno del nervo. Infatti ho riscontrato una tutt'altra direzione, per cui ho pensato di tracciare le fig. 15 e 16, Tav. IX. Dal che risulterebbe che, giunto il nervo ottico all'aja, alcuni dei suoi fasci, specialmente i profondi, l'attraversano diagonalmente e riescono al lato opposto, gli altri ne decorrono il margine esterno, ma presto o tardi s'avvolgono intorno a lui, per poi finire anch'essi al lato opposto, e così compiere tutti una perfetta decussazione: inoltre, ho veduto che dalle due lamine laterali dell'infondibolo del terzo ventricolo partono dei fasci midollari che si espandono alla superficie superiore dell'aja dirigendosi dall'indietro all'innanzi, e così alla superficie inferiore dell'aja ho scorto delle fibre in senso longitudinale che derivano dal *tuber cinereum*. Le quali osservazioni anatomiche favorirebbero pertanto l'opinione della completa decussazione dei nervi ottici anche nell'uomo, opinione secondo la quale si rende facilmente ragione di un fenomeno patologico a tutti noto, che dietro un disordine cerebrale si abbia soventi la cecità perfetta di un occhio, rimanendo l'altro perfettamente illeso, fenomeno che resterebbe inesplicabile, ammessa la sola decussazione parziale.

Sulla ricchezza e distribuzione de' vasi nel chiasma e della particolarità di struttura dei nervi ottici, così innanzi di giungere all'aja quadrata come dopo, non che della forma o della distribuzione delle grandi e piccole granulazioni nervose, parlerò in altra occasione.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola VIII.

Le figure della prima linea rappresentano il cervello del luccio veduto in diverse posizioni e sezioni.

Fig.

1. Superficie superiore del cervello.
   a Nervo ottico — *b* lobo anteriore — *c* tubercoletto — *d* lobo cavo — *e* cervelletto.
2. Superficie inferiore del cervello.
   a Decussazione dei nervi ottici — *b* corpo pituitario — c lobi inferiori del cervello — *d* midollo allungato.
3. Cervello veduto in profilo.
4. Superficie inferiore del cervello a cui si è tolto l'accavallamento dei nervi ottici.
   a Colonne arcuate.
5. Superficie superiore del cervello con allontanamento dei lobi cavi onde vedere la commessura, le radici superiori interne dei nervi ottici ed i due tubercoletti.
   a Commessura — *b* incontro dei due fascetti nervosi componenti il nervo ottico o lobo cavo.
6. Dimostra i due tubercoletti e gli oggetti interni dei lobi cavi.
   a Tubercoletti — *b* parete del lobo cavo — *c* corpo striato — *d* lamina raggiata — *e* eminenze quadrigemelle.
7. Profilo della sezione verticale del cervello.
   a Si dimostra che le eminenze quadrigemelle non sono che ripiegature delle pareti dei lobi cavi.

CERVELLO DI TINCA.

Dalla figura 8.ª alla 14.ª si rappresenta il cervello della tinca veduto in varie posizioni.

Fig.

8. Superficie superiore del cervello.
   a Lobi anteriori — *b* lobi cavi — *c* cervelletto — *d* appendice del cervelletto — *e* gamba del cervelletto.
9. Cervello veduto alla superficie inferiore.
   a Incrocicchiamento dei nervi ottici — *b* corpo pituitario — *c* lobo inferiore e reniforme — *d* lobo cavo — *e* midollo allungato.
10. Cervello veduto in profilo.
11. Spostamento dei due lobi cavi onde vedere le radici superiori dei nervi ottici e l'apparato fibroso fra loro interposto.
12. Sezione dei lobi cavi ed oggetti contenuti.
   a Contorno della sezione — *b* eminenza interna che empie quasi tutta la cavità.

Fig.

13. Dimostra gli oggetti del lobo cavo collocati sotto l'eminenza interna.
a Corpo striato — *b* corpiccinolo spettante al nervo ottico.

14. Profilo della sezione verticale del cervello.

15. Cervello di tinca che da piccola fu acciecata all'occhio destro e dopo un anno fu anatomizzata.
a Atrofia del lobo anteriore sinistro — *b* atrofia del lobo cavo — *c* atrofia del nervo e dell'occhio destro.

16. Altro esemplare consimile.
a Occhio e nervo ottico sviluppati — *b* lobo anteriore destro sviluppato — *c* lobo cavo ed oggetti contenuti molto pronunciati, mentre v'è atrofia dell'occhio destro, del suo nervo, del lobo anteriore e lobo cavo sinistro.

17. Altro esemplare di tinca che fu da piccola acciecata da un occhio, dimostrante l'alterazione avvenuta agli oggetti contenuti nel lobo cavo.
a Lobo cavo atrofico, i cui oggetti interni sono atrofici — *b* lobo cavo destro molto sviluppato, che contiene il corpo striato, il lobo interno, e l'altro tubercoletto parimente sviluppato.

18. Cervello di pollo.
a Emisfero cerebrale — *b* lobo olfattorio — *c* nervo ottico — *d* lobo ottico.

19. Allontanamento dei due emisferi cerebrali per dimostrare la lamina raggiata della superficie piana degli emisferi cerebrali.
a Lamina raggiata il di cui peduncolo nervoso si unisce al nervo ottico innanzi che arrivi all'aja, l'altra parte gira intorno alla gamba del cervello e va a finire all'apice anteriore del talamo ottico.

20. Testa di pollo che ancor pulcino fu acciecato dell'occhio sinistro; dopo otto mesi denudato il cranio si presentò più rialzato alla parte sinistra e depresso alla destra.

21. Cervello dello stesso pollo; l'emisfero cerebrale sinistro più voluminoso e spergente alla parte posteriore superiore.

22. Lo stesso veduto alla superficie inferiore.
a Emisfero sinistro più sviluppato — *b* lobo ottico più grande, come pure il nervo più grosso, mentre il lobo ottico opposto, non che il suo nervo, sono atrofici.

23. Cervello dell'anitra.

24. Testa di un'anitra che pochi giorni dopo la nascita fu acciecata all'occhio sinistro; dopo pochi mesi si trovò l'occhio atrofico, ristretta l'orbita. L'occhio destro molto sviluppato, il cranio alla parte superiore posteriore sinistra ingrandito, alla destra depresso.

25. *a* Emisfero sinistro più sviluppato.

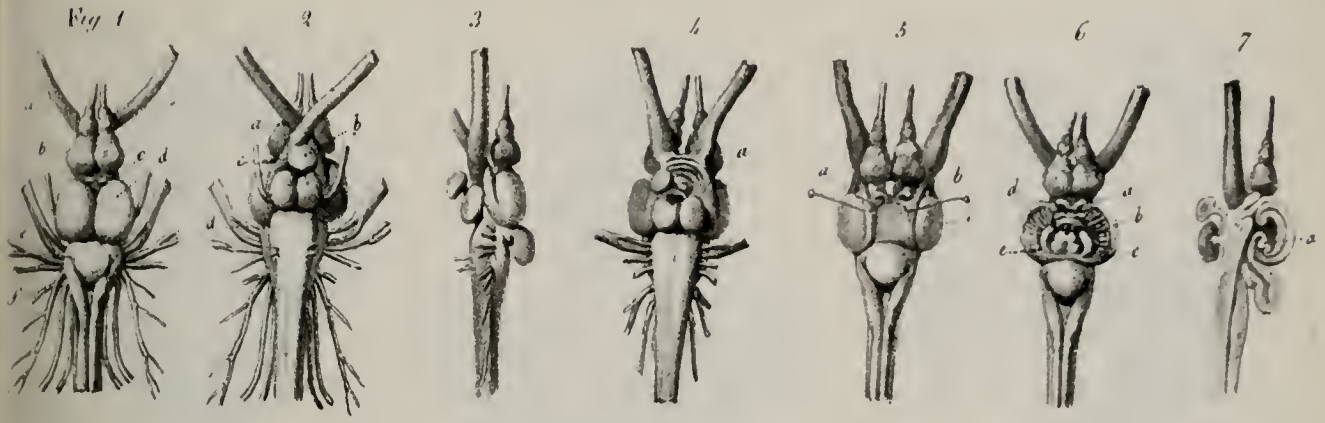
26. Superficie inferiore dello stesso cervello che dimostra l'ingrandimento maggiore dell'emisfero sinistro — *a* del lobo ottico e del nervo corrispondente — *b* atrofia del lobo e nervo ottico destro.

Tavola IX.

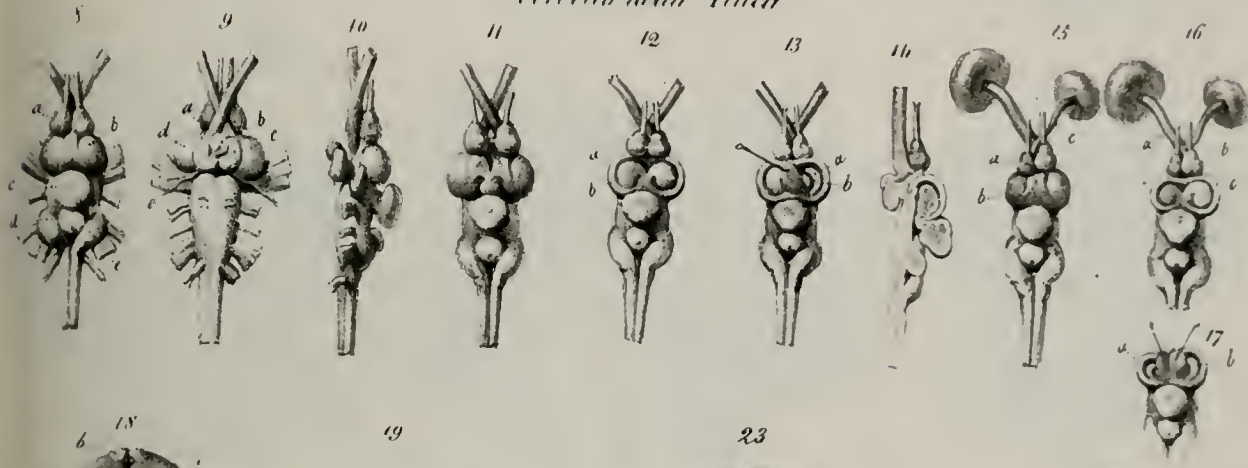
Fig.

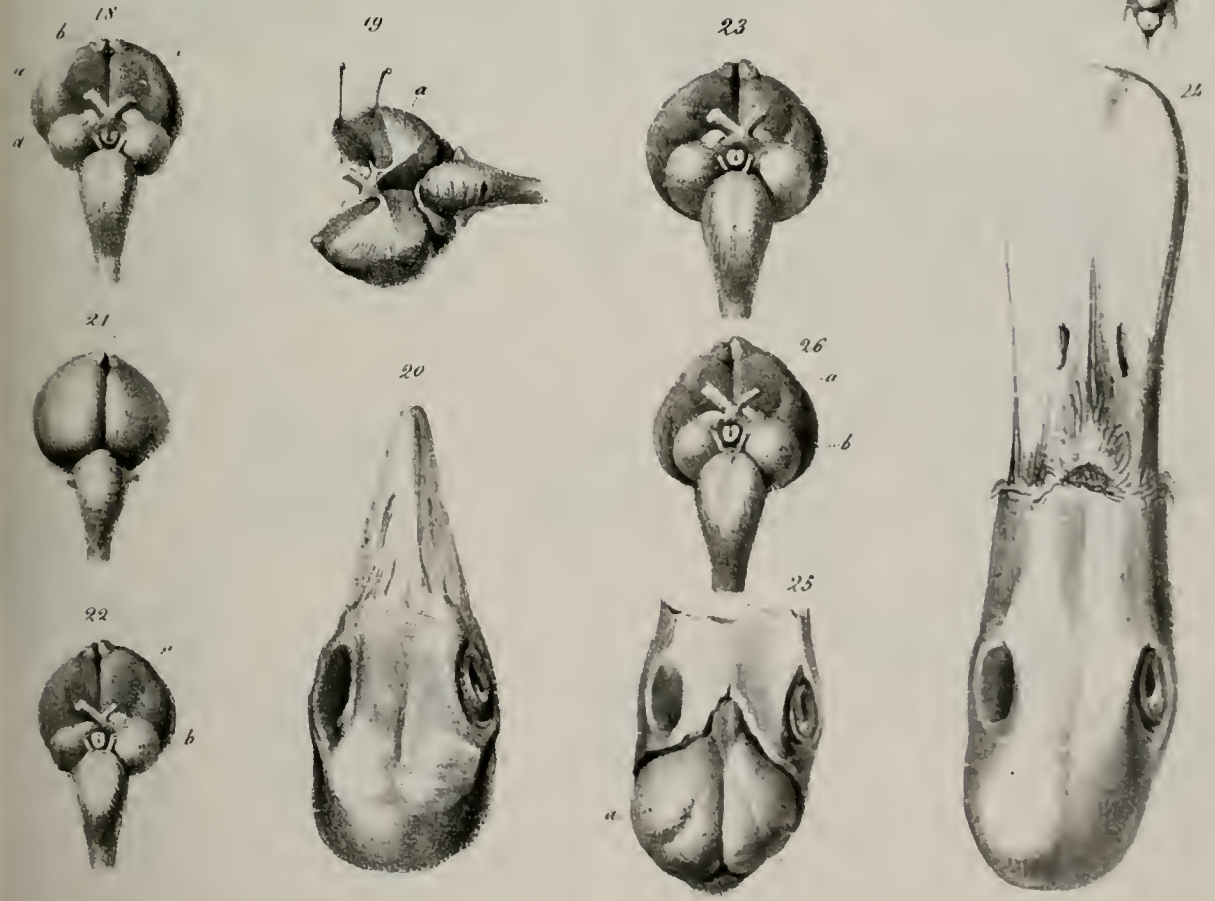
1. Cervello di un coniglio a cui da piccolo fu accecato l'occhio sinistro. Il corpo striato, il talamo ottico, l'eminenza quadrigemella sinistra corrispondenti all'occhio destro si vedono più sviluppati, *e*, *f*, *g*, *h*. Viceversa le opposte parti *a*, *b*, *c*, *d*.
2. Regione inferiore dello stesso cervello onde dimostrare l'atrofia di un nervo in confronto dell'altro (*a*, *b*, *c*, *d*).
3. Cranio di un cane che ancor lattante fu accecato dell'occhio sinistro. Dopo un anno il cranio si dimostrò più rialzato alla parte sinistra *a*.
4. Oggetti delle cavità cerebrali del suddetto cane. Si vede che il corpo striato, il talamo ottico, il corpo genicolato e le eminenze bigemine sinistre sono più pronunciate, ed in ispecial modo il contorno esterno della parte posteriore del talamo ottico. — *a* corpo striato — *b* talamo ottico — c corpo genicolato.
5. Superficie inferiore dello stesso cervello, ove si vede la diversità di volume dei due nervi sì innanzi l'aja che dopo (*a*, *b*, *c*, *d*).
6. Porzione di cervello di un cavallo che da molti anni aveva perduto l'occhio destro. Nervo ottico destro atrofico, il sinistro sviluppatissimo. Fra gli oggetti dei ventricoli il talamo ottico destro più pronunciato e più sporgente all'indietro *b*, così le eminenze bigemine corrispondenti *c*.
7. Superficie inferiore dello stesso cervello, ove si vede la grande diversità tra i due nervi rispetto al volume (*a*, *b*, *c*, *d*), e come sia pronunciato il corpo genicolato *e*.
8. Porzione di cervello di un vitello che pochi giorni dopo la nascita per una ferita all'occhio sinistro ne divenne cieco. Ammazzato dopo cinque mesi, dimostrò sviluppati i talami olfattorio ed ottico sinistri, come pure le corrispondenti eminenze bigemine, *a*, *b*, *c*, *d*, mentre le opposte parti erano atrofiche.
9. Differenza dei due nervi (*a*, *b*, *c*, *d*) innanzi e dopo l'aja quadrata del suddetto vitello.
10. Cervello del *Coluber viridiflavus* che serve a dimostrare che i due nervi ottici al loro incontro all'aja presentano una fenditura, per cui uno passa nell'altro senza immischiarsi.
11. Porzione del cervello del camaleonte, nel quale ogni nervo ottico all'incontro coll'altro si divide in tre fasci che con fenditure si intrecciano coi fasci dell'altro senza immischiarsi. Si intrecciano come fanno le dita di una mano con quelle di un'altra *a*.
12. Cervello di corvo che dimostra la decussazione dei nervi ottici.
13. Cervello d'anitra dimostrante la perfetta decussazione dei nervi ottici.
14. Decussazione dei nervi ottici nel pollo.
15. Superficie superiore dell'aja quadrata nell'uomo.
16. Aja quadrata veduta alla sua superficie inferiore.

Cervello del Luccio veduto in varie posizioni



Cervello della Tinca





BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

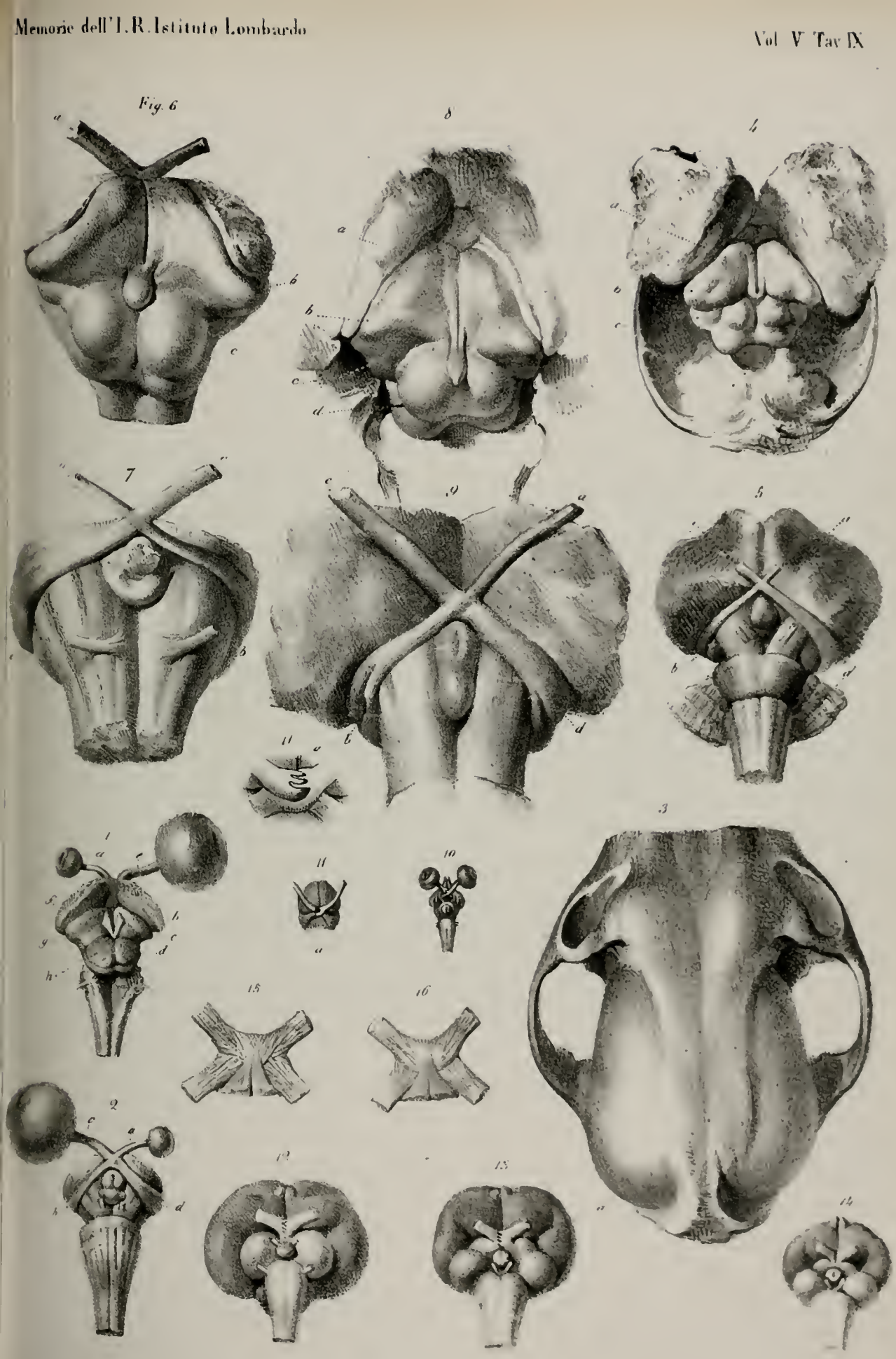


Fig. 6
8
4
7
9
5
11
1
10
3
15
16
2
12
13
14

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

BREVE DESCRIZIONE ANATOMICA
DI UN VITELLO CICLOPE

DI ANDREA VERGA

Letta nell'adunanza del giorno 8 marzo 1855

CON UNA TAVOLA.

Le mostruosità per difetto sono forse le più comuni, e tra le mostruosità per difetto comunissima è la fusione di due occhi in un solo detta *sinfisopsia* da Brechet, *ciclocefalia* da Geoffroy Saint-Hilaire, e *ciclopia* dai moderni. Equindi per sè poco curioso il fatto anatomico che sono per esporvi, ma come non si danno due volti identici, così non havvi fatto che non presenti le sue particolarità, e voi vedrete che questo s'allontana per più d'un punto dagli altri della stessa categoria già recati a pubblica notizia.

Il vitello che è l'oggetto della presente comunicazione, si calcolò nato sette giorni oltre il termine di una normale gravidanza (1). La madre era sempre stata sana e pingue, si era sgravata con facilità ed avea mandato fuori quel che chiamano *letto compiuto* nel modo più desiderabile. Ma il neonato oltre presentarsi ciclope mancava di naso, aveva li arti anteriori inservibili, storpio l'uno e rigido l'altro, e di più offriva qua e là sul pelo quattro o cinque macchie o pezze della larghezza d'un tallero circa che figuravano quasi dei frastagli di placenta. Era vivo, ma la sua misera vita a stento potè prolungare per ore sette e mezzo. Perocchè apriva e chiudeva la bocca e metteva fuori la lingua, ma non avendo il benefizio d'un'altra cavità, come è quella delle narici, che comunichi colla bocca e la supplisca allorchè essa è impedita, respirava con gran pena e non poteva poppare. Anzi che muggire, si sarebbe detto che belasse. Non si conobbe se avesse l'udito, ma certo non aveva nè l'olfatto nè la vista. L'occhio era netto ma immobile sempre, ed immobili anche le palpebre. Per il difetto notato degli arti anteriori non poteva camminare, pure levavasi sul tronco posteriore e cercava di spingere avanti il resto strisciandolo per terra.

(1) Nacque nel Comune di Corte Pallasio, Distretto di Pandino, Provincia di Lodi, l'autunno del 1853.

Limitando la mia descrizione alle mostruosità accumulate nella testa, l'unica parte che a me fu mandata di questo vitello, esaminerò questa parte prima intera e poi tagliata in quel modo e con quell'ordine che venga a ricever luce dalle figure unite al presente lavoro (1).

1.° La testa è discretamente sviluppata, ma salta subito all'occhio la mancanza delle narici esteriori, l'infossamento e direi quasi l'atrofia della parte mediana del muso, e la sporgenza al contrario della mascella inferiore, la quale co'suoi denti incisivi sormonta e copre in parte il labbro superiore. In genere, tutta la metà destra è alcun poco più sviluppata che la sinistra, per cui la mascella inferiore piega obliquamente a sinistra, e anche la lingua pende fuor di bocca da quella parte. L'occhio è manifestamente unico, ma come negli uomini ciclopi la fusione dei due occhi in uno non suole trar seco quella dei velamenti palpebrali, così anche qui la cortina palpebrale superiore serba una disposizione che accennerebbe alla preesistenza di due palpebre. Non si vide però che un muscolo solo orbicolare, e anch'esso imperfettamente tracciato (Fig. 1.ª).

2.° Incisi lungo la linea mediana i comuni integumenti e rovesciatili sui due lati, si scopersero due nervi sopra ed infra-orbitali *aa*,*bb* (Fig. 2.ª), e si riconobbe anticipatamente che doppia doveva essere la *seconda branca* del quinto nervo cerebrale e doppio per conseguenza il nervo stesso.

3.° Esportata da ciascun lato una porzione dell'orbita per mettere meglio allo scoperto quella cavità e li oggetti in essa contenuti, m'accorsi di una doppia ghiandola lagrimale normalmente collocata all'esterno dell'occhio stesso *c c.* (Fig. 2.ª), e notai una spina ossea *d* discendente dalla volta dell'orbita e piegata un po'a sinistra, che parvemi altro indizio che originariamente dovevano essere state due le orbite. Il margine inferiore dell'orbita era nel suo mezzo costituito d'un tessuto cartilagineo-legamentoso, il quale racchiudeva una piccola cavità imbutiforme, colla parte allargata in alto e la stretta in basso, senza aperture manifeste nè sopra nè sotto, e tappezzata internamente da una specie di periostio o di pericondrio. Sulle prime sospettai che una tale cavità fosse un rudimento o un vestigio della cavità delle narici, ma poi mi convinsi che risultava dalla unione delle due fosse lagrimali.

I muscoli motori dell'occhio erano malagevoli a decifrarsi tanto per il numero come per la posizione e direzione loro. Perocchè sebbene l'occhio fosse

(1) Le parti rappresentate nelle figure 1, 2, 4, 5, 6 e 7 sono ridotte a circa un quarto della loro grandezza naturale. Quelle invece rappresentate dalla figura 3 sono della grandezza naturale.

unico, aveva intorno quasi tanti muscoli come se fosse doppio. Per una ragione facile ad imaginarsi non vidi alcuna traccia dei muscoli retti interni, nè m'accorsi dell'esistenza di quel che i veterinari chiamano muscolo *basilare* (*grundmuskel* dei Tedeschi). Bensì erano distintissimi due muscoli retti esterni, due retti superiori e due retti inferiori. I due grandi obliqui, cui naturalmente mancava la troclea, erano riuniti in un solo muscolo nastriforme. I due retti superiori vedevansi rappresentati da due muscoletti incrociantisi al di sopra dell'occhio e i due piccoli obliqui da due altri muscoletti incrociati al di sotto. Nel giudicare e battezzare tutti questi muscoli badai non solo alla posizione ed agli attacchi, loro ma anche alla provenienza dei filamenti nervosi che in ciascuno di essi distribuivansi. L'abbondanza poi e l'incrociamento di tante forze antagoniste mi spiegava come l'occhio nelle poche ore campate dal vitello siasi mantenuto in uno stato d'immobilità e d'incantamento.

Aprendo il globo dell'occhio, che era avvizzito e rugoso, trovai in mezzo ad una poltiglia nera, sur una stessa linea trasversale, due corpi bianchicci (Fig. 3.ª), bernoccoluti, di diverso volume, aventi ciascuno una superficie convessa *a a* e l'altra leggermente concava *b b*.

La consistenza e la tessitura di questi due corpi, oltre la loro posizione, fece che io riconoscessi nei medesimi le lenti cristalline dei due occhi scampate in quell'animale al processo di fusione che unificò tutte le altre parti dell'organo visivo. Il nervo ottico invece di spiegarsi in membrana appena entrato nell'occhio, conservava una forma cilindrica per circa due linee, poi piegava da un lato, non so se a destra o a sinistra, aderendo fortemente alla sclerotica e alla coroidea.

Le anomalie fin qui notate mi svegliarono il desiderio di vedere come si presentasse la massa encefalica, ove ogni anomalia dei sensi suole avere fondamento o legame. Levata pertanto la calotta e le meningi, verificai ciò che si è osservato in molti animali ciclopi, l'assenza totale degli emisferi cerebrali (Fig. 4.ª). La cavità del cranio non era occupata che dalle eminenze bigemine *a a* e dal cervelletto *b b*, le quali parti erano a dir vero assai sviluppate se non regolarissime. Lo spazio poi che, come ben si comprende dal confronto della figura 4.ª colla 6.ª, dovea esistere specialmente tra le eminenze bigemine e l'ossatura, era riempiuto da sierosità.

Avendo rovesciate le dette parti per esaminare anche la base della massa encefalica (Fig. 5.ª), trovai che non era meno notabile lo sviluppo del nodo del cervello, il quale mi sorprese eziandio per la nessuna linea di demarcazione tra esso e il midollo allungato, sicchè queste due parti componevano insieme un'unico corpo ovoideo, che finiva bruscamente, ove corrisponderebbe in un cervello

normale la decussazione delle piramidi anteriori. A rendere ancor maggiore la confusione, nessuna traccia appariva intorno a questo corpo ovoideo nè delle stesse piramidi anteriori, nè delle olive, nè delle eminenze restiformi. Ho parimenti osservato che le eminenze bigemine finivano anteriormente ed inferiormente in un corpo cinereo, molliccio e subrotondo, che si adattava ad una infossatura del cranio e dal quale usciva l'unico nervo ottico *a*. Dietro a questo, da una lamina che corrisponderebbe al pavimento del terzo ventricolo in un cervello normale, spiccavansi e dirigevansi, uno a destra e l'altro a sinistra, i due nervi oculo-motori *b b*. Più indietro e all'esterno comparivano sotto forma di due bianchi fili *c c* i nervi patetici. Dalle gambe del cervelletto poi sporgevano i due nervi trigemini *d d*. Finalmente a maggiore distanza e verso la linea mediana vedevansi sorgere dalla superficie convessa del nodo del cervello le fibrille componenti da ciascun lato il nervo oculo-motore esterno *e e*.

A tutti questi nervi corrispondevano nella base del cranio (Fig. 6.ª) i fori d'uscita. Così nella parte posteriore di quella infossatura, in cui ho detto annicchiarsi il bulbo anteriore-inferiore terminale delle eminenze bigemine, appariva il foro unico mediano per l'uscita del nervo ottico *a*, e a' suoi lati si scorgevano quattro forellini, due anteriori per l'uscita del terzo pajo *b b*, e due posteriori per l'uscita del quarto *c c*, indi altri due all'infuori per l'uscita del quinto *d d*, e finalmente più verso il mezzo altri due per l'uscita del sesto *e e*. I quali nervi, essendomi io dato la briga di accompagnarli per un certo tratto, mi sono accertato di una anomalia, che a *priori* avevo sospettata, nel trigemino e nell'oculo-motore. Mancando questo vitello dell'apparato olfattorio e di quelle parti che sono situate all'angolo interno dell'occhio, gli era perfettamente inutile il ramo oculo-nasale del quinto pajo de' nervi cerebrali, e in fatti un tal ramo non c'era, là dove erano manifesti il ramo sopraorbitale e il ramo lagrimale. Evidente era la distribuzione del terzo pajo cerebrale ai muscoli retto-superiore, retto-inferiore, e piccolo obliquo, ma mancando l'occhio del muscolo retto-interno dovea mancare, come mancava, del relativo filamento. Quello che non mi parve offrire alcuna irregolarità nel suo modo di terminare fu il sesto pajo de' nervi cervi-cerebrali od oculo-motore esterno od abduttore dell'occhio.

Finalmente, spogliato avendo con lunga macerazione il teschio delle parti molli, ho potuto studiare anche l'ossatura (Fig. 7.ª) e confrontarla con quella d'un teschio appartenente ad un vitello pur neonato ma non mostruoso. E da questo studio risultarono i seguenti fatti:

1.° La mascella inferiore, invece d'essere prolungata e prominente, era tronca per la mancanza completa delle ossa intermascellari. Nel centro di questo muso

schiacciato vi era una grossa apofisi rivolta all'insù, d'ond'era facile argomentare il posto che avrebbe dovuto occupare il setto delle narici (Fig. 2.ª e 7.ª)

2.° Mancavano pure le ossa nasali e il vomere e l'etmoide, per cui le ossa mascellari superiori venute a mutuo contatto si erano cementate insieme e non aveano lasciato alcuno spazio che rammentasse la cavità delle narici nè gli antri d'Ignoro. Le dette ossa mascellari superiori contenevano ciascuno nella loro grossezza tre denti bene sviluppati, i quali anteriormente restavano soltanto di brevissimo intervallo separati tra di loro per la notata mancanza delle ossa intermascellari. Posteriormente esse articolavansi colle ossa palatine, le quali divergendo inferiormente l'uno dall'altro per andare incontro ai processi pterigoidei dell'osso sfenoide formavano come un V capovolto. Superiormente poi si articolavano con due ossicini piani quadrilateri, i quali, mancando l'intermezzo delle ossa nasali, del vomere e dell'osso etmoide, si erano insieme incontrati con sutura armonica e circoscrivevano un'unica cavità mediana (Fig. 7.ª *aa*), che aperta in alto e allargata inferiormente restringevasi in un canale ricurvantesi all'indietro e perdentesi dopo un tragitto di mezzo pollice circa in mezzo all'ossatura. Siccome dell'apparato olfattorio qui non esisteva alcuna traccia, ed io aveva invece trovate normalmente sviluppate le ghiandole lagrimali, così non dubitai che quegli ossicini non fossero le così dette ossa *unguis* o *lagrimali*, e quella cavità mediana la *fossa* per il sacco lagrimale, e quel canaletto il *condotto nasale*, che per la mancanza della cavità delle narici era rimasto senza sviluppo e senza sfogo.

3.° L'osso sfenoide non offriva bene scavata la sella turca, e mancava interamente dell'aja quadrata dei nervi ottici e delle piccole ali, per cui tra il corpo dello sfenoide e le ossa mascellari superiori rimaneva un'ampio intervallo sfeno-mascellare (Fig. 7.ª *b*), e il nervo ottico e il terzo, il quarto e il sesto pajo dei nervi cerebrali e la prima branca del quinto dovevano uscire dal cranio attraverso a parti molli senza passare per i normali fori ossei.

Io non aggiungerò, o Signori, alcuna osservazione ai gretti dettagli anatomici che venni fin qui esponendo, perchè da un solo fatto non si può trarre alcun sodo corollario, e perchè voi meglio di me già vedete a quali teorie esso serva d'appoggio e a quali di confutazione.

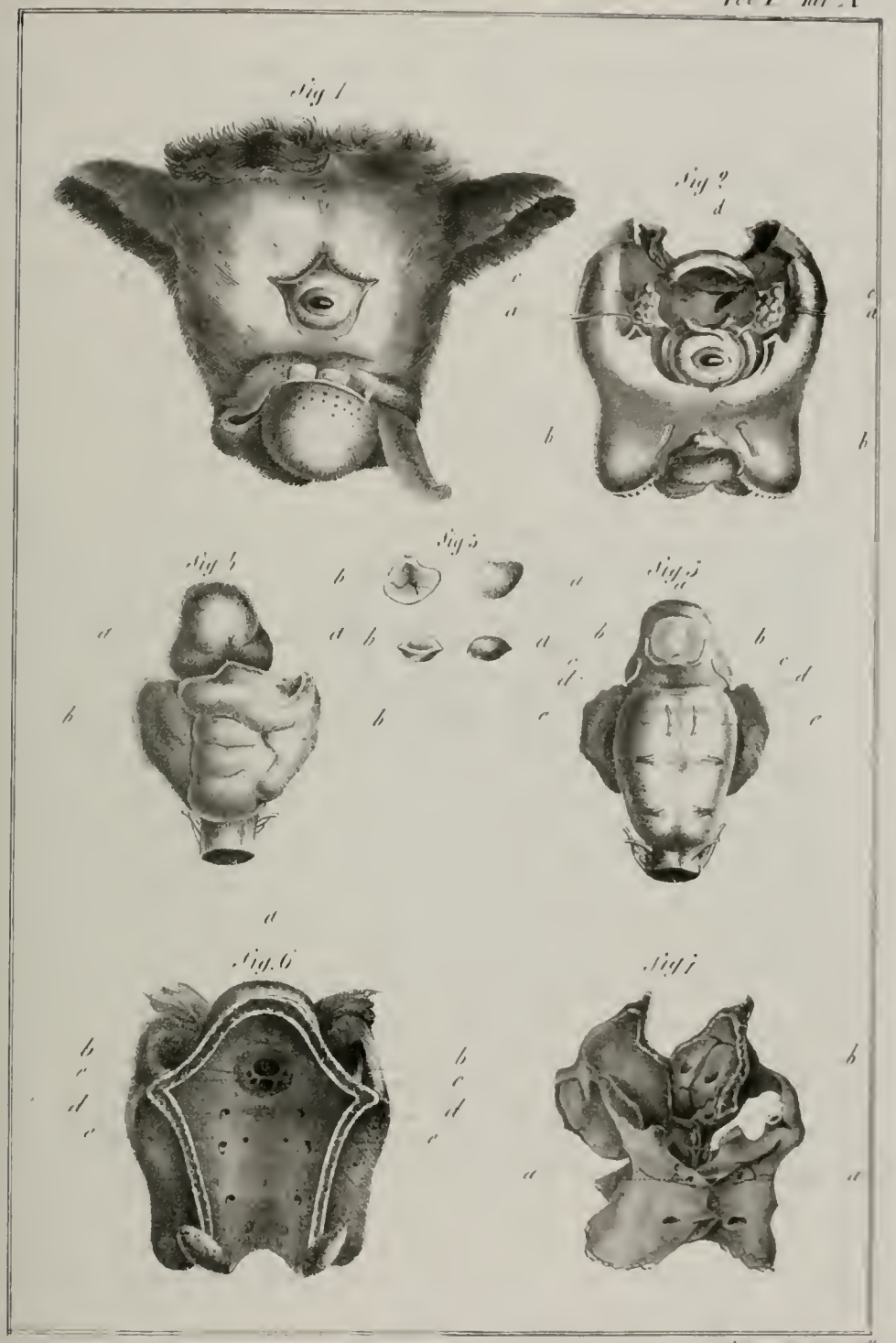


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7

SE GLI ARABI DEL MEDIO EVO ABBIANO AVUTA QUALCHE INFLUENZA SUI PRIMORDJ DELLA MODERNA LETTERATURA.

MEMORIA

DI

ANDREA ZAMBELLI

Letta nelle adunanze dei giorni 28 giugno e 26 luglio 1855.

Nella precedente Memoria (1) io proponeva il quesito, se gli Arabi del medio evo, i quali col proprio esempio eccitarono e Spagnoli e Provenzali a far versi ed insegnarono ad essi i temi, i titoli, i modi poetici, trasfusero in loro anche lo spirito, il sentimento, le qualità della propria poesia? Quale influenza ebbero in ciò, quale non v'ebbero? io diceva. Vediamo or dunque, fra quali confini sia rimasto codesto lor merito; vediamo quello che i primi poeti moderni dovettero all'Oriente, e quello che riconobbero ancora dall'Occidente.

Io già rimproverava que' dotti musulmani, perchè fra tante traduzioni dal greco e dal latino non ne abbiano fatta una di letterarie; e ne addussi le ragioni. Pur, siccome non di rado gli svantaggi hanno il compenso di qualche vantaggio, così anche in questo proposito la stessa privazione dei classici esempj di Atene e di Roma non restò senza frutto. Vero è bensì, che quindi lo stile arabo non potè avere migliori proporzioni nell'arte, anzi rimase con tutte le sue eccessive metafore e figure, con tutto quello sfrenato lusso di immagini e di iperboli, tanto diverso dalla gastigatezza, dal puro e severo gusto dei Greci e dei Latini; i quali, come dissi altrove, a noi stessi ne furono maestri. Ma, d'altra parte, « la letteratura degli Arabi, dice Ginguené (2), conservò appunto per questo il suo carattere originale; le rimasero insieme coi difetti le sue bellezze; e in luogo di avere una letteratura greca in caratteri arabi, come a un di presso avcasene una in caratteri latini, si ebbe e si ha tuttavia una letteratura propriamente e specialmente araba ».

(1) Vedi pag. 235.

(2) *Histoire littéraire d'Italie*: première partie, ch. IV.

E di fatto, i poeti del Lazio, per quanta sia l'altezza cui giunsero i principali fra essi, ritraggono pur sempre dai modelli che loro offriva l'ammirata e tanto studiata Grecia. Con diurna e con notturna mano voleva quel lor celebre maestro che se ne volgessero e rivolgessero i greci esemplari. Ottimo consiglio al certo per chi voglia scrivere in versi e in prosa con gastigata e tersa eleganza! Ma gli illustri imitatori del greco parnaso ne contrassero a un tempo e l'indole e le tendenze e, starei per dire, le macchie. Tra i fiori d'una poesia incomparabile che sarà letta e avuta in alto pregio finchè durerà negli uomini il buon gusto, sensuale, come pur dissi altre volte (1), è l'amore che inspira gli antichi poeti, ignudo e lascivo al pari del figlio di Venere di cui era l'immagine; e gli eroi, cantati in que' poemi, anzichè un dilicato e gentile costume, per l'ordinario ci rivelano anch'essi insieme col valore e con la stessa pietà un certo che di ruvido ed aspro. Tale appare l'iracondo e inesorabile Achille, in cui trovava Orazio il tipo degli epici eroi; tale il duro Ulisse: e in sino il pio Enea, l'eroe cantato dal più amabil poeta dell'antichità nel secolo più civile di essa, non va esente neppur egli da que' ruvidi ed aspri modi nell'abbandono della sconsolata Didone e nella vendetta di Pallante: se talora si mostra generoso e benigno, non lo è mai come un Rinaldo, come un Goffredo. Per altra parte, gli Arabi del medio evo, i quali, conforme dimostrai nella penultima di queste Memorie, introdussero nella imbarbarita Europa i primi ordini di cavalleria che di gran lunga precedettero tutti gli altri, e insieme con quelli le cavalleresche virtù non solo della prodezza e della perizia nell'armi, ma inoltre della bontà in sino coi nemici e coi vinti, della gentilezza colle donne, e d'un amore non mosso da voluttà, eppure incompatibile col matrimonio, d'un amore fantastico e pieno di artificii e di sottigliezze (2), ma lecito e puro, in somma una specie di culto mal noto agli Antichi (3), ne furono eziandio, come provai nella detta Memoria ed anche nella susseguente, poeticamente inspirati fin da quando erravano nel deserto nativo; ed in Ispagna ne informarono le menti, allora rozze e barbare, degli Europei. Per quali moltiplici e indirette vie questo avvenisse, io lo esposi abbastanza in quelle Memorie. « Il soffio della poesia araba, dice Villemain (4), il profumo dell'Arabia giunse nel nostro

---

(1) Vedi pag. 255. Vedi anche Emiliani-Giudici: *Storia della Letteratura Italiana*, T. I, p. 40.

(2) Casiri: *Specimen Arabicæ poesis.* Bibliotheca Arabico-Hispana, Vol. I, p. 84.

(3) Come lo chiama Gherardini negli *Elementi di poesia.* Milano, 1845.

(4) *Cours de littérature française*, Leçon quatrième.

Occidente; e l'estro orientale passò tra mezzo a mille giri e circuiti fino a que' popoli che, meridionali per noi, erano quasi settentrionali per gli Arabi ». Codesto novello spirito, che rese più poetico, più sublime l'amore, più nobili ed umani gli eroi, più gentile il risorto parnaso, e fu pure il primo passo della risorta civiltà; questa felice rivoluzione letteraria, se mi è lecito così chiamarla, passò in origine dall'Arabia in Ispagna, quindi in Provenza, quindi negli altri paesi dell'Europa. « L'eroismo e l'amore, quivi dipinti e celebrati, non son quelli dell'antica poesia classica (1) »: dice Fauriel. Era questa infatti una delle bellezze originali dell'araba letteratura ricordate da Ginguené.

A dimostrare maggiormente la qual cosa valganmi ancor qui gli esempi, tratti dalle tre poesie spagnola, provenzale ed araba; dell'ultima delle quali abbiamo autentiche traduzioni. Vediamo, come le due prime o che galanti e amorose, o che encomiastiche ed eroiche fossero, o novelle, o dialoghi e tenzoni, o canti funebri o poemi, se non nel gusto e nelle proprietà letterarie, certo nel sentimento, nello spirito, nel carattere cavalleresco, non che ne'materiali accessorii, fossero in effetto una imitazione di antichi arabi poeti. La materia del canto, lo stile son quali il richiedevano le diverse credenze, la diversa derivazione dei linguaggi e dei popoli, orientale l'una, occidentali le altre due; ma l'intimo senso che ne traspare di mezzo alle stesse contrarietà nazionali, religiose e guerriere, vi si mantiene a un di presso il medesimo in tutte e tre le poesie. Fra tutte e tre si trova uguale la qualità dei sensi che prendono da un impulso, da un tipo comune, per quanto varie ne siano poi nella varietà dei paesi le assunte attitudini.

Senonchè dirà qui taluno: e una tale araba influenza fu in ogni caso la stessa? O non piuttosto con qualche eccezione, ed ora in tutto ora in parte, dove più dove meno? Come chiaro si vede, materia complicata di ricerche e discussioni è questa; in cui il critico imparziale, mentre attribuisce ad una letteratura un merito, dee nel tempo istesso ben distinguerne le varie parti, ed esaminare attentamente, fin dove giunse codesto merito, fin dove non giunse. Per questa sola via si può acquistar fede nel difficile argomento; ed io la terrò coll'appoggio di fatti e di autorità incontrastabili.

Quell'amore o sentito o immaginato, senza di cui pareva che un poeta spagnolo o provenzale di codesta età cavalleresca non trovasse nè materia nè inspirazione poetica, nè tampoco potesse compor cosa la quale gradita fosse, fu già prima il tema obbligato dell'Arabo, sia ch'egli cantasse fra le delizie della

---

(1) *Dante et les origines de la langue et de la littérature italienne*, T. I, p. 280.

conquistata Andalusia o fra i nomadi del patrio deserto. Gli amori per le fanciulle, le spose, le sorelle dei signori e dei principi, celebrati nelle romanze e nelle canzoni di Spagna e di Provenza, somiglian quelli che ab antico sentivano i poeti arabi per le figlie degli Sceicchi, degli Emiri e dei Soldani, alle quali prestavasi un poetico omaggio: ed anche nell'antica Arabia l'eroe, il guerrier valoroso, cantato da un poeta, era un cavaliere, difensore dei deboli; era il campione di una dama, al cui servigio dedicava la propria vita; era in somma quale ce lo rappresentano i poeti delle altre due nazioni. Nel secolo che precedette Maometto e nel susseguente, i quali, come ci informa Gustavo Dugat, il traduttore del poema di Antar (1), furono l'epoca classica dell'araba poesia, si scorge tra mezzo alle naturali diversità di popoli e di tempi diversi il tipo primitivo di ciò che divennero nelle età posteriori gli eroi dei poeti arabi, e ne' secoli duodecimo e decimoterzo i cavalieri, i trovatori dell'Europa meridionale.

Diamo in fatti un breve sguardo alla più antica poesia degli Spagnoli, a quella che li rappresenta cavallereschi, religiosi, guerrieri, al già mentovato *Romançero* del Cid (2); il quale, come dissi nella precedente Memoria, è una serie di romanze, ed alle altre consimili, raccolte dal Sanchez. Sono tutte anteriori al secolo decimoquinto e posteriori all'undecimo o in quel torno; tutte o storiche o pastorali o moresche; e in tutte traspare l'imitazione araba. I gentili lamenti di Donna Urraca col Cid, che invece di lei avea sposata Climene, la gentile risposta di lui, il lor puro e fantastico amore; le lagnanze di Zaide colla bella Zaida che non vuol essere la sua sposa eppur l'ama ancora (3), ricordano *le lagrime del querulo e impaziente amante* di Salaheddin Safadita, che poetò nel secolo ottavo dell'Era nostra e nel primo dell'Egira, riportate dal Casiri (4): quivi le gelosie, quivi i sospiri e gli amorosi tormenti ritraggono da un tipo uguale, cioè da immaginati e spirituali affetti, quali, come a modello d'un tal genere di poesie, gli espresse, per usare le parole istesse del dotto Maronita, con facil vena e con affettuoso e vivido stile l'antico arabo poeta. Il medesimo Cid è un eroe che può paragonarsi ad Antar; il cui poema, che è del secolo settimo, composto anch'esso di altrettante strofe, e del quale io

---

(1) V. *Revue de l'Orient*, III.e Serie, mars, 1855, p. 211.

(2) Tradotto da Pietro Monti, con prefazione e note. Milano, 1838.

(3) Nelle *Romanze moresche*, di autore anonimo, tradotte anch'esse da Pietro Monti. Milano, 1850.

(4) Bibliotheca Arabico-Hispana, T. I, p. 125.

lessi la traduzione di Dugat nel Giornale Asiatico di Parigi (1), come dice Lamartine (2), infiamma tuttavia e colle descritte imprese e coi cantati amori le immaginazioni degli Arabi. Io pure non senza diletto lo lessi; e facendo la debita differenza da un guerriero del deserto al *Campeador* Castigliano, trovai in questo le virtù cavalleresche di quello; la difesa dei deboli, la generosità coi nemici e coi vinti, il culto di una donna, a cui ne sono rivolti in ogni impresa, in ogni luogo i pensieri; se non se forse più fortunato è il secondo con Climene che non il primo colla contrastata Ebla, pur da lui finalmente sposata.

Bernardo di Ventadorno amò la viscontessa Adelaide, moglie del suo sovrano, d'un amore cavalleresco, e ne compose parecchie canzoni, dove Fauriel (3) non sa qual sia maggiore, o il sentimento o la fantasia; ma tali erano al certo, che nè tampoco si comprende, se davvero egli sentisse o s'immaginasse di sentire; tanto è lo squisito artificio di que' versi, che sono dei più lodati della lingua provenzale! Lo stesso ci appare in quelli, con cui celebra la bellezza di Eleonora di Guienna, che fu regina di Francia e poi d'Inghilterra, e la cui memoria per verità non fu senza macchia; ma pur ritrosa e casta la dipinge il fantastico e innamorato poeta. Nelle quali poesie, che appartengono al secolo duodecimo, o ch'egli dipinga la sua donna con vivaci similitudini e con ridenti colori, o che se ne lagni e ne pianga la perdita, ricorda le cassidi del principe Amralkeis, uno dei sette poemi che ebber l'onore di essere appesi al gran tempio della Mecca, uno dei *Moallakât;* l'autore del quale ora descrive i suoi amori per una vergine, la più bella fra le belle, e quanto fece per essa; ora si lagna delle perdute amanti, di Onciza e di Fatima, con cui visse giorni felici. Tale ce lo riporta Guglielmo Jones (4). Vi trovai altresì una somiglianza di amorose cure e lamenti colle eleganti strofe dello Sceicco Ebn-Faredh, o, per dir meglio, di Omar figlio di Faredh, tradotte e con tanta dottrina interpretate da Sacy (5); la quale somiglianza è qui ancora maggiore, perchè codesto poeta, d'un'età posteriore, lagnasi anch'egli con acerbo rammarico, non altrimenti che il trovator provenzale, delle perfide accuse, onde furono e l'uno e l'altro abbandonati

---

(1) V. T. XII, p. 433; T. XIII, p. 376; T. XIV, p. 514.

(2) *Voyage en Orient*, Vol. II, p. 281.

(3) *Histoire de la poésie provençale*, T. II, ch. XVI. - Ne fa un cenno anche nell'opera postuma *Dante et les origines de la langue et de la littérature italienne.*

(4) *Traité de la poésie orientale*, e *Poëseos asiaticæ Commentarii*, p. 84.

(5) *Chrestomathie Arabe*, T. III, p. 122. Seconde édition, 1827. Un altro poema del *divano* di Ebn-Faredh è pure riportato e tradotto in versi latini da Guglielmo Jones: *Poëseos asiaticæ Commentarii*, p. 92 e seg.

dalle loro amanti. Ancora, ve la trovai ne' canti popolari del deserto, recati in leggiadre rime francesi da Gustavo Dugat, le quali nella castità e gentilezza degli amorosi sensi non invidiano al certo quelle pur del Petrarca (1). Le lodi di Arnaldo Daniello a parecchi eroi del suo tempo somigliano a un di presso i panegirici dell'Arabo Abou'lala per quelli del suo, e dei quali io debbo la notizia al predetto Jones (2), e più ancora all' illustre Sacy (3); dai commenti del quale raccolsi, avere vissuto quel poeta nel nono secolo, e aver esso avuto un gran nome fra i letterati della Siria. Said, il suo protagonista, pur celebrato da Motenabbi, questo eroe che tante donne ama e tanti pericoli affronta, il terror dei nemici e l' amore di giovani donzelle, ricompare segnatamente in Lancellotto del Lago, uno dei poemi di Arnaldo, le cui guerriere e galanti avventure furon sì celebri nel medio evo; ricompare parimente in Guglielmo di Nevers che tanto fece per l'amorosa Flamenca (4). Quel coraggio congiunto alla delicatezza dei sensi, quell'essere a un tempo formidabile in guerra e cavalleresco amante e campione d' una donna castamente amata, furono un tipo poetico comune fra gli Arabi antichi e i trovatori, un tipo, che non si trova in Giasone, in Achille, nè tampoco nel pio Enea. È il tipo della moderna poesia, di cui era questa l' aurora.

Chè anzi io dirò cosa, la quale a primo aspetto potrebbe parere strana, ma che pure è vera. I poeti provenzali, ad onta di quel loro carattere galante e cavalleresco, onde salirono in sì gran fama, partecipando pure anch'essi e nelle opere e negli scritti alla scostumatezza del medio evo, non lascian talora di esser corrotti e licenziosi; il quale brutto contrasto fra il dilicato spirito della cavalleria e il depravato costume non si trova nelle arabe poesie, fors'anche perchè, come accennai nella penultima Memoria, a differenza del trovatore di Spagna e di Provenza, più amante della realtà nei cantati amori, il poligamo poeta orientale, infastidito di essa, preferiva di spaziare tra i poetici idealismi d'un mondo immaginario, con affetti appunto più cavallereschi, perchè erano più ideali e fantastici. Comunque siasi, fatto sta, che gli Arabi nelle scritture loro si accostarono maggiormente a quel tipo cavalleresco, pur creato da essi, e non sempre dai Provenzali a quel ragguaglio imitato. Lo stesso non può dirsi dei poeti persiani.

---

(1) *Journal Asiatique*, T. XVI, p. 329.
(2) *Ibidem*, p. 384.
(3) *Chrestomathie Arabe*, T. III, p. 81.
(4) V. Raynouard: *Choix des poésies originales des Troubadours.*

Ma la critica imparziale non può fare che non avverta ad un tempo un'altra differenza tra l'araba poesia e quella dei trovatori, onde, per verità, ne hanno questi il vantaggio. Come dimostrai nella precedente Memoria, i Provenzali, che imitarono gli Arabi nei titoli allegorici di alcuni racconti e trattati morali, ritengono altresì nei loro scritti parecchie traccie di quel gusto orientale pel figurato linguaggio, il quale fu proprio non solo dell'Arabo, ma e dell'India e degli Ebrei e di quanti scrissero in quelle regioni, cui troppo anima e scalda l'ardente clima: gusto non di rado eccessivo, e non pure ne' lor poetici componimenti, sì bene nelle prose ed anche nelle più severe fra esse. Ma quì l'imitazione non si conformò all'originale quanto credettero alcuni (1). Assai più parco uso ne fecero i letterati dell'Occidente che non quelli dell'Oriente; i quali sembra non si stanchino mai di affastellar metafore sopra metafore, a tal termine che riesce sazievole a noi ciò che pare ad essi leggiadro e squisito. La quale diversità di gusto e di proprietà letterarie derivò non solo dal diverso clima e dalle diverse derivazioni dei linguaggi e dei popoli, ricordate di sopra; ma eziandio, e maggiormente, da un'altra cagione, di cui pur feci più volte parola. I dotti musulmani, per un soverchio affetto alla propria letteratura, in paragone della quale stimavano poca e vil cosa ogni altra poesia, ogni altra eloquenza, non si curarono di tradurre nè un poeta, nè un oratore, nè uno storico della classica antichità; sicchè, come anche dissi, rimasero privi di quei preziosi codici, greci e latini, l'attento studio dei quali ne avrebbe potuto temperare lo stile con migliori proporzioni nell'arte, dirigerne gli intelletti nella ricerca del vero e del bello, e regolarne le azioni private e le pubbliche cogli esempj e coi precetti dei due più civili e saggi popoli del mondo antico: men fortunati dei letterati occidentali, che, mentre coll'imitazione degli Arabi introdussero nelle poesie loro quello spirito cavalleresco, il quale o non si trova o mal si trova ne' poeti di Atene e del Lazio, scansarono l'imperfetto gusto di quelli coll'imitare la forma esterna, il gastigato e severo stile di questi, i cui divini esemplari furono conservati ad essi dalle indefesse cure e dalla diligenza dei monaci. L'amore, le virtù cavalleresche, pur dagli Arabi apprese, apparvero quindi nella nostra poesia ancor più caste e più belle a misura che quei primi poeti del nostro parnaso allontanaronsi dalla sorgente orientale; più nei Provenzali che negli Spagnoli, più negli Italiani che in quelli, di cui questi aveano non pertanto seguita ne' primi lor passi la traccia. Ma quel sentimento,

(1) E fra questi il Sismondi.

ma quello spirito cavalleresco, onde la moderna poesia venne ad acquistare una qualità propria e più nobile che non avesse l'antica, e il quale col tempo fu perfezionato dal Cristianesimo, allorchè, dopo l'ignoranza del medio evo, ne fu conosciuta, secondo che dissi altrove, la civile e letteraria influenza, conforme anche dimostrai (1), venne introdotto in Europa dagli Arabi assai prima che sorgessero i cavallereschi ordini cristiani, e celebrato ab antico dall'araba poesia, la quale ne fu prima maestra agli spagnoli e provenzali poeti. Io credo di averne coi fatti, con autorità incontravertibili e cogli allegati esempj prodotte siffatte prove in mezzo, che oramai superfluo sarebbe il ritornare sulle mie orme.

Nè tampoco io posso attribuire ai Musulmani un'influenza esclusiva sulle satire moderne. Con quelle di Gezir e dell'Hamâsa, le quali, secondo ci informa il *Giornale Asiatico*, furono in ogni tempo considerate dagli Arabi come le più notabili di quante ne offra la loro antica letteratura (2), e con quelle del celebre Ferdusi contro il sultano Mahmud, il Gaznevide, tanto lodate da Jones che ne riporta parecchi brani (3) pieni di vivaci ed amare invettive, tiene per avventura una specie di analogia la satirica e fiera sferza di Pietro d'Alvernia e di Pietro Cardinal, già mentovati, e da cui non discorda il catalano Bergnadan nè quel Beltrame del Bornio, guerriero e poeta (4). Pure, nè per questo oserei affermare che le satire arabe e persiane promovessero esse le satire provenzali e che ne fossero il solo tipo, il solo esempio. Ne ebbero di più argute e mordaci i Latini; anzi, a dir vero, qualunque colto popolo ne ebbe, perchè fra qualunque popolo si videro pur troppo i tristi esempj della prepotenza, della corruzione, della viltà, della perfidia, i quali dovevano suscitare la bile generosa di qualche poeta, la cui fantasia vi trovasse un intatto campo. Dominò bensì nei poeti satirici e dell'Arabia e della Provenza un totale spirito cavalleresco che lor dette un peculiare carattere. Forse in ciò i primi servirono di qualche modello ai secondi; nè il codardo Amarah, nè lo sleale e prepotente Mahmud differiscono gran fatto dai degeneri cavalieri e dai violenti feudatarj, contro i quali, o per mire private o a difesa dell'umanità e dell'ordin sociale, insorgeva la poetica ira dei trovatori. Ma, generalmente parlando, ogni satira

---

(1) Vedi pag. 147.

(2) Freytag ha fatta una traduzione latina dell'*Hamâsa*, *Hamâsæ Carmina*, lodata dal *Journal Asiatique*, Juillet, 1848.

(3) V. *Traité sur la poésie orientale*, p. 280. Idem: *Poëseos asiaticæ Commentarii*, p. 389 e seguenti.

(4) V. Fauriel: *Histoire de la poésie provençale*, T. II, p. 170 et suivantes.

è naturalmente inspirata da circostanze attuali che le danno origine ed alimento; essa viene a formare una viva pittura dei costumi, degli usi e dei disordini d'un'età, d'un paese, a narrare i quali raro è che discenda la gravità istorica; e per chi sappia diffalcarne i soliti eccessi e farne la debita tara, diviene una istruttiva narrazione di ciò che la storia non narra. Ciò trovarono nell'Hamâsa i dotti compilatori del *Giornale Asiatico;* ciò trova Fauriel nei satirici provenzali. Per conseguenza, in quanto concerne le satire, gli Arabi non dettero alcun notabile impulso alla moderna letteratura.

Rispetto alle novelle, convien distinguere fra quelle che tali si denominano oggidì e sono racconti di fatti storici o alterati o finti, e fra gli apologhi propriamente detti, le favole e le parabole, in cui o s'introducano animali a parlare, o si parli per similitudine. Abbondano di queste le opere e leggiere e gravi degli Arabi, com'io dissi nella precedente Memoria; e alcune di esse furono anche tradotte in latino o in provenzale, conforme pure accennai. Proprio era l'apologo non solo dell'Arabia, ma di tutte le nazioni orientali; propria di esse tutte la parabola, di cui abbiamo sì spessi esempj nelle medesime nostre sacre Scritture. Le favole dell'indiano Bidpay o Pilpay, attribuite da Silvestro de Sacy ad un antico bramino, e tradotte dagli Arabi, i quali se le appropriarono (1); quelle di Lokman, l'Esopo arabo, se pure non è lo stesso Frigio Esopo, come credono il Maracci (2) e l'Herbelot (3), ma, comunque siasi, lodato dal Corano, per la somma sapienza, e quindi appunto chiamato dagli Arabi il Sapiente; le parabole, onde anche Maometto volle non di rado adombrare nella sua Legge il proprio pensiero o la sua pretesa inspirazione divina; e le tante altre che dietro a un tale esempio usarono i Califfi Omar e Alì, l'emiro Noman, il luogotenente di Moavia, e l'Arabo siciliano Ibn Zafer, il cui *Solvan* o *Conchiglia miracolosa* fu dal già ricordato Amari tradotto e commentato; ci offrono tutte una prova del costante uso che aveano gli Orientali di dettare per la bocca di animali filosofiche e politiche sentenze, e, come dice lo stesso Ibn Zafer, « di dar loro maggior vita, rappresentandole con favolose immagini » (4). Qual maraviglia? Secondavano esse il genio di que'popoli, tanto avvezzi al parlar figurato e allegorico; ed accordavansi con la naturale ritenutezza e col misticismo o di despoti o di schiavi o di religiose

(1) V. Viardot: *Histoire des Arabes et des Mores d'Espagne:* T. II, pag. 118.

(2) *Refutatio Alcorani:* T. II, pag. 544-45.

(3) *Bibliothèque Orientale*: pag. 816. V. anche Hammer-Purgstall: *Literaturgeschichte der Araber.* Erster Band: p. 2.

(4) V. Note alla Prefazione dell'Autore: pag. 217 e seg.

dottrine. Ma tra per questa e per altre ragioni io credo che nè favole nè parabole musulmane abbiano comunicato alla moderna letteratura uno spirito novello, una speciale qualità. Gran copia delle prime hanno bensì e Spagnoli e Francesi e Tedeschi e Italiani ed altri; ma questi componimenti, se talora rivelano una traccia orientale, in gran parte ancora sono imitazioni dei Greci e dei Latini, che anch'essi bevettero per mezzo del Frigio Esopo a quella orientai fonte generale, antichissima, dove furono gli stessi Arabi anzi influiti che influenti. Oltre di che, come si scorge in quelle di Iriarte, di La Fontaine, di Lessing, del Roberti, del Bertola e di altrettali, il loro scopo era piuttosto letterario che filosofico. Più alte cose, più alte verità vollero raffigurare con animalesco linguaggio l'Autore, qualch'egli fosse, della *Batracomiomachia*, fra gli Antichi, il *Romanzo della Volpe* nel medio evo, e ne'tempi moderni gli *Animali parlanti* del Casti. Vi si trova, in effetto, il vezzo orientale, accennato di sopra. Ma nel primo di codesti favolosi poemi, la più parte dei critici non iscorge che una piacevole parodia omerica, ovvero una satira arguta con cui si intese sferzare que'tanti poetastri, che, poveri d'invenzione, inetti a crearsi uno stile proprio, si facevano belli dei panni d'Omero alla peggio (1): il Romanzo della Volpe, non che sia di orientale stampa, è un tessuto di materiali diversi, in cui, come abbiamo dagli Editori della *Storia letteraria di Francia* (2), e Tedeschi e Inglesi e Francesi settentrionali e meridionali pretendono avervi avuta principale o esclusiva parte; onde si può conchiudere che, quali più quali meno, ve l'ebbero tutti infatti: e nel poema del Casti si trova, non il serio disegno di politici avvertimenti, come ebbero per uso gli arabi legisti e Califfi, sì bene una giocosa satira de'suoi tempi, il cui tipo ci forse attinse dall'indiano Bidpay. In somma, codesto genere di finzione, con cui, come dice l'orientale Ibn Zafer (3), *l'ingegno umano si schiude le porte della cognizione dei fatti e delle deduzioni*, codesta mistica eloquenza che di politici e filosofici argomenti per mezzo di apologhi e di parabole seriamente ragiona, benchè non mancasse ne'primordj catalani e provenzali chi per la riverenza e la simpatia a tutto ciò che arabo era ne tradusse gli ammirati esempj, conforme anche dissi, non pare che prendesse stabile piede nell'Occidente. Lo stesso Romanzo della Volpe, citato di sopra, quello intorno a cui tanto si esercitò in ogni senso l'estro poetico del medio evo, secondo che dicono i prealleganti

---

(1) V. Zoncada: *Corso di Letteratura Classica*, Parte Prima.
(2) T. XXII, pag. 889.
(3) *Solvan el Motá*, tradotto dall'Amari: ed. Le Monnier, pag. 222.

Editori, « fu pur lasciato cadere dal campo della poesia popolare vivente in quello dell'erudizione letteraria per non esservi ormai più che un oggetto di storica curiosità (1) ». Già lo dissi, e qui giova ripeterlo. Il parlare per mezzo di metafore e di allegorie, che tanto piace agli Orientali, non si confà col genio dei popoli dell'Occidente. Più a questi giova il proprio favellare, il franco ed aperto linguaggio che dà alle cose civili e politiche il vero lor nome, non uno che solo per via di immagini le rappresenti e adombri. Se taluno il fece, lo indusse, anzichè un maturo consiglio, il bizzarro umore d'una giocosa o iraconda fantasia. Nè Machiavelli, nè Montesquieu sarebbero stati per niun patto disposti a parlar di politica colle parabole o cogli apologhi di Noman e di Mohamed Ibn Zafer.

Ma tutt'altro è delle novelle. Qui appar veramente il tipo arabo, che a noi venne per mezzo degli Spagnoli e dei Provenzali e poi dei *Trouvères* francesi, e che certo non aveano gli scrittori di Grecia e di Roma. Io già ricordai le novelle di Al Schaneari e di Alhabarat, gli *Ammaestramenti d'un padre al figliuolo*, il racconto *del Re e dei Sette Savj*, ed altri, in cui Andres, Sismondi e Fauriel trovano altrettante fonti del novellar dei moderni; di quei vecchi aneddoti, misti di falso e di vero, i quali, nel medio evo, in difetto di ogni altro passatempo, rallegravano le veglie delle corti, dei castelli feudali ed anche delle private famiglie, come al dir di Casiri, avveniva già parimente tra gli Arabi; di quei provenzali e francesi racconti, onde tolsero pur tanto e il principe Don Giovanni Manuel nel suo *Conte Lucanor* e i primi nostri novellieri e la Regina di Navarra e la Fontaine. Ma la maggior prova di quanto asserisco risulta singolarmente dalle *Mille ed una Notte*, tradotte e ormai rese popolari in quasi tutte le lingue d'Europa, e delle quali il dotto Hammer ha dimostrata l'antichità (2). In codeste amorose avventure, in codesti cavalieri erranti, nelle trasformazioni, nei mostruosi animali, ne' giganti antropofaghi, nelle malie onde un negromante crea con una parola palagi incantati o trasporta qualcuno a grandi distanze, nei genj che dispongono di tutte le maraviglie dell'arte e della natura, e in altrettali fantastiche narrazioni di cui tanto abbondano le Novelle arabe, e che io pur ebbi la pazienza di leggere e di confrontare colle nostre, trovai il germe, il modello non pure di parecchi *Fabliaux* e di parecchie novelle italiane, ma eziandio di parecchie bizzarre invenzioni dei nostri poemi cavallereschi, segnatamente del Morgante Maggiore e dell' Orlando

(1) *Histoire littéraire de France*, T. XXII, pag. 890.
(2) *Literaturgeschichte der Araber*, Erster Band, Vorrede, p. 47, 48.

Furioso. Non nego, che quelle delle fate e delle streghe, le quali vi figurano pur tanto coi loro occulti artifiej, siano pur venute dal Nord. Le ricorda l'Edda; ne son pieni i romanzi del Ciclo normanno: ma le arabe fantasie vennero a notizia dei popoli del mezzogiorno europeo assai prima che non quelle recateci dalle conquiste normanne; e le precedenti o franche o gotiche erano rozze e barbare tutte a tal termine da non avere alcuna attrattiva. Oltre di che, lo stesso soprannaturale normanno, di che furono impressi alcuni poemi dei *Trouvères*, non era, come ben dice Sismondi (1), « pervenuto a quel grado di eleganza che aveano le finzioni del Mezzodì. Non vi sono, egli soggiunge, quelle splendide creazioni, le quali ad un tempo abbagliano e allettano, creazioni sorte dagli appassionati e ardenti ingegni meridionali e orientali, anzichè dal cupo carattere germanico e scandinavo. » - « La magia e la stregoneria dei nostri poemi, dice in un altro luogo il medesimo autore (2), ha un carattere orientale, tolto dalle novelle arabe, trasmesse ai Latini per la loro mescolanza cogli Orientali. Que' genj, alleati delle fate, que' misteriosi anelli, quelle fantasie, sempre accompagnate col gusto delle arti e dei piaceri, ritraggono da codeste novelle ». Io stesso infatti, leggendo gli amori, le cortesie, le audaci imprese cantate dai poeti della cavalleria, di cui abbonda la nostra letteratura, ne ricordava sovente di somiglianti, già letti nelle *Mille ed una Notte*. E veramente, non si è già dimostrato, come, non dal freddo cielo del settentrione, ma dalla fervida e vivace Arabia provenne la cavalleria del medio evo co' suoi gentili e magnanimi sensi? e come quindi ne provenisse insieme il primo impulso poetico cavalleresco? Quindi anche ne provennero i consenzienti accessorj, i maghi, le streghe, i genj, le fate, queste fantastiche potenze, onde tanto si abbellì la poesia francese e l'italiana: potenze pur nate nelle nordiche fantasie, ma che, per allettare e commuovere, ebbero mestieri della scuola meridionale, come anche afferma Sismondi. Il qual genere di letteratura, che tanto piacque e piace tuttavia in ogni moderna lingua, ebbe sulle favole greche e latine un tale vantaggio, che, mentre sono oggimai caduti in dimenticanza l'Asino d'oro d'Apulejo e le Metamorfosi di Ovidio, molte edizioni ancor si fanno delle orientali novelle, le quali ancora ricordano ad ogni classe di persone la gloria degli Abassidi e i più prosperi tempi dell'Islamismo.

Non meno che coi fantastici e piacevoli racconti trasfusero gli Arabi il loro poetico e cavalleresco spirito nella letteratura occidentale col mezzo dei

---

(1) *Littérature du Midi de l'Europe*, T. 1, pag. 288.

(2) *Ibidem*, pag. 71, 72. Pensa lo stesso Ginguené. V. *Hist. Littér. d'Italie*, T. 1, ch. IV.

dialoghi o tenzoni o contese che dir si vogliano, la cui somiglianza a quelle dei Provenzali io dimostrai nella precedente Memoria coi testi, riferiti dal Casiri e da Humbert, confrontati ad altri uguali di trovatori, e colle consenzienti autorità di Villemain e di Fauriel. Chè anzi fu questo il precipuo modo, onde l'amore, cantato dai poeti moderni, prese una forma, una qualità differente da quella degli antichi. I varj casi, le rivalità, le vicende di codesto amore, che puro, spirituale e cavalleresco era, e, dirò anche, più immaginato che vero, più supposto e artificiale che effettivamente sentito, si scorgono evidenti negli scambiati epigrammi dell'*impaziente e querulo amante* Salahéddin e del letterato Tagéddin, in forma di domanda e risposta, e nelle *Questioni d'un amante*, a cui risponde il poeta Asmaii, riportati quelli dal Casiri (1), queste da Humbert (2): antico tema dell'Arabia, al quale consuonano le tenzoni di Alberto e di Pietro, di Pistoleta e d'una Dama, di Lanfranco Cigala e di Guglielma di Rosers, di Rajnoldo e di Magret, raccolte da Raynouard. Di somiglianti ne compose anche il celebre Sordello. Erano quesiti, problemi amorosi, cavallereschi e letterarj ad un tempo, nella soluzione dei quali consisteva la *gaja scienza;* erano il trattenimento e l'ambita virtù delle poetiche arabe assemblee, e delle *Corti d'amore* del medio evo; erano componimenti, in cui, come dice Fauriel (3), « due poeti sostenevano due contrarie sentenze sopra una questione qualunque, ma segnatamente di galanteria; un certame proposto ed accettato, una specie di duello, un combattimento poetico in campo chiuso, il quale aveva le sue regole, le sue condizioni, i suoi giudici anch'esso; una giostra, un torneo, in somma la migliore occasione di far pubblica e solenne mostra di valore poetico e di estemporaneo talento ». E qui soggiunge l'autorevole scrittore, alle coscienziose parole del quale io soglio prestare intiera fede: « gli Arabi, così quelli di Spagna come gli altri tutti, sono il solo popolo antico, nella cui poesia io trovi essere state in uso cotali disfide »; e segue a dire « trovarsi per avventura in loro una fantasia più vivace, una più pronta e molteplice quantità di rincalzate e di rimandi che non nei Provenzali istessi; e che dei due poetici avversarj quegli era dichiarato vittorioso, il quale fosse più presto e con più leggiadre rime improvvise riuscito a buon fine (4) ». Anche Ginguené, mentre afferma egli pure, avere i trovatori di Provenza tolte dagli

---

(1) *Bibliotheca Arabico-Hispana*, T. II, p. 126.
(2) *Anthologie Arabe*, p. 41.
(3) *Hist. de la poésie provençale*, T. III, p. 336.
(4) *Ibidem*, p. 337.

Arabi le tenzoni o combattimenti poetici, in cui que' popoli ingegnosi aggiravansi con tutte le ricerche dell'arte e con tutte le finezze della lingua intorno a dilicati argomenti di galanteria e di filosofia, confessa, che « se i poeti di Provenza imitaron sovente il brio e la grazia dei loro modelli, talvolta altresì uscirono dalla segnata traccia con grossolane lotte ed ingiurie (1) ». Tanto è vero che questi erano la copia e quelli l'originale, e che la civiltà dei primi superava d'assai quella dei secondi! Ma, comunque siasi, furono anch'essi nell'età loro in gran pregio avuti, e con infinito diletto uditi da chiunque avesse fiore di gentilezza. Vero è pure, che un siffatto uso, al cessare dei trovatori provenzali, quando sorse sopra la loro un'altra poesia, venne poi meno a poco a poco, e solo rimase in quelli improvvisatori, oggimai stremati anch'essi da più matura civiltà, i quali con bisticci e con arguzie soglion talora proverbiarsi ne' pubblici ritrovi e trattenere le accorse brigate. Ma la vieta usanza, che fra gli antichi Arabi e fra i trovatori del medio evo nobilissima era, talchè non sdegnava esser giudice del certame un emiro, un soldano, un principe, una dama d'alto affare, se decadde col tempo, lasciò nondimeno profondi vestigj nella poesia spagnola, francese e italiana, infondendo ne' poetici racconti e ne' cantati amori quello spirito di cavalleresca galanteria, quelle sottigliezze artificiose, que' dilicati e gentili sensi, quella metafisica amorosa, come la chiama Ginguené, la quale era ignota agli antichi poeti della Grecia e di Roma. In ciò si raccoglie gran parte dell'impulso al tutto nuovo, che, come dice Sismondi, dettero gli Arabi del medio evo alla letteratura europea.

Proseguendo la cominciata indagine, se e dove e come gli Arabi abbiano avuta qualche influenza sui primordj della moderna letteratura, l'ordine delle materie mi conduce a parlare dei canti funebri e delle elegie; le quali non differiscono in altro dalle odi o canzoni, se non che a queste si convengono tutti i sentimenti e tutti gli affetti, e quelle si compiacciono per lo più nelle idee melanconiche, tetre e compassionevoli (2). Natural cosa era dunque, che i trovatori di Spagna e di Provenza, i quali imitarono i poeti d'Arabia nelle prime, li imitassero anche nelle seconde, trasfondendovi lo spirito cavalleresco, ond'erano animate le lugubri strofe del modello orientale. Io già non dirò, che queste possano pareggiarsi ai greci e latini esemplari. Nulla uguaglia l'eleganza dei lamenti di Achille sull'estinto Patroclo, delle donne d'Ilio sull'ucciso Ettore,

---

(1) *Histoire littéraire d'Italie*, Ch. V, Sect. II.
(2) V. Gherardini, *Elementi di poesia*, p. 67.

di Evandro e di Enea sul cadavere di Pallante; nè le arabe querimonie, sovrabbondanti al solito di metafore e di figure, potrebbero tampoco sostenere il paragone delle ornate elegie di Ovidio, di quelle sì gastigate e terse di Tibullo e di Properzio e della celebre Ode di Orazio in morte di Quintilio Varo. Ma, d'altra parte, credo anche di poter dire, che quell'amore spirituale e fantastico, anzi raffinato e artificiale, e quelle idee e quelle virtù cavalleresche, le quali, come già si vide, non si trovano nella poesia greca e latina, eziandio se sia promossa dai trasporti d'un'anima agitata e mesta, si trovano così in questo come in altri arabi poemi, e che in essi, non altrimenti che nei treni ebraici, pure esuberanti di figurati concetti, si trova per avventura in maggior copia ed evidenza quell'affetto che si diffonde in tutto il componimento, quella fantasia rapita in un solo pensiero, quella passione in somma, la quale non sa soffermarsi a tener consiglio coll'intelletto e solo adopera lo spontaneo linguaggio che natura le inspira (1). Esaminiamone, secondo il consueto stile, i relativi esempj; e si vegga, che ne dicano gli intelligenti, e come fossero quelli imitati dai Provenzali.

Ne somministrano alcuni le poesie dell'*Hamâsa* (2), tradotte da Jones, da Humbert, da Freytag, di cui si fece un cenno nelle precedenti Memorie, e delle quali ci dà un'estesa notizia il celebre Hammer nella sua *Storia della Letteratura araba* (3). Sono al certo delle più reputate dagli scrittori arabi e dai nostri orientalisti, se bene non manchino dei soliti orientali eccessi, onde anche non ne rimangono pienamente soddisfatti altri autorevoli critici.

Ecco infatti, come vi si deplora la morte d'un guerriero, del valoroso e liberale Maâni, che morì combattendo pel Califfo Méruan, l'ultimo degli Ommiadi di Siria. È una breve elegia, riferita da Jones (4), e da lui molto lodata. « Venite, amici, venite alla tomba di Maâni, e dite: possano le nubi del mattino inaffiarti di frequenti pioggie. O tomba di Maâni, tu che non eri dapprima che una fossa, come sei divenuta la dimora della liberalità, di quella liberalità la quale riempieva di sè la terra e i mari? Sì: tu la ricevesti nel tuo seno. La memoria del giovine Maâni vive dopo di lui, non altrimenti che i prati si vestono di novella verdura poichè furono irrigati da un chiaro ruscello. Ma, ohimè, Maâni è morto; la liberalità è scomparsa dalla terra; il bel fiore della generosità fu spietatamente reciso ». Dolci e leggiadri pajono a Jones questi versi, i quali non forniscono di piacere a critici più severi. Ma sull'eroe, che

---

(1) V. Gherardini, *Elementi di poesia*, p. 67.
(2) Cioè: *Raccolta di poemi arabi.*
(3) T. I, p. 19.
(4) *Traité de la poésie orientale.* Idem: *Poëseos asiaticæ Commentarii*, p. 315.

versò il sangue per la Casa di Ommeya, riferisce Humbert (1) un altro funebre canto, cavato anch'esso dall'*Hamâsa*, e in cui risaltano ancor più le cavalleresche doti del capitano arabo. « Egli, dice il suo poeta e forse, come pare, il Califfo istesso che altre volte lo avea celebrato con le sue rime; egli all'ultima sua partita ci lasciò nel pianto, in una mestizia inconsolabile; egli, pel cui mezzo le tribù di Nézar rovesciavano le barriere nemiche; egli, il più segnalato fra i generosi; egli che vedeva in tutti la sua propria famiglia, che solo portava i pesi di tutti; egli il cui unico tesoro era una santità esemplare, alla quale dovette la sua gloria e i ricevuti onori, e le cui ricchezze già non consistevano in oro ed argento, ma in spade taglienti, in maglie o corazze, in flessibili e solide lancie indiane; il più valoroso di quanti entravano in battaglia; il più pronto nelle mosse, il più fermo nel sostenere l'incontro dell'inimico. Alla sua morte dense tenebre copersero l'Irack; Damasco ne sentì una fiera scossa; si spezzò la colonna che erane l'appoggio; annientati rimasero il territorio di Teama e quello di Najd; il dolore e la costernazione si distesero su quelle provincie che per lo addietro, mentr'egli era vivo, alzavano orgogliosamente la fronte ». Questa elegia, da me in compendio tradotta, non va esente neppur essa da intemperanze e ampollosità orientali; ma la severa critica, se non vi trova le grandi bellezze che vi risplendono agli occhi di Humbert, nè tampoco può esserne al tutto schiva. Migliore è quest'altra, pur riferita da Humbert (2), dove il valoroso e gentile figlio di Tharif è pianto dalla propria sorella, da una giovinetta che nel fiore degli anni mostravasi capace dei più dilicati e nobili sensi. « Sulle vette del Néhâki, sulla cima di un monte, il quale innalza la sua testa al di sopra di altri monti, una tomba percuote gli sguardi. Onore, gloria, maestà, valore dell'eroe, prudenza del saggio, tutto giace racchiuso in codesta tomba. Foresta di Kabur, a che quella corona di foglie sulla tua fronte? quasi tu fossi insensibile alla morte del figlio di Tharif, di quel giovine principe, il quale non conosceva altro tesoro che la pietà, le lancie e le spade, e un destrier vigoroso, avvezzo a precipitarsi in mezzo alle schiere nemiche. Amico, compagno fedele della liberalità, la liberalità si compiaceva di seguirlo e di non abbandonarlo giammai: morto lui, essa ricusa divenire la compagna di un altro. Ah! la tua perdita, o figlio di Tharif, ci è più sensibile che nol sarebbe quella della nostra età giovanile; noi daremmo per riscattarti i più superbi dei nostri neri cavalli. Fino al giorno,

---

(1) *Anthologie Arabe*, p. 115. Egli cita l'*Hamâsa* di Schultens.
(2) *Anthologie Arabe*, p. 89.

in cui cadde, egli non cessò un istante di essere il terror dei nemici e l'asilo dei deboli ».

Or che diremo di queste elegie che io letteralmente traduco? Caso singolare! Jones (1) trova tutta la maestà della poesia in quella che piange la morte di Maâni; Humbert in proposito dell'altra, pur fatta sullo stesso argomento, afferma che risplende di grandi bellezze, e che questo splendore appare in genere nelle funebri e melanconiche poesie degli Arabi (2). Ginguené (3), per lo contrario, reputa la prima un componimento di falso gusto, contrario alla natura, il quale era ignoto agli antichi e lungamente infettò lo stile moderno. Più sopra però, coscienzioso come fu sempre, avea pur detto egli stesso: « avere avuta gli Arabi una maniera di poesia, a cui li rende attissimi la naturale disposizione delle loro fantasie, cioè la poesia funebre, in cui ora con distici ora con poemetti celebrano le persone che loro erano care o qualche illustre personaggio; e cita, come di buona lega, un distico che egli cava dalla Biblioteca orientale di Herbelot: « Domandavanmi gli amici miei, se io, per confortarmi, andassi mai a visitare la tomba della mia amica; ed io risposi: ha essa dunque altra tomba che il mio cuore? ». E per la verità, la terza delle elegie, da me riportate, quella di colei che in sì affettuose e leggiadre rime deplora la morte del fratello, meriterebbe anch'essa qualche lode del grande istorico della nostra letteratura: la meriterebbero eziandio alcuni dei canti popolari o *Maouals*, tradotti da Dugat (4), e gli elegiaci concetti di amanti, riferiti dal citato Humbert, i quali spirano tutti una dolce, amorosa e morale mestizia: antiche elegie degli Arabi, erranti nel patrio deserto: e, se mi è concesso di registrarne una, che io pur lessi, ma non mi ricordo in qual libro, degna di uguale encomio mi parrebbe ancora quest'altra: « Dopo molti e molti anni di assenza io ritornai già vecchio nel luogo natio. Dove sono, esclamai, gli amici della mia gioventù? E l'eco rispondea: dove sono? ».

Che direm dunque, ripeto, di queste *arabe nenie*, quali Jones appunto le chiama? Rispettando l'autorevole sentenza di Ginguené, e pur non volendo privare di ogni lode, così in questa come nelle altre parti, l'araba poesia di cui abbiamo e la notizia e gli encomj da dottissimi orientalisti, diremo che veramente nulla può paragonarsi alle classiche eleganze di Grecia e di Roma,

---

(1) V. *Traité* ec., p. 276.
(2) *Anthologie arabe*, p. 121.
(3) *Hist. littéraire d'Italie*, Première Partie, ch. IV.
(4) Vedi *Journal Asiatique*, T. XVI, p. 332 et suiv.[3]

le quali, o che eroiche o che amorose o che elegiache siano, daranno in ogni età un vivo diletto a chiunque le legga. Diremo altresì, che certo parecchi di que' funebri canti orientali tengono qua e là dell'eccessivo e del tronfio; il quale pur troppo rimase in alcune poesie spagnole, finchè non le purgò la scuola classica in secoli migliori; e in minor parte rimase nei trovatori di Provenza; i quali si accostarono maggiormente alle purgate e nitide forme dei classici greci e latini che a quelle alquanto infette dell'Arabia, ma non sì che non ne ritenessero quello spirito cavalleresco, onde sono impresse le arabe poesie che quei precursori delle moderne lettere tolsero ad imitare.

Così tra gli altri le imita in effetto Beltrame del Bornio, già ricordato altrove, nel lamentare la perdita dell'amico principe, del quale avea troppo suscitata la giovanile ambizione, di quell'Enrico d'Inghilterra, cui diede, come dice Dante, « i ma' conforti ».

« Se tutte le angosce e i mali di questo secolo tristo fossero insieme raccolti, sembrerebbero leggiera cosa in paragone della morte del giovane principe inglese, la cui perdita affligge il merito e l'onore, e cuopre d'un oscuro velo il mondo, privato d'ogni gioja e pien di collera e di tristezza.

» Turbati e dolenti sono rimasti i cortesi soldati e i trovatori e gli avvenenti giullari; ebbero essi nella morte una mortale nemica; perchè essa toglie loro il giovine re, verso del quale i più generosi sembravano avari. Giammai, credetelo, non saranno abbastanza nè le lagrime, nè la mestizia per un sì gran male.

» Crudel morte, sorgente di afflizioni, tu puoi vantarti, tu che hai tolto dal mondo il miglior cavaliere che fosse mai. Non era merito che in lui non si trovasse; e quanto sarebbe meglio ch'egli avesse vissuto piuttostochè tanti invidiosi, i quali non apportano ai valorosi altro che danno e travaglio.

» In questo secolo vile e pieno di turbolenze nulla v'ha che non si rivolga in pianto. Voi vedrete ogni dì valer meno di quello che passò. Specchisi ciascuno nel giovine re inglese che fu al mondo il più prode di tutti i prodi. Ora è partito il suo gentil cuore amante; e rimane per noi lo sconforto e la tristezza. »

Or chi non scorge in questa elegia la imitazione araba? chi non vede in codesto eroe, valoroso e liberale, cortese e prode ad un tempo, un altro Maâni, un altro figlio di Tharif? Anche Villemain vi trova, se non una compiuta imitazione, certo qualcosa che la somiglia (1); e ne riporta egli stesso quei brani

(1) V. *Leçons de Littér. française:* Leçon IV.

che io tradussi per dimostrare che così gli arabi come i provenzali poeti sapeano dalle frivole e satiriche poesie sollevarsi talora a gravi e teneri sensi, ed essere commoventi e sublimi. La quale autorità io contrappongo a quella di Ginguené, che mi parve troppo severo colle elegie dell'Arabia, sebbene anch'egli non neghi quello ch'io dico; cioè, che di mezzo a quel cumulo di metafore e figure, ond'è piena l'araba poesia, traspare lo spirito cavalleresco; il quale imitato dai trovatori, sebbene non iperbolici nè metaforici a quel segno, contribuì a rivestire d'un novello carattere la poesia moderna (1).

Le idee cavalleresche nei funebri encomj d'un defunto eroe, il cavalleresco amore che spirano i versi elegiaci d'un amante, trovansi del pari e nelle nenie dell'arabo deserto e nelle romanze che piansero la morte del Cid e i duri casi degli Infanti di Lara, e nei poeti di Provenza, ed anche, per provenzale riflesso, tra mezzo a tanta classica eleganza, nelle stesse rime del Petrarca in morte di Madonna Laura. Quelle idee, quell'amore non ci vennero al certo dal greco e dal latino parnaso, da cui pure tante altre poetiche bellezze ci vennero. « Il valor generoso, il valore disinteressato, il quale combatte per la giustizia e la debolezza; l'amore scevro da sensualità, pieno di dilicatezza e d'entusiasmo, principio d'ogni onore e d'ogni virtù; non son proprj che della cavalleria e della poesia cavalleresca; la quale, pel nuovo spirito che prese, divenne una nuova poesia: » dice Fauriel nell'ultima e più coscienziosa delle sue opere (2).

In generale, da quanto si disse e in questa e nelle precedenti Memorie, mi pare si possa ragionevolmente dedurre, che, se andrebbe errato chi volesse concedere in tale proposito agli Arabi ogni influenza, sarebbe pure in errore chi presumesse di non trovarvene alcuna. Come si dimostrò, essi introdussero lo spirito cavalleresco tra i popoli europei; essi una corrispondente poesia: la quale dovea pure ricevervi una favorevole accoglienza; perchè que' dilicati sensi di generosità e di gentilezza, quel puro e fantastico amore, ridotti a professione obbligata, e in vario, ma sempre piacevole metro, scritti e cantati, trovavano una naturale corrispondenza, una simpatia in ogni cuore che cortese ed umano fosse. Per ciò appunto fecero facile presa in Ispagna, in Provenza ed altrove. Trovaronvi altre lingue, altre forme letterarie, altre credenze, altre idee, che erano quali moderne, quali un avanzo di antica, scaduta civiltà, rimasto come a prova di essa, un avanzo, direi quasi, delle prische compagini di invecchiati municipj, il quale ne impediva la distruzione: elementi

(1) V. *Histoire littéraire d'Italie*, T. I, ch. IV.

(2) V. *Dante et les origines de la langue et de la littérature italienne*, T. I, p. 280.

tutti, di loro natura, assai propensi e affini ad ogni liberale e gentile costume, nei quali codesto novello spirito cavalleresco potè agevolmente incorporarsi e identificarsi. E quindi vennero due notabili conseguenze: l'una; che quella naturale simpatia e que' consentanei elementi contribuirono come causa secondante e completiva a promuovere e perfezionare il suddetto spirito, con più appropriate forme e colori rettorici, colla cooperazione di un culto, il quale, oltre all'essere il solo verace, è pur quello che ad ogni riforma e letteraria e civile, ad ogni miglioramento, ad ogni progresso mirabilmente si presta, e con quanto ancor rimaneva dell'antico senno greco e latino. L'altra conseguenza si fu, che codeste cause cooperatrici, vestendo il mentovato cavalleresco spirito di forme ed idee proprie, gli dettero una siffatta nazionale apparenza da far col tempo credere indigena una pianta straniera, come avvenne di molte naturali piante, le quali, benchè ab antico ci sian venute dall'oriente, presero nel nostro acconcio terreno sì facil radice che alla fine si credettero native di esso. Così pure le deità della greca epopea, che tanto abbellirono il latino parnaso, ne vestirono a tal termine il colore e le fogge da sembrare, come ben dice Creuzer (1), non più dèi e dee della Grecia, ma italici e romani.

Ma, siccome non perciò si vuol negar merito e gratitudine a chi il primo introdusse nel nostro suolo quelle piante, quei frutti, originarii di levante, e che fecero tra noi sì bella prova; siccome non perciò negava Orazio alla Grecia il vanto di avere dirozzato l'agreste Lazio coll'educarlo alle sue mitologiche e poetiche arti; così nè anche per que' seguiti effetti si può contendere all'influenza araba il pregio di aver trasfuso nella occidentale letteratura uno spirito che prima non v'era, e che poi tanto la ingentilì e adornò. L'arabo Oriente introdussevi ciò che l'Occidente con più forbito stile, con morale migliore e con maggior senno seppe perfezionare. Quella fu causa originaria; secondante e completiva questa.

Ma di tutto ciò avremo ancor più estese dimostrazioni nel seguito di queste Memorie; il cui lungo tema oramai mi conduce a trattare della questione maggiore; cioè, dei poemi cavallereschi e della origine loro.

---

(1) V. *Religions de l'Antiquité:* ouvrage refondu par Guigneaud: Livre V et VI.

INTORNO ALLA MEMORIA DI ABEL:

SUR UNE PROPRIÉTÉ GÉNÉRALE D'UNE CLASSE TRÈS-ÉTENDUE DE FONCTIONS TRANSCENDANTES (*)

STUDIO

DI GASPARE MAINARDI

Letto nell'adunanza del giorno 26 luglio 1855.

Il celebre Teorema di Abel, che stabilisce una proprietà caratteristica di una estesa classe di trascendenti algebriche, discende da altro teorema più generale. L'analisi colla quale il grande geometra determina il minor numero possibile di trascendenti, da cui altri della stessa specie essenzialmente dipendono, sembra che possa venire in parte semplificata e che ne emerga altra condizione. Ciò è quanto mi studio dichiarare in queste poche pagine. Ma il Teorema di Abel ampliato conduce a generalizzare molte importanti deduzioni notate dai geometri, ed a stabilire una vicendevole dipendenza fra trascendenti di diversi moduli: come spero di poter dimostrare nel seguito del presente lavoro.

1.° Indico con $E(x)$, $F(x)$ due funzioni intere rispetto ad x, e suppongo che, rese esplicite la parte intera e la parte fratta del quoto $\frac{F(x)}{E(x)}$, sia

$$\frac{F(x)}{E(x)} = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} \ldots + A_{n-1} x + A_n + \frac{R(x)}{E(x)}$$

siccome

$$\frac{F(u)}{(u-x)E(u)} = \frac{F(u)}{E(u)} \left\{ \frac{1}{u} + \frac{x}{u^2} + \frac{x^2}{u^3} \ldots + \frac{x^n}{u^{n+1}} \ldots\ldots\ldots\ldots \right\} =$$

$$= \left\{ A_0 u^n + A_1 u^{n-1} \ldots + A_{n-1} u + A_n + \frac{R(u)}{E(u)} \right\} \left\{ \frac{1}{u} + \frac{x}{u^2} + \ldots + \frac{x^n}{u^{n+1}} \ldots \right\}$$

$$= \frac{1}{u} \left\{ A_0 x^n + A_1 x^{n-1} \ldots + A_{n-1} x + A_n \right\} + \ldots$$

vediamo che la parte intera della funzione $\frac{F(x)}{E(x)}$ è il coefficiente di $\frac{1}{u}$ nella frazione $\frac{F(u)}{(u-x)E(u)}$ svolta in serie ordinata secondo le potenze di u: coefficiente che Abel rappresenta colla scrittura $\Pi \frac{F(u)}{(u-x)E(u)}$. Indicata colla lettera a

(*) Questo lavoro di Abel, premiato dall'Imp. Accademia francese, si legge fra le *Mémoires présentés par divers savants.* T.e 7.e, 1841.

una radice della equazione $E(x) = 0$, multipla secondo un numero m, supponiamo

$$E(x) = (x-a)^m E_m(x)$$

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \Pi \frac{F(u)}{(u-x)E(u)} + \frac{B_1}{x-a} + \frac{B_2}{(x-a)^2} \ldots + \frac{B_{m-1}}{(x-a)^{m-1}} + \frac{B_m}{(x-a)^m} + \ldots$$

per cui

$$\frac{F(x)}{E_m(x)} = B_m + (x-a)B_{m-1} + (x-a)^2 B_{m-2} \ldots + (x-a)^{m-1} B_1 + S(x-a)^m$$

dove S esprima una opportuna funzione che non diviene infinita allora che $x=a$. Ponendo $x=a$ in quest'ultima equazione e nelle conseguenti che si hanno differenziandola rispetto ad x una, due .... volte, ne vengono

$$B_m = \frac{F(a)}{E_m(a)},\ B_{m-1} = d_a \frac{F(a)}{E_m(a)},\ B_{m-2} = \frac{1}{1.2} d_a^2 \frac{F(a)}{E_m(a)},\ B_{m-3} = \frac{1}{1.2.3} d_a^3 \frac{F(a)}{E_m(a)}, \ldots$$

e siccome

$$\frac{1}{(x-a)^2} = d_a \frac{1}{x-a},\ \frac{1}{(x-a)^3} = \frac{1}{1.2} d_a^2 \frac{1}{x-a},\ \frac{1}{(x-a)^4} = \frac{1}{1.2.3} d_a^3 \frac{1}{x-a}, \ldots$$

sarà

$$\frac{F(x)}{E(x)} = \Pi \frac{F(u)}{(u-x)E(u)} + \frac{1}{1.2(m-1)} \left\{ \frac{F(a)}{E_m(a)} d_a^{m-1} \frac{1}{x-a} + \right.$$

$$\left. + (m-1) d_a \frac{F(a)}{E_m(a)} d_a^{m-1} \frac{1}{x-a} + \frac{(m-1)(m-2)}{1.2} d_a^2 \frac{F(a)}{E_m(a)} d^{m-2} \frac{1}{x-a} \ldots\ldots \right\}$$

ossia

$$(1) \qquad \frac{F(x)}{E(x)} = \Pi \frac{F(u)}{(u-x)E(u)} + \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots (m-1)} d_a^{m-1} \frac{F(a)}{(x-a)E_m(a)}$$

quando il segno Σ esprima la somma di tutte le funzioni analogamente formate colle radici della equazione $E(x) = 0$, le quali non rendono $F(x) = 0$.

Ho dimostrato questo lemma in causa di una piccola differenza fra il risultato che ottengo e quello dato da Abel.

Sia $$f(x) = (x-b_1)^{n_1} (x-b_2)^{n_2} \ldots (x-b_r)^{n_r}$$

dove $n_1, n_2 \ldots$ rappresentano numeri interi positivi; per cui

$$\frac{d_x f(x)}{f(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{n_1}{x-b_1} + \frac{n_2}{x-b_2} \ldots$$

La equazione (1), identica rispetto ad x, porge le seguenti

$$n_1 \frac{F(b_1)}{E(b_1)} = \Pi \frac{F(u)}{E(u)} \frac{n_1}{u-b_1} - \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots (m-1)} d_a^{m-1} \frac{F(a)}{E_m(a)} \frac{n_1}{a-b_1}$$

$$n_2 \frac{F(b_2)}{E(b_2)} = \Pi \frac{F(u)}{E(u)} \frac{n_2}{u-b_2} - \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots (m-1)} d_a^{m-1} \frac{F(a)}{E_m(a)} \frac{n_2}{a-b_2}$$

. . . . . .

che sommate danno

$$(2)\quad n_1 \frac{F(b_1)}{E(b_1)} + n_2 \frac{F(b_2)}{E(b_2)} + \ldots = \Pi \frac{F(u)\,f'(u)}{E(u)\,f(u)} - \sum_a \frac{1}{1\cdot 2 \ldots (m-1)} d_a^{m-1} \frac{F(a)\,f'(a)}{E_m(a)\,f(a)}$$

dove il primo membro sia la somma dei valori che assume la frazione $\frac{F(x)}{E(x)}$ allora che in luogo della x si pongono una ad una le radici semplici e multiple della equazione $f(x) = 0$.

Siano date $n+1$ equazioni algebriche, le quali indico con

$$(a)\qquad \lambda_1 = 0\ ,\ \lambda_2 = 0\ \ldots\ \lambda_n = 0\ ,\ \theta = 0$$

e contengano altrettanti simboli di quantità $y, z, u \ldots x$. Rappresento con $y_r, z_r . u_r \ldots$ valori corrispondenti delle $y, z \ldots$, formati con x, desunti dalle u prime equazioni date, e con

$$f(x) = \theta(y_1, z_1, u_1 \ldots x) \cdot \theta(y_2, z_2, u_2 \ldots x) \ldots \theta(y_r, z_r, u_r \ldots x) \ldots = 0$$

la equazione che risulta da quelle eliminandó $y, z, u \ldots$, eccettuata la x.

Sarà $$\frac{f'(x)}{f(x)} = \sum_r \left\{ \frac{d\theta}{dx} + \frac{d\theta}{dy_r} \cdot \frac{dy_r}{dx} + \frac{d\theta}{dz_r} \cdot \frac{dz_r}{dx} + \ldots \right\} \frac{1}{\theta(y_r, z_r \ldots x)}$$

e se il segno x indica una determinata radice della equazione

$$\theta(y_r, z_r, u_r \ldots x) = 0$$

avremo $$f'(x) = \frac{f(x)}{\theta(y_r, z_r \ldots x)} \left\{ \frac{d\theta}{dx} + \frac{d\theta}{dy_r} \cdot \frac{dy_r}{dx} + \frac{d\theta}{dz_r} \cdot \frac{dz_r}{dx} + \ldots \right\} .$$

Siccome poi

$$(b)\qquad \frac{d\lambda_1}{dx} + \frac{d\lambda_1}{dy_r} \cdot \frac{dy_r}{dx} + \frac{d\lambda_1}{dz_r} \cdot \frac{dz_r}{dx} + \ldots = 0$$

$$\frac{d\lambda_2}{dx} + \frac{d\lambda_2}{dy_r} \cdot \frac{dy_r}{dx} + \frac{d\lambda_2}{dz_r} \cdot \frac{dz_r}{dx} + \ldots = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

eliminate $\frac{dy_r}{dx}$, $\frac{dz_r}{dx}$ .... si avrà

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)} \frac{1}{\theta(y_r, z_r \ldots x)}$$

dove la caratteristica D, anteposta alle parentesi, rappresenta il determinante funzionale di Jacobi, formato coi coefficienti differenziali parziali di primo ordine delle funzioni $\theta, \lambda_1, \lambda_2 \ldots$, o di queste esclusa la prima.

Ripresa la equazione (2), indicata con $F(x, y_r, z_r \ldots)$ una funzione intera quale si voglia delle quantità $x, y_r, z_r \ldots$, ne caveremo

$$(3)\quad \sum_x \frac{F(x, y_r, z_r \ldots)}{E(x)} = \Pi \frac{1}{E(u)} \sum_r \frac{F(u), y_r(u), z_r(u) \ldots) . D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)}{\theta(u, y_r(u), \ldots) . D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)}$$

$$- \sum_a \frac{1}{1 . 2 \ldots m-1} d_a^{m-1} \frac{1}{E_m(a)} \sum_r \frac{F(a, y_r(a) \ldots) . D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r} \ldots\right)}{\theta(a, y_r(a) \ldots) . D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)}$$

dove il segno $\sum_x$ del primo membro si riferisce a tutte le radici della equazione risultante $f(x) = 0$: il $\sum_r$ del secondo membro risguarda tutti i valori corrispondenti di $y, z, u \ldots$ forniti dalle n prime equazioni (a) date: Dippiù nella funzione che segue quel segno $\sum_r$ si è cambiata, nel primo termine la x in u, nel secondo la x in a.

Supponiamo che la funzione $\theta(y, z \ldots x)$ contenga dei parametri che non sono nelle funzioni $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$, i quali considero siccome dipendenti da una stessa variabile t. Le radici comuni alle equazioni date (a), espresse colla lettera x, saranno conseguentemente funzioni di t; per cui indicata col segno $\delta\theta(y, z, \ldots x)$ la derivata di $\theta(y, z \ldots x)$ presa rispetto a t, implicita ne' suoi coefficienti, sarà

$$\left\{\frac{d\theta}{dx} + \frac{d\theta}{dy_r} \cdot \frac{dy_r}{dx} + \frac{d\theta}{dz_r} \cdot \frac{dz_r}{dx} + \ldots\right\} \frac{dx}{dt} = -\delta\theta(y_r, z_r \ldots x)$$

dalla quale, in conseguenza delle equazioni (6), deduciamo

$$\frac{dx}{dt} D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right) = -\delta\theta(y_r, z_r \ldots x) . D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right).$$

La equazione (3) fornisce la seguente

$$\sum_x \frac{F(x, y_r, z_r \ldots) . \delta\theta(y_r, z_r \ldots x)}{E(x)} = -\sum_x \frac{F(x, y_r, z_r \ldots) . D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r} \ldots\right)}{E(x) . D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)} \frac{dx}{dt} =$$

$$= \Pi \frac{1}{E(u)} \sum_r \frac{F(u, y_r(u), \ldots) D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r} \ldots\right)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)} \frac{\delta\theta(y_r, z_r \ldots u)}{\theta(y_r, z_r \ldots u)}$$

$$- \sum_a \frac{1}{1 . 2 \ldots (m-1)} d_a^{m-1} \frac{1}{E_m(a)} \sum_r \frac{F(a, y_r(a) \ldots) . D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy_r} \ldots\right)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots\right)} \cdot \frac{\delta\theta(y_r, z_r \ldots a)}{\theta(y_r, z_r \ldots a)}$$

e siccome la funzione intera $F(x, y, \ldots.)$ è affatto arbitraria, in forza delle equazioni (b), il prodotto $F(x, y, z \ldots.)\ D\left(\frac{d\theta}{dx}, \frac{d\lambda_1}{dy}, \frac{d\lambda}{dz} \ldots.\right)$ può rappresentare il prodotto di qualsivoglia funzione intera $f(x, y, z \ldots.)$ per una opportuna funzione intera $\lambda(x)$ della sola variabile x, perciò l'ultima equazione trovata, nella quale si cambi $E(x)$ nel prodotto $\lambda(x) \cdot E(x)$, fornirà la seguente

$$\sum_x \frac{f(x, y_r, z_r \ldots.)}{E(x) \cdot D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r} \cdot \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} \frac{dx}{dt} = -\Pi \frac{1}{E(u)} \sum_r \frac{f(u, y_r(u), z_r(u) \ldots.)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} \cdot \frac{\delta\theta(y_r(u), \ldots. u)}{\theta(y_r(u), \ldots. u)}$$

$$+ \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots. (m-1)} d_a^{m-1} \frac{1}{E_m(a)} \sum_r \frac{f(a, y_r(a), \ldots.)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} \frac{\delta\theta(y_r(a), \ldots. a)}{\theta(y_r(a), \ldots. a)}$$

la quale, integrata rispetto a t, conduce alla finale relazione (*)

$$(4)\quad \sum \int \frac{f(x, y_r, z_r \ldots.)}{E(x) \cdot D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} dx = \text{costante} - \Pi \frac{1}{E(u)} \sum_r \frac{f(u, y_r(u) \ldots.)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} \log. \theta\left(y_r(u), z_r(u) \ldots.\right)$$

$$+ \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots. m-1} d_a^{m-1} \frac{1}{E_m(a)} \sum_r \frac{f(a, y_r(a) \ldots.)}{D\left(\frac{d\lambda_1}{dy_r}, \frac{d\lambda_2}{dz_r} \ldots.\right)} \log. \theta\left(y_r(a), \ldots.\right)$$

Se le equazioni date sono unicamente la prima e l'ultima delle (a), la formula (4) fornisce il Teorema Abeliano, cioè

$$(5)\quad \sum_x \int \frac{f(x, y_r(x))}{E(x) \frac{d\lambda_1}{dy_r}} dx = \text{cos.} - \Pi \frac{1}{E(u)} \sum_r \frac{f(u, y_r(u))}{\frac{d\lambda_1}{dy_r}} \log. \theta(y_r(u), u)$$

$$+ \sum_a \frac{1}{1.2 \ldots. m-1} d_a^{m-1} \frac{1}{E_m(a)} \sum_r \frac{f(a, y_r(a))}{\frac{d\lambda_1}{dy_r}} \log. \theta(y_r(a), a).$$

2.° Abel osserva che se la funzione $\theta(x, y)$ contiene m parametri arbitrarii, questi si possono determinare attribuendo altrettanti valori $x_1, x_2, \ldots. x_m$ alla variabile x nelle equazioni $\theta = 0$, $\lambda_1 = 0$. Se il polinomio $f(x)$ è del grado μ, la equazione

$$\frac{f(x)}{(x - x_1)(x - x_2) \ldots. (x - x_m)} = 0$$

fornirà altre $\mu - m$ radici $x_{m+1}, \ldots. x_\mu$, dipendenti dalle $x_1, x_2 \ldots. x_m$, e la equazione (5) porgerà il valore della somma di m integrali, cui corrispondono

---

(*) Sperava di poter ornare questo scritto con una elegante dimostrazione del Teorema comunicatami da un illustre Amico, il quale non potè favorirmi per molte sue occupazioni.

gli argomenti $x_1, x_2 \ldots x_m$, espressa per una funzione finita e per la somma di $\mu - m$ integrali di cui gli argomenti sono $x_{m+1} \ldots x_\mu$, epperò funzioni delle $x_1, x_2 \ldots x_m$. Cerchiamo quale debba essere la funzione $\theta(x, y)$ perchè il numero $\mu - m$ sia il minore possibile. Dalla equazione $\lambda(x, y) = 0$ si desumano i valori di y espressi per serie ordinate secondo le potenze di x e si abbiano

un numero $k_1 = n_1 \mu_1$ di valori y_1 dei quali il grado rispetto ad x sia $\frac{m_1}{\mu_1} = \rho_1$

$k_2 = n_2 \mu_2$ y_2 $\frac{m_2}{\mu_2} = \rho_2$

. . . . . .

$k_\alpha = n_\alpha \mu_\alpha$ y_α $\frac{m_\alpha}{\mu_\alpha} = \rho_\alpha$

essendo $m_1, \mu_1, m_2, \mu_2 \ldots$ numeri interi primi fra loro: e

$$k_1 + k_2 \ldots + k_\alpha = n$$

sarà $\mu = k_1 \, grad \, . \, \theta(x, y_1) + k_2 \, gr \, \theta(x, y_2) + \ldots + k_\alpha \, gr \, \theta(x, y_\alpha)$.

Se $\theta(x, y) = q_0 + q_1 y + q_2 y^2 \ldots + q_\varepsilon y^\varepsilon \ldots + q_{n-1} y^{n-1}$

sarà $m = gr\, q_0 + gr\, q_1 + gr\, q_2 \ldots + gr\, q_{n-1} + n - 1$

e però

$$(a) \quad \mu - m = \{k_1 \, gr \, \theta(x, y_1) + k_2 \, gr \, \theta(x, y_2) + \ldots\} - \{gr\, q_0 + gr\, q_1 \ldots\} - n + 1 .$$

Supponiamo $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 \ldots < \rho_\alpha$ e scriviamo i gradi rispetto ad x dei termini successivi delle funzioni

(6) $\theta(x, y_1)$ che sono $gr q_0, gr q_1 + \rho_1, gr q_2 + 2\rho_1, \ldots gr q_\varepsilon + \varepsilon\rho_1, \ldots gr q_{n-1} + (n-1)\rho_1$

$\theta(x, y_2)$ $gr q_0, gr q_1 + \rho_2, gr q_2 + 2\rho_2, \ldots gr q_\varepsilon + \varepsilon\rho_2, \ldots gr q_{n-1} + (n-1)\rho_2$

. . . . . .

$\theta(x, y_r)$ $gr q_0, gr q_1 + \rho_r, gr q_2 + 2\rho_r, \ldots gr q_\varepsilon + \varepsilon\rho_r, \ldots gr q_{n-1} + (n-1)\rho_r$

. . . . . .

Se fosse $gr\, \theta(x, y_1) = gr\, q_\varepsilon + \varepsilon\rho_1$ non $< gr\, q_{\varepsilon-\varkappa} + (\varepsilon - \gamma)\rho_1$, onde $gr\, q_\varepsilon + \gamma\rho_1$ non $< gr\, q_{\varepsilon-\varkappa}$ qualunque sia $\gamma < \varepsilon$, sarà ancora $gr\, q_\varepsilon + \gamma\rho_r$ non $< gr\, q_{\varepsilon-\varkappa}$ il grado di nessuna funzione $\theta(x, y_r)$ verrà espresso da termini della serie (6) che precedono quelli dipendenti dal numero $gr\, q_\varepsilon$, e nel valore

di $\mu - m$ resterebbero indeterminati i numeri $gr\, q_0$, $gr\, q_1$ .... Siamo quindi condotti a porre $g0(x, y_1) = gr\, q_0$ ed essendo conseguentemente

$$\mu - m = (k_1 - 1)\, gr\, q_0 + k_2\, gr\, 0(x, y_2) .... - \{gr\, q_1 + gr\, q_2 ....\} - n + 1$$

perchè i numeri $gr\, q_0$, $gr\, q_1$ .... si determinino per modo che $\mu - m$ assuma il minimo valore, dobbiamo essenzialmente supporre

$$gr\, q_0 = gr\, q_1 + \rho_1 + f(\rho_1) = gr\, q_2 + 2\rho_1 + f(2\rho_1) = ... = gr\, q_{k_1 - 1} + (k_1 - 1)\rho_1 + f(k_1 - 1)\rho_1$$

essendo $f(\rho_1)$, $f(2\rho_1)$ .... le minori frazioni positive che rendono interi i numeri ai quali si trovano aggiunte. Le addotte ragioni persuadono quindi doversi supporre (*)

$$gr\, 0(x, y_2) = gr\, q_{k_1} + k_1 \rho_2 = gr\, q_{k_1 + 1} + (k_1 + 1)\rho_2 + f(k_1 + 1)\rho_2 = ... = gr\, q_{k_1 + k_2 - 1} + (k_1 + k_2 - 1)\rho_2 + f(k_1 + k_2 - 1)\rho_2$$

$$gr\, 0(x, y_3) = gr\, q_{k_1 + k_2} + (k_1 + k_2)\rho_3 = gr\, q_{k_1 + k_2 + 1} + (k_1 + k_2 + 1)\rho_3 + f(k_1 + k_2 + 1)\rho_3 = ... = gr\, q_{k_1 + k_2 + k_3 - 1} + (k_1 + k_2 + k_3 - 1)\rho_3 + f(k_1 + k_2 + k_3 - 1)\rho_3$$

. . . . . .

e posto $k_1 + k_2 .... + k_z = \tau_z$ sarà in generale

$$(c)\quad gr\, 0(x, y_{z+1}) = gr\, q_{\tau_z} + \tau_z \rho_{z+1} = ... = gr\, q_{\tau_z + v} + (\tau_z + v)\rho_{z+1} + f(\tau_z + v)\rho_{z+1}$$

per tutti i valori $v = 0, 1, 2, ... \tau_{z+1} - \tau_z - 1$.

Vediamo ora a che si riduca la somma

$$gr\, q_{\tau_z} + gr\, q_{\tau_z + 1} .... + gr\, q_{\tau_{z+1} - 1} .$$

Considerando le frazioni rappresentate dal simbolo $f(\tau_z + v)\rho_{z+1}$, il numero delle quali è $\tau_{z+1} - \tau_z = k_{z+1} = n_{z+1}\mu_{z+1}$, supponiamo successivamente

$$\tau_z + v = i\mu_{z+1}, \quad i\mu_{z+1} + 1, \quad i\mu_{z+1} + 2 .... (i + 1)\mu_{z+1} - 1$$

essendo i qualsivoglia numero intero positivo. Siccome $\rho_{z+1} = \frac{m_{z+1}}{\mu_{z+1}}$ i valori

---

(*) Le condizioni, qui richiamate, sono pure richieste dal supposto sviluppo della funzione y.

corrispondenti del simbolo $f(\tau_z + r)\rho_{z+1}$ sono

$$\frac{0}{\mu_{z+1}} \ , \ \frac{1}{\mu_{z+1}} \ , \ \frac{2}{\mu_{z+1}} \ \ldots \ \frac{\mu_{z+1}-1}{\mu_{z+1}}$$

la somma dei quali è $\frac{1}{2}(\mu_{z+1}-1)$, epperò la somma di tutte le frazioni $f(\tau_z + v)\rho_{z+1}$ sarà $\frac{1}{2} n_{z+1}(\mu_{z+1}-1)$.

Avremo per conseguenza

$$gr\, q_{\tau_z} + gr\, q_{\tau_z+1} + \ldots + gr\, q_{\tau_{z+1}-1} = (\tau_{z+1}-\tau_z)\, gr\, q_{\tau_z} - \{1+2+3 \ldots + (\tau_{z+1}-\tau_z-1)\}\rho_{z+1} - \frac{1}{2} n_{z+1}(\mu_{z+1}-1)$$

$$= k_{z+1}\, gr\, q_{\tau_z} - \frac{1}{2} m_{z+1}\, n_{z+1}(n_{z+1}\,\mu_{z+1}-1) - \frac{1}{2} n_{z+1}(\mu_{z+1}-1)$$

quindi

$$(d)\quad \mu - m = \sum_{z=0}^{z=\alpha-1} \Big\{ k_{z+1}(gr\, q_{\tau_z} + \tau_z\, \rho_{z+1}) - k_{z+1}\, gr\, q_{\tau_z} + \frac{1}{2} n_{z+1}\, m_{z+1}(n_{z+1}\,\mu_{z+1}-1) + \frac{1}{2} n_{z+1}(\mu_{z+1}-1) \Big\} - n + 1$$

$$= \sum_{z=0}^{z=\alpha-1} \Big[m_{z+1}\, n_{z+1} \Big\{ n_1\mu_1 + n_2\mu_2 \ldots + n_z\mu_z + \frac{1}{2}(n_{z-1}\,\mu_{z+1}-1) \Big\} + \frac{1}{2} n_{z+1}(\mu_{z+1}-1) \Big] - n + 1 \ .$$

Affinchè sia $gr\,\theta(x, y_{z+1}) = gr\,.\,q_{\tau_z} + \tau_z\,\rho_{z+1}$ deve essere

$$gr\, q_{\tau_z} + \tau_z\, \rho_{z+1} \quad \text{non} < gr\, q_{\tau_u+v} + (\tau_u + v)\,\rho_{z+1}$$

qualunque sia l'intero positivo u non $> \alpha - 1$, e v non < 0, v non $> \tau_{u+1} - \tau_u - 1$, e siccome

$$gr\,\theta(x, y_{u+1}) = gr\, q_{\tau_u} + \tau_u\,\rho_{u+1} = gr\, q_{\tau_u+v} + (\tau_u + v)\,\rho_{u+1} + f(\tau_u + v)\rho_{u+1}$$

ne segue

$$(e)\quad gr\, q_{\tau_z} \text{ non} < gr\, q_{\tau_u} + (\tau_u - \tau_z)\rho_{z+1} + v(\rho_{z+1} - \rho_{u+1}) - f(\tau_u + v)\rho_{u+1} \ .$$

Se $z > u$ sarà $\rho_{z+1} > \rho_{u+1}$, il terzo termine del secondo membro della ineguaglianza (e) riceve il suo valore più grande ponendo $v = \tau_{u+1} - \tau_u - 1 = k_{u+1} - 1$, e sarà

$$gr\, q_{\tau_z} \text{ non} < gr\, q_{\tau_u} + (\tau_{u+1} - \tau_u - 1)(\rho_{z+1} - \rho_{u+1}) - (\tau_z - \tau_u)\rho_{u+1} - f(\tau_{u+1} - 1)\rho_{u+1}$$

ossia

$$gr\,q_{\tau_z} \text{ non } < gr\,q_{\tau_u} + (\tau_{u+1} - \tau_z - 1)\rho_{z+1} - (\tau_{u+1} - \tau_u - 1)\rho_{u+1} - f(\tau_{u+1} - 1)\rho_{u+1}$$

e fatto $u = z - 1$ ne segue

$$gr\,q_{\tau_z} \text{ non } < gr\,q_{\tau_{z-1}} - (k_z - 1)\rho_z - \rho_{z+1} - f(\tau_z - 1)\rho_z .$$

Se in questa ineguaglianza poniamo $z = 1$, q per cui $_{\tau_0} = q_0$, poi di seguito $z = 2, 3 \ldots$ e sommiamo fra loro i primi membri, e fra loro i secondi delle relazioni che ne risultano, concludiamo dover essere

$$(f) \quad gr\,q_{\tau_z} \text{ non } < gr\,q_0 - (k_1\rho_1 + k_2\rho_2 \ldots + k_z\rho_z) + \rho_1 - \rho_{z+1} - \{f(\tau_1 - 1)\rho_1 + f(\tau_2 - 1)\rho_2 \ldots + f(\tau_z - 1)\rho_{z+1}\} .$$

Se nella relazione (e) si finge $z < u$, per cui $\rho_{u+1} > \rho_{z+1}$, $\tau_u > \tau_z$, il termine moltiplicato per v è negativo, ond'è che posto $v = 0$, dovrà essere

$$gr\,q_{\tau_z} \text{ non } < gr\,q_{\tau_u} + (\tau_u - \tau_z)\rho_{z+1} - f(\tau_u\rho_{u+1})$$

ossia

$$gr\,q_{\tau_u} \text{ non } > gr\,q_{\tau_z} - (\tau_u - \tau_z)\rho_{z+1} + f(\tau_u\rho_{u+1})$$

e cambiata la z in $z - 1$, poi fatto $u = z$, sarà

$$gr\,q_{\tau_z} \text{ non } > gr\,q_{\tau_{z-1}} - k_z\rho_z + f(\tau_z\rho_{z+1})$$

per conseguenza

$$(g) \quad gr\,q_{\tau_z} \text{ non } > gr\,q_0 - (k_1\rho_1 + k_2\rho_2 \ldots + k_z\rho_z) + \{f(\tau_1\rho_2) + f(\tau_2\rho_3) \ldots + f(\tau_z\rho_{z+1})\}$$

e quindi ancora

$$(h) \quad gr\,q_0 \text{ non } < (k_1\rho_1 + k_2\rho_2 \ldots + k_\alpha\rho_\alpha) - \{f(\tau_1\rho_2) + f(\tau_2\rho_3) \ldots + f(\tau_{\alpha-1}\rho_\alpha)\} .$$

La condizione (h) limita il valore arbitrario del $gr\,q_0$: le $(f)(g)$ assegnano gli estremi fra i quali possiamo prendere il valore di ogni numero $gr\,q_{\tau_z}$: le equazioni (c) determinano assolutamente i valori conseguenti dei numeri indicati dal simbolo $gr\,q_{\tau_z+v}$.

LE SOCIETÀ SABINO-OSCHE

MEMORIA

DI FRANCESCO ROSSI

Letta in varie adunanze negli anni 1851-1853.

Lo stato delle Società sabino-osche come ci è rappresentato dalle notizie che se ne hanno e si può inferire da certe conseguenze che fanno supporre certi antecedenti, ci appare che sino ad un qualche tempo fosse di un medesimo o somigliante carattere. Di poi alcune di quelle assunsero un'altra forma, colla quale durarono anche a canto della società romana, e da questa furono nel seguito modificate ed infine eziandio nel suo sistema politico assorbite. Separando quest'ultimo loro stadio, che appartiene al sistema romano, si avrebbe nondimeno una seconda fase di vita propria di quelle, sicchè la presente questione potrebbesi come distinguere in due parti, dello stato primitivo, cioè, e del posteriore di queste società. Ma le notizie della condizione sociale dei popoli in discorso sono troppo scarse, perchè vi abbia materia per una giusta divisione di due periodi di vita sociale; laonde pare che sia più conveniente di compenetrare ogni notizia in un solo discorso che accenni ai diversi atteggiamenti della condizione sociale di questi popoli.

Prendendo ora a considerare il loro stato primitivo, trovasi che quel carattere comune, che fu loro attribuito, sarebbe principalmente rappresentato da un popolo solo, intorno al quale vi sono notizie dirette o si ponno fare induzioni sufficienti per tracciare i lineamenti principali del suo stato sociale, ma che circa agli altri non si conoscono per la più parte che fatti isolati, i quali però danno sentore di un modo di vivere somigliante al primo. Con queste indicazioni ci parve che nell'ordine da seguirsi in questa trattazione fosse da scegliersi questo popolo che esibirebbe più intero il suo sistema di società, e che intorno ai suoi diversi atteggiamenti legali si avessero a riferire secondo l'occorrenza quelli degli altri popoli di questa categoria.

Furono indicati in altro luogo (1) i popoli che vengono sotto al nome complessivo di queste società sabino-osche. Tra questi, il popolo che propriamente nominasi *sabino*, è quello che presenta più intero quel sistema ora avvertito, e quindi vorrebbe essere quello da scegliersi per fornire l'esempio della natura di queste società e per essere il centro del loro riferimento. Intorno a questo popolo adunque, secondo le notizie che occorreranno e con quell'ordine di derivazione o di prossimità che sarà possibile, saranno raggruppati gli altri popoli italici di questa categoria. Discendendo da poi all'esame dello stato interno della società tolta ad esempio, si vorrebbe seguire la medesima norma che fu indicata dove, discorrendo del diritto italico in genere, si parlò del modo con cui le diverse società di solito si presentavano primamente nella storia (2), cioè sarebbe da cominciarsi dallo stato più complesso della società per discendere a' suoi elementi. Ma, come fu anche allora accennato, si terrà conto del processo sintetico della formazione della società, e poichè nel caso attuale occorrono eziandio alcune notizie positive circa la condizione della famiglia ed i successivi suoi rapporti colla patriarchía, così si adoprerà di fare uso di queste indicazioni, discendendo dalla patriarchía nella famiglia, investigandone la condizione e seguendo la via per la quale questa s'intesse nella patriarchía; di poi si esporrebbe come le patriarchie si congiungano in società civili, indi in che modo si formarono le federazioni, le quali tra queste società non furono permanenti, chiudendo la parte direttamente legale col diritto delle genti.

Dopo di ciò verranno in questione secondo il loro emergere quegli altri elementi rappresentanti indirettamente l'idea del diritto allo stesso modo che fu osservato nella *Società Etrusca*.

Rapporti interni.

Considerando adunque la Società sabina propriamente detta, occorre che anche dopo che una parte del popolo se ne separò per confondersi coi Romani, essa si presenta in una forma che si può dire patriarcale. La sua origine è involta in un mito: è una vergine di alto lignaggio (3), forse una vestale (4), che ebbe commercio o fu stuprata da un dio, l'*Enialio* di Dionigi od il *Semo Sanco* o *Sabo*, divinità suprema dei Sabini, donde nasce un *Modio Fabidio*, il quale,

(1) *Giornale dell'I. R. Istituto*, Tomo V, (fascicoli 29.°-30.°), p. 351.
(2) Ivi, pag. 352.
(3) Dionys., *Antiq.*, II, 48.
(4) Pfund, *Altitalische Rechtsalterthümer in der römischen Sage*. Weimar, 1847, p. 1.

raccolta una mano di gente, fondò Cure. Siffatti casi delle vestali si racconta che avvenissero, per tacere di quello di Rea Silvia in Alba, anche a Lavinio, a Preneste ed in altri luoghi, ed il nome di *Modio*, di *Septimo Modio*, è riferito anche come quello del primo re degli Equicoli (1), donde taluno (2) porta opinione che fosse una forma pressochè comune delle origini delle società italiche. Lasciando stare le alterazioni della tradizione mitica che ponno trasportare al cominciamento della vita sociale un'istituzione religiosa che forse non poteva sorgere che in un certo stato di società costituita, e ritenendo quello che importa nella presente questione, si vorrebbe riconoscere in questo mito un certo consenso di queste genti a tenere la famiglia e la società come fondata per autorità divina, e però nel caso concreto del Modio Fabidio vi si vorrebbe scorgere la base del diritto divino positivo che resse la famiglia e la società sabina. Un'altra idea entra nel concetto del connubio ora raccontato, ed è quella delle forme violente della sua esecuzione; ma di queste circostanze, siccome anche del carattere religioso della famiglia, si dovrà tener conto dove occorrerà di ragionare più propriamente della famiglia sabina.

Pare che Cure sia stata il centro del popolo sabino, e che dal Modio Fabidio, suo eroe fondatore, o dalla riunione di quel popolo in quella terra fossero usciti diversi lignaggi, i quali, costituitisi in altrettante società, non avrebbero però avuto altro vincolo che quello della famiglia e delle famiglie derivanti da uno stipite comune, cioè della patriarchia. Questa forma di convivenza, oltre a certi fatti posteriori che la fanno congetturare, è anche inferita dalle asserzioni degli storici, i quali, più o meno decisamente dicendo che i Sabini abitassero ordinariamente in borgate aperte od in villaggi, sembrano escludere quella società civile, la quale sì per la quantità de' suoi componenti, come per la forma della sua convivenza, richiede un domicilio più ampio, ed avverte all'opportunità di assicurarla dagli assalti esterni, cioè suole dimorare in città murate (3).

---

(1) Val. Max., *de Nomin. Epit.* L. X, p. 211, ed. Lemaire.

(2) Pfund, *Altit. Rechtsalt.*, p. 3.

(3) Plut. *in Romol.*, c. 16. Οἱ δὲ Σαβῖνοι .... κώμας δὲ ᾤκουν ἀτειχίστους. Strab. V, p. 228. Liv., II, 62. La voce *Foruli* compare ancora in una iscrizione come *vicus*. V. Orelli, *Inscriptiones*, 3794.

Dionys., II, 49. ἐκ δὲ τῆς Ῥεατίνης ἀποικίας ἀποστείλαντες ἄλλας τε πόλεις κτίσαι πολλὰς, ἐν αἷς οἰκεῖν ἀτειχίστους. Vero è che qui Dionigi parla di città, ma tuttavia di città non murate; il che lascia non difficilmente interpretare che fossero borgate.

Oltre ai Sabini propriamente detti, anche i Sanniti sono rappresentati come vivessero in siffatti domicilii, siccome del pari i Marsi ed i Peligni (1).

Non pare che coteste patriarchie si riunissero in un modo permanente per formare una federazione od uno Stato civile: esse si stringevano in federazione per accidente, in certe determinate circostanze e con certe regole, di maniera che però si potrebbe dire che la federazione sussistesse come in potenza, in progetto, per essere recata ad effetto nella occorrenza di casi determinati.

Questa accidentalità di federazione che trasmuta questo vincolo come in un trattato di alleanza non consiglia di cominciare il discorso, come fu fatto per la *Società Etrusca*, dalle forme più comprensive di società, cioè dalla federazione, perchè qui questo atteggiamento politico appartiene piuttosto al diritto delle genti che al pubblico. Invece pare che sia da esordire dalla patriarchia, come il corpo che comprendeva nella vita ordinaria tutti i rapporti sociali.

Non si ha notizia se il capo di questa società o patriarchía fosse elettivo e venisse scelto tra i seniori del lignaggio, o fosse ereditario in una famiglia, la quale poteva essere quella che più direttamente discendesse dal capo stipite, ossia dall'eroe fondatore del popolo. Per verità pare che si richieda una ragione di più per uscire dalla famiglia diretta dell'eroe fondatore, e quindi la presunzione è che da cotesta, finchè sussisteva, non intervenendo altre cagioni, uscisse il capo-tribù o patriarca. Se questa mancava, le probabilità stanno per la scelta tra i seniori del lignaggio, finchè di questi capi-tribù non ne fosse uscito qualcuno che potesse dare alla sua famiglia il credito della famiglia del capo-stipite, chè allora per l'indole della patriarchía, che è un governo di famiglia, il patriarcato poteva tornare ereditario. Nelle società civili dei popoli oschi ed anche dei Volsci (2) il capo era nominato *medix* o *meddix* con ortografia più o meno diversa. Questo vocabolo tiene qualche somiglianza col *Modius* sabino, e l'etimologia di quest'ultimo nome inclina verso il significato di una distribuzione di grani, la quale se non è soverchio di trasmutare in una distribuzione di terreni, darebbe indizio che in cotesta patriarchia o

---

(1) Liv., IX, 13. *Samnites ea tempestate in montibus vicatim habitantes.*

Ap. Aristot. et Strab. κωμηδόν.

In quanto alle mura ciclopiche che s'incontrano nel loro territorio, esse furono tenute per opera dei Pelasgo-Tirreni (*a*), a meno che non si volesse col Niebuhr (*b*) negare alle popolazioni conosciute dalla storia nostra la potenza di innalzare questi edificj.

(2) Mommsen, *Die unteritalischen Dialekte.* Leipzig, 1850, p. 320.

(*a*) Micali, I, p. 20, tiene questi edifizj per opere possibili degli abitanti degli stessi luoghi.

(*b*) *Römische Geschichte.* Berlin, 1853, p. 98. *In der Unzulänglichkeit der Kräfte jener Völker liegt das Unbegreifliche.*

tribù i beni fondi, siccome le *heredia* di Romolo, erano singolarmente assegnati dal patriarca alle famiglie.

Nelle litanie delle tavole Eugubine si trova frequentemente la voce *totam Ijovinam, tote Ijovine,* la quale, secondo gli interpreti, vorrebbe significare ne' suoi diversi casi la città di Gubbio (1). Sotto a questo vocabolo di *tota* s' intende forse qui la città materiale; ma nel Bronzo di Rapino (2) le parole *totai maroueai lix* vorrebbero dire *legge per* od *in favore del popolo marneino,* e quindi la parola *tota* avrebbe colà un significato morale. Potrebbe essere avvenuto che questo vocabolo *tota* diversamente modificato e che trovasi anche in latino e significa un intero, un tutto, *totum,* da prima volesse dire *una riunione di uomini in società,* il che si accorda anche colla patriarchia, e che di poi, stabilendosi queste riunioni in qualche luogo fisso, indicasse anche la dimora materiale con certe condizioni di sicurezza. Così appo i Romani la voce *civitas* significò la società civile ed anche la città materiale.

Nei popoli di lingua osca si trova unito al nome di *medix* anche quello di *tuticus,* il che significa forse *capo o moderatore della società o città* (3); qualche volta quello di *decetasius,* al quale vorrebbesi attribuire il significato di edile (4). In osco si riscontra anche il vocabolo di *muniku,* che significa il *comune* (5). Questo comune sarà stato una società civile indipendente, uno stato; ma perchè di questi comuni ne vennero poi in dipendenza romana con relazioni d'isopolizia, ed il nome modificato alla latina (6) parve confermare colla sua presunta etimologia questo rapporto, così si credette anche che il *munikes* degli Osci ed il *municipium* dei Romani fossero la stessa cosa. Nondimeno questi nomi di *tota* e di *munikes,* se e quando indicano od hanno rapporto ad una società civile avente dimora fissa in luogo difeso, non apparterrebbero ai primi tempi del vivere sociale dei popoli in discorso, sì perchè, come fu già accennato, il governo patriarcale avrebbe prevalso in quel periodo del loro vivere, sì perchè anche i monumenti che rendono queste denominazioni sembrano indicare parimente un' età posteriore (7).

---

(1) *Aufrecht und Kirchhoff. Die umbrischen Sprachdenkmäler.* Berlin, 1850, 3 Heft, p. 6, 48, 49.

(2) Mommsen, *Die unterit. Dial.*, p. 340-41.

(3) *Idem*, p. 181, 278 e passim.

(4) *Idem*, p. 178.

(5) Nel Cippo Abellano. V. Mommsen, come sopra, p. 119 e segg.

(6) Varro. *De LL.*, edit. Müller, V, 179. *Municipium.*

(7) Delle tavole Eugubine, dove trovasi la voce *tuta,* quelle scritte in caratteri umbrici sono tenute non posteriori al IV secolo: e quelle in caratteri latini, intorno alla metà del VI secolo di Roma (*Aufrecht und Kirchhoff. Die umbr. Spr.*, p. 6), e perciò ponno essere dei tempi non primitivi di Roma.

In coteste tribù o patriarchie l'autorità di diritto divino del patriarca teneva unite le diverse famiglie e le dominava. Göttling (1), riferendosi ai Sanniti e citando il caso raccontato da Livio (2), quando intorno al partito da prendersi sopra i Romani fatti prigionieri alle forche Caudine fu consultato dal figlio imperatore il parere del vecchio padre Ponzio Herennio, vorrebbe insinuare che l'autorità dei seniori fosse sentita nelle cose di alta importanza. Ciò può essere vero; ma il caso riferito è troppo di carattere accidentale, ed i rapporti delle persone consultanti e consultate sono troppo tra loro speciali perchè questo fatto sia tratto in esempio di una consuetudine patriarcale.

Trovasi di poi asserito dallo stesso scrittore (3) che i sacerdoti fossero i condottieri della sciolta massa politica di queste popolazioni. Questa proposizione sembra riferirsi ad una condizione di popolo che fosse in rapporti sociali di un certo sviluppo. Ma al di là della patriarchia appo questi popoli non vi era che un' accidentale federazione, onde si dimanda, se poteva un siffatto ordine di sacerdoti che indica un carattere di permanenza, essere federale di questa guisa? Se ciò non pare probabile, si richiede di trovare la possibilità della sua sussistenza nel seno stesso della patriarchia. Ma un siffatto corpo si disse che fa supporre un certo sviluppo sociale, e nel caso concreto pare anche distinto dall'autorità sociale, ed è riputato che fosse eziandio di tanta dottrina, che da esso potè uscire quel Numa Pompilio, dottissimo di tutto il diritto divino ed umano ed istruito nella disciplina tetrica e triste degli antichi Sabini (4)! Queste circostanze per verità rendono poco verisimile questo fatto nella condizione, come ci appare, della patriarchia sabina. Tuttavolta chi dicesse che quando un popolo per circostanze speciali deve perdurare in una data forma di vivere, e che in questa forma deve pure acconciarsi ad assumere quegli atteggiamenti che soddisfino alle esigenze che nella lunga durata occorrono ad un popolo per i rapporti interni ed esterni, forse suggerirebbe una veduta che farebbe riconoscere probabile la sussistenza di un ordine sacerdotale anche nella patriarchia. Per tal modo i popoli sabini che forse per circostanze geografiche si dovettero rimanere assai tempo dentro le forme patriarcali, poterono forse, ubbidendo insieme a' motivi di speciale riverenza alla divinità, accomodarsi in maniera da rendere possibile tra loro la preallegata istituzione. Premessa una siffatta possibilità appo questi popoli, quando anche la qualità di sacerdote

(1) *Geschichte der römischen Staatsverfassung.* Halle, 1840, p. 10.
(2) X, 5.
(3) *Geschichte*, p. 14.
(4) Liv., I, 18. — Cf. Persius, VI, 2; Ovid., *Amor.*, III, 8.

non fosse ereditaria in alcuna famiglia, sebbene tra gli Umbri la gente Pompilia pare che fosse sacerdotale, vi dovevano però essere come dei seminarj o collegi d'istruzione per erudire quel Numa di tanta dottrina. Di fatto, pare che chi dedicavasi al sacerdozio entrasse, per riceverne l'istituzione, in un antichissimo santuario, forse della dea Egeria, nelle montagne patrie degli antichi Sabini, e colà si crede che fosse stato istituito Numa.

Egli è verisimile che il ministero superiore dei sacerdoti portasse già appo i Sabini il nome di pontefici (1), poichè i sacerdoti trovansi già sotto a Romolo, mentre Numa istituì il collegio dei pontefici come la propria sacerdotale suprema autorità. La scienza dei sacerdoti sabini consisteva, in riguardo al significato politico, nella dottrina degli augurj, alla quale apparteneva la scienza fulgurale. In questa scienza prevalse massimamente un popolo, come maestro, quello dei Marsi (2). L'interpellazione degli dèi prima d'ogni importante impresa era da essi nominata la pace degli dèi (*pax deorum*) (3). Con questa scienza essi guidavano il popolo. Sembra che cotesti ordini sacerdotali si redintegrassero colla *cooptazione*, da poi che quelli che dai Sabini furono trasportati in Roma si rendevano interi in questo modo. Il quale procedere, se era in usanza tra i Sabini, darebbe pure sentore d'importanza nell'ordine a cui era attribuito.

Ma se questi ordini erano distinti dall'autorità sociale, il patriarca od il capo tribù però non poteva essere ad essi estraneo, se per quei tempi e con quelle idee doveva mantenere la sua autorità nella tribù. L'ordine dei sacerdoti non avrà imperato direttamente in nome di una autorità propria sulla tribù, ma il capo di questa società sarà stato membro dell'ordine sacerdotale: potrà anche essere stato il più dotto, il più autorevole dell'ordine.

La famiglia sabina si formava con riti religiosi che avevano qualche somiglianza col connubio, donde nacque l'eroe che fondò la società. Il matrimonio era consacrato coll'acqua e col fuoco (4), due elementi che rappresentavano la casa nella quale era per entrare la sposa, e furono da poi presi per simboli di comunanza civile, da poi che l'esilio da una società civile era indicato per l'interdizione dell'acqua e del fuoco. Il matrimonio con quel rito era

---

(1) Quand'anche Servio (*ad Æn.*, XII, 538) indichi che *cupencus* in lingua sabina significhi *sacerdote*, pure potrebbe questo essere di specie subalterna.

(2) Cic., *de Divin.*, II, 33.

(3) Claudius ap. Liv., VI, 41. — Cf., XL, II, 2.

(4) Dionys., II, 30. — Cf. Rossbach, *Untersuchungen über die römische Ehe*. Stuttgart, 1853, p. 175.

ritenuto per santo, dice il Göttling (1), ed il marito non poteva scioglierlo. Per verità, non si vede come questo autore possa direttamente asserire questo divieto di soluzione, perchè dal luogo di Plutarco (2), su di cui pare che si appoggi, risulta soltanto che al marito era ritolta la donna, quando per la sua dappocaggine se ne rendeva indegno. Ma se il matrimonio sabino era santificato dalla religione, è di conseguenza logica che ciò che era fatto o sancito da una autorità superiore, ossia dalla divinità, non potesse essere disfatto da una inferiore, cioè dagli uomini. Se non che la mente degli uomini, che era la formatrice di queste religioni, trovava da poi gli espedienti od i sutterfugi per accomodare quelle transazioni che il vivere della società veniva introducendo.

Quando la vergine sabina dopo quel rito era data in mano dello sposo, questi colla punta della sua lancia provata in guerra (3) le separava i capelli della fronte, di poi la portava sulle sue braccia a casa; il tutto in segno che era data in mano ed in potere del marito (4). Il mito della vergine o vestale di Cure può avere suggerita questa idea e forma di cerimonie, o piuttosto i costumi violenti e guerrieri del popolo hanno fatto immaginare il mito e la sua imitazione. Questo atto di forza dava per avventura indizio che la forza era tenuta per fonte di diritto. Pare anche che i simboli della conquista fossero riguardati come le migliori forme di espressione del diritto, poichè i modi di acquisto o di possesso si rappresentavano qui con questi simboli. I beni di lancia, *τὰ δορύκτητα*, furono in effetto considerati come legittimi, e forse i più legittimi (5). Come avvenne adunque che la forza diventasse espressione del

(1) Geschichte, p. 8.

(2) *Romol.*, 15.

(3) *Cœlibari hasta* ap. Fest.

(4) Il Rossbach nel luogo citato, a pag. 175, accenna diverse varianti di rito, delle quali alcune non sono pure nemmeno da lui giustificate. Egli ammette l'uso dell'asta a separare i capelli, ma essa era non militare, ed ammette pure il trasporto dello sposa alla casa maritale, ma non per opera del marito. Questi simboli, che sono però tenuti di violenza, sono indicati da Plutarco (*Romol.*, 15), e pare che le asserzioni degli scrittori succitati siano fondate sull'autorità di lui; ma egli ne ragiona per occasione del ratto delle Sabine e li attribuisce alle nozze romane. A malgrado di ciò non pare troppo arrischiato il dire che siffatti simboli potessero anche trovarsi nei riti nuziali sabini, se il popolo sabino, come è in effetto rappresentato, si trovava nelle condizioni storiche di sopra indicate. E basterebbe per questa questione che un qualche simbolo di violenza si scorgesse in questi riti; poichè qui si riguarda all'idea del diritto, e non già agli accidenti di fatto che sono indifferenti per il carattere essenziale di questa idea.

(5) Ἀντιπροκαλούμεθα τὲ ὑμᾶς εὖ βουλέσθαι τα δικαῖα ποιεῖν, ἐκχωρεῖν Φρεγέλλης, ἣν πρὸ πολλοῦ πολέμῳ κρατησάντων (ὥσπερ ἐστὶ νόμος κτήσεος δικαιότατος) etc.

Dionys., L. VI, c. XII, edit. Maj.

diritto? Questa questione, che ha cominciato col genere umano, dura tuttora, se non in teorica, almeno in pratica. Cosa singolare poi, che mentre il genere umano ha consentito in astratto a riguardare di buono, anzi del migliore acquisto il bene conquistato in guerra, ha sempre protestato contro questo procedere quando ne diveniva vittima in concreto. Questo potrebbe indicare che l'uomo ha pur sempre il senso di giustizia, e che questo senso è più specialmente da lui avvertito, quando avviene la violazione di quella sopra sè stesso. Ma non vi sarebbe qui uno scambio tra il senso di giustizia ed il dolore? Pare di no, perchè il genere umano non ha mai protestato contro la legittimità delle pene inflitte con giustizia. Il genere umano avrebbe adunque sempre avuto il senso di giustizia; ma quando si trovò in termini che il domicilio sulla terra, che i mezzi di sussistenza, questi supremi bisogni della vita, non potevano essere acquistati che colla forza, esso la adoperò; e se egli credette che la vita era pur cosa che gli competeva, potè pur credere che la forza in quel caso gli fosse legittima, e nel conflitto del procurarsi il vivere, potè pur credere ancora che i più forti che l'ottenevano fossero nel buon diritto. Ma perchè il genere umano ebbe anche il sentimento della giustizia, potè credere ancora che cotesti forti fossero quei buoni, quei benemerenti, quei viventi secondo i cenni della divinità (*juxta numina divum*), a cui questa avesse donato in premio la forza prevalente. Così i buoni sarebbero divenuti i forti, ed i forti da poi, siccome forti, sarebbero stati tenuti per i migliori, ed implicitamente anche per giusti. Considerata la guerra sotto il punto di vista ora esposto, essa risulterebbe come una specie di duello giudiziario tra le nazioni, e la vittoria una sentenza. Così quei mezzi che furono necessarj per i supremi bisogni della vita, sarebbero stati come accordati dalla divinità ai forti, e però tenuti per legittimi, e l'importanza del fine che si voleva raggiungere attribuì ai modi di ottenerlo un grado di eccellenza che i pericoli sostenuti e la vittoria aumentavano ancora di più nella opinione degli uomini, e così i modi della conquista poterono essere riguardati come le migliori forme generali di acquisto, come i simboli esemplari dell'acquisto dei diritti, siccome appajono nelle nozze sabine.

Debbesi qui però osservare che, quand'anche nella opinione di quegli uomini i forti potessero essere tenuti per buoni, la questione era però inadequatamente ristretta al solo punto di vista del vincitore, chè la causa non era trattata tutta intera, perchè non era sentita nelle sue deduzioni la parte che soffriva. Tuttavia questa parte soffrente, che pur aveva per patrono l'intimo senso di giustizia del genere umano, questa parte che protestava ne' suoi patimenti contro l'abuso della forza, presentava pure talvolta i suoi gravami attraverso alle conseguenze della vittoria, e qualche volta pare che ottenesse anche in

mezzo al predominio della forza qualche segno o simbolo di riparazione anche in teoria (1).

La sposa sabina, che per queste forme di forza sembrava che venisse tutta in potere del marito, non sarebbe però stata costituita interamente in questa condizione, poichè è detto (2) che il penso domestico che poteva esserle attribuito dal marito era limitato dalla consuetudine. È forse questa una di quelle modificazioni che i costumi che si mitigano introducono nelle famiglie lasciando intatte le primitive forme, e questa limitazione di lavoro segna forse un periodo, ma non comprende tutti quelli della condizione della moglie nella famiglia sabina.

Non occorre di avvertire che era negata al marito la facoltà di sciogliere il matrimonio, poichè questo nodo era stato formato per una autorità divina. Ma il Göttling (3) dice che un consiglio di famiglia aveva questa facoltà. Questo autore sembra però che asserisca un tale intervento facendo induzione dal fatto raccontato da Plutarco in Romolo; 15, dove leggesi che la moglie era ritolta al marito quando se ne rendeva indegno. Se la cosa così fosse, occorrerebbe qui un altro elemento da considerare, ed è il motivo della soluzione. Cotesta indegnità del marito pare che potesse essere la sua incapacità a formare od a mantenere la famiglia nella condizione comune. Si vedrà più sotto, quale poteva essere questa condizione. Intanto qui vorrebbesi asserire, se tale era il motivo, che tutto il lignaggio potesse essere interessato in questa questione, e potesse quindi essere per interesse e per autorità di lignaggio che il consiglio di famiglia ritogliesse la moglie al marito indegno. Per tal modo quel consiglio avrebbe rappresentato il lignaggio, ed il lignaggio sarebbe penetrato nella famiglia. Se il lignaggio penetrava nella famiglia a sciogliere il matrimonio, lo avrà fatto col carattere del diritto divino, giacchè è da credersi che l'autorità del lignaggio o la patriarchía vestisse questo carattere; e così ciò che da prima sarebbe stato formato con quel diritto, poteva dal medesimo essere disfatto.

L'ingerenza dell'autorità di lignaggio o della patriarchía nella famiglia appare più manifesta appo i Sanniti, dove raccontasi che i loro lignaggi, che

---

(1) Se ne vedrà un esempio più sotto al proposito del culto della dea Feronia.

(2) Göttling, *Geschichte*, etc., p. 9. Ma questo autore si appoggia ancora a Plutarco (*in Romolo*, 15), dove si tratta di una condizione apposta dai Sabini, i quali conchiudendo la pace coi Romani dopo il ratto, ottennero che alle mogli sabine non fosse dai mariti imposto altro lavoro oltre il lanificio. Argomentando per analogia però si potrebbe credere che questa condizione fosse imposta, perchè tale era l'uso domestico nella famiglia sabina.

(3) *Idem*, p. 9.

erano verosimilmente dieci in numero (1), sceglievano ogni anno dieci garzoni dei più valorosi e dieci fanciulle delle più belle, i migliori e le migliori, e li congiungevano in matrimonio, e di poi, secondo l'egual merito, per gradazione accoppiavano i rimanenti. Se il marito degenerava, la sposa gli veniva ritolta (2) per l'autorità del lignaggio. Ritorna qui ancora la soluzione del matrimonio per indegnità del marito, ed il probabile intervento della patriarchia in questo affare. Considerando ora quale potesse essere cotesta indegnità o meglio, come fu accennato di sopra, l'incapacità a formare o mantenere la famiglia nella condizione comune, vuolsi por mente allo stato di società, cioè di civiltà o barbarie di quei popoli, ed ai rapporti in cui vivevano cogli altri. Coteste società erano frequentemente in guerra tra loro, e la loro forza si costituiva essenzialmente della forza delle famiglie. Non era quindi indifferente a tutto il lignaggio ed al suo governo o patriarchía, che tale o tal famiglia si disorganizzasse, o che non eresecesse in quel vigore che era richiesto dall' interesse comune. Il vigore e l'ordine nelle famiglie poteva o meglio doveva essere quella condizione comune di sopra avvertita in questo stato di società, epperò quel marito e quel padre che non era capace di prestare questa condizione, doveva essere tenuto indegno della famiglia e del matrimonio in questo ordine di cose. Ma questa condizione di famiglia interessava, come fu già avvertito, tutta la società od il lignaggio; quindi la soluzione del matrimonio per siffatta indegnità doveva procedere dall' autorità del lignaggio o dal patriarca, ossia doveva essere un atto di diritto pubblico tribale o patriarcale che interferivasi nel diritto privato della famiglia. Nè valga troppo l'asserzione, che questa soluzione operavasi per un consiglio di famiglia, il che sembrerebbe ridurre la transazione nel recinto domestico, perchè se un siffatto motivo di soluzione interessava tutto il lignaggio, come veramente lo interessava, l'autorità patriarcale non poteva essere indifferente intorno alla sua esecuzione, e doveva quindi ad ogni modo, direttamente od indirettamente, tenerne il governo, e tenerlo in quelle forme che sono proprie del suo carattere, cioè anche coi modi del diritto divino (3). Il consiglio

(1) Le dieci tribù dei Tizj della città romana. Anche il passo di Livio, X, 38, conduce a questo numero. (*Primoribus Samnitium ea detestatione obstrictis, decem nominatis ab imperatore*, etc.)

(2) Strabo, V, 250.

(3) Da ciò si deriverebbe la facoltà di sciogliere un matrimonio contratto coi riti del diritto divino.

di famiglia non avrebbe quindi operato implicitamente od esplicitamente che per delegazione del patriarcato.

La famiglia sabina aveva clienti. Il fatto di Appio Claudio che da Regillo in terra sabina venne a Roma co' suoi clienti, e quivi risultò il capo-stipite della gente Claudia, ne dà una prova (1). Le conquiste e le occupazioni di territorio che facevano le popolazioni uscite dai Sabini, siccome i Piceni, i Sanniti, i Lucani, lasciano supporre che avessero anche dei veri censuali o vassalli di campagna. Se i Bruzj sono vassalli lucani, che non potendo più tollerare la loro condizione emigrarono in massa, confermerebbero questa congettura.

La famiglia sabina co' suoi clienti, e verisimilmente col suo patrimonio, costituiva un ente distinto nel lignaggio, ed i lignaggi in certi casi d'interesse comune si riunivano, come fu indicato, in accidentale confederazione. Questi rapporti ponno essere rappresentati dai nomi degli uomini. I nomi sono dati dagli uomini per un qualche rapporto, come fu detto altrove, e quando il nome è permanente, suole essere desunto da un rapporto permanente (2). Si dice che gli Osci avessero i tre nomi come i Romani (3), ma che assai frequentemente, come nelle antiche iscrizioni romane, mancavano del cognome. Nella figliazione dei nomi per i rapporti genealogici, questi tre nomi rappresenterebbero i tre rapporti dell' individuo nella famiglia, della famiglia nel lignaggio, e del lignaggio nella riunione dei lignaggi; e con ciò si avrebbe una conferma della costituzione genealogica di questi popoli per lignaggi o tribù o genti, che si vogliano chiamare, con quell' accidentale riunione di lignaggi che fu accennata. Ma non sempre è necessario di pronunziar tutti questi nomi, chè gli uomini si ponno intendere e s' intendono anche senza qualcuno di essi. Vuolsi però avvertire circa all' omissione del cognome mentre occorreva il nome, cioè circa all' omissione del nome di famiglia, essendovi quello di lignaggio o di gente, che ciò che fu nome di gente in un' epoca, può essere stato di famiglia in altra antecedente. Nella figliazione genealogica dei nomi il nome del capo stipite diventa

---

(1) Il vocabolo *famel, famulus* (*a*) dà indizio di un ordine di persone subordinato ad altre nella famiglia. L' unione di questi *famel* o *famuli* costituiva propriamente quella famiglia che stava in servizio di un' altra superiore.

(2) I nomi ponno rappresentare questo rapporto nel loro significato, come fu accennato nei nomi etruschi; ma ponno anche rappresentarlo per il solo loro carattere di distinzione, siccome avviene oggidì coi nomi di battesimo dei Cristiani, i quali valgono a distinguere tra loro gl' individui di una famiglia che sta sotto un cognome comune, e ciò basta per il loro scopo, sebbene per il loro significato non esprimano alcun rapporto domestico.

(3) Mommsen, *Oskische studien*, p. 69.

(*a*) Festus, Famuli *origo dependet apud Oscos, quod servus* famel *nominabatur, unde* familia *vocata.*

nel seguito nome di famiglia, e quando le famiglie crescono in modo da essere considerate come una tribù, può rimanere per tutte come il nome della famiglia primitiva, e diventa così il nome di gente; ma le famiglie allora si sottodistinguono tra esse coi nomi, p. e., dei loro rispettivi capi-stipiti, i quali diventano del pari cognomi di famiglia. Così quel nome osco o romano che nei tempi posteriori potè essere tenuto ed era in effetto nome di gente, non era ancora, quando era attribuito, p. e., a Numa, ed era Pompilio, che nome di famiglia. Il che quindi non toglie che quando si pronunziano soltanto due nomi genealogici di un individuo, sia più naturale che occorra di preferenza il nome di famiglia che quello di gente, perchè il primo rappresenta più da vicino, più evidentemente l'individuo che non il secondo. Di fatto, quando s' incontra *Cajus Cæsar*, e *Quintus Cicero*, si trova che il primo è prenome, cioè nome d' individuo, ed il secondo è cognome, cioè nome di famiglia. Vuolsi aggiungere ancora che questi popoli vivendo più spesso per distinti lignaggi che non in riunione di lignaggi, non avevano bisogno nella loro vita abituale di portare quel nome di lignaggio che li distinguesse nella riunione generale, bastando ad essi quel nome di famiglia che li distingueva nel lignaggio. Nella vita civile delle città campane, se questi popoli trasformarono i lignaggi della vita patriarcale in divisioni di tribù o genti della società civile, ponno aver portato più facilmente, come è probabile, i tre nomi, che esprimevano allora i tre rapporti della loro vita abituale, del pari che i Romani.

Parlando della condizione della famiglia fu or ora avvertita l'ingerenza che l'autorità del lignaggio vi potè esercitare nelle cause matrimoniali, facendo così un atto che tiene del diritto pubblico. Ora vorrebbesi più decisamente uscire dalla famiglia per rintracciare nel lignaggio, o quando che fosse anche nella città, i rapporti del diritto privato. Ma qui non accade di riscontrare altro, sia nella parte criminale che nella civile, che una consuetudine di procedura, la quale può ben chiamarsi per duello. Se non che una norma di procedura è anche una parte di diritto pubblico, non in quanto che è un modo con cui i privati esperimentano avanti i tribunali i loro diritti, ma perchè è un atto espresso o tacito dell'autorità sovrana verso tutti i cittadini che determina i modi con cui debbano esperimentare i loro diritti nella società civile. Un indizio di questa procedura per duello occorre in un brano di Stobeo (1), dove si asserisce che

(1) Stobæi Joh. *Sententiæ*. Tiguri, Frosch, 1559. Serm. X, pag. 133, lin. 5. Ὀμβρικοὶ ὅταν πρὸς ἀλλήλους ἔχωσιν ἀμφισβήτησιν, καθοπλισθέντες ὡς ἐν πολέμῳ μάχονται, καὶ δοκοῦσι δικαιότερα λέγειν οἱ τοὺς ἐναντίους ἀποσφαξαντες.

gli Umbri quando hanno tra loro qualche contesa, si armano e combattono come in guerra, e sono ritenuti aver ragione quelli che ammazzano i loro avversarj. Se l'Umbria nell'opinione dei Greci si estendeva in giù nella bassa Italia (1), se gli Umbri ed i Sabini sono un medesimo popolo, come dice il già citato Zenodoto di Trezene (2), lasciando da parte per ora le scoperte e le induzioni linguistiche che tendono a stabilire almeno una assai stretta parentela tra questi popoli, vi sarebbe qualche motivo per credere che questo costume fosse esteso tra queste popolazioni. Nicolò Damasceno dicendo in qualche luogo che i Lucani si fanno giustizia da sè, siccome di alcune altre ingiurie, così anche per il lusso o la profusione e per l'ozio (3), sembrerebbe confermare questa opinione. Dove è da osservarsi la qualità della materia che veniva in contestazione, cioè il lusso o la profusione e l'ozio o la dappocaggine, cioè quei peccati che non erano una lesione di diritti, ma tendevano a corrompere ed a rendere fiacca una società che voleva essere robusta e bellicosa. Notabile cosa in questa contingenza sarebbe che il privato si faceva come uffiziale pubblico anche in una materia non di stretto diritto, ma di convenienza e di utilità sociale. Continuando sul duello, si racconta ancora che appo gli stessi Sabini ad un santuario di Egeria si praticasse un duello sacerdotale. Dalle cose sin qui dette emergerebbe che, presso gli Umbri certamente, e presso altri popoli di questa stirpe probabilmente, una specie di duello giudiziario avesse luogo. Ma anche in altri paesi si trova questo costume nella antichità. Erodoto riferisce che gli Jonj dell'Asia Minore prima dell'ordinamento di Artaferne, satrapo di Sardi, trattavano le loro querele non nei tribunali, ma colle armi (4).

Il duello in queste circostanze è un atto di forza ed insieme è tenuto per un mezzo di certificazione. Se gli uomini in un certo stato del loro sviluppo intellettuale hanno potuto credere che i forti, per ciò che erano forti, fossero in grazia della divinità, l'idea di giustizia potè essere confusa con quella di forza, e quindi il successo della forza potè essere tenuto per una aggiudicazione di giustizia, per legittimo. Fu già accennato di sopra, al proposito delle nozze sabine, come poterono generarsi queste idee. Ora se i beni di lancia o di conquista hanno potuto trovare nell'opinione degli uomini in certi tempi un appoggio in diritto, la vittoria in un duello è un fatto della medesima

---

(1) Vedi *Memorie dell'I. R. Istituto*, Tomo IV, pag. 175-176. Ivi è detto che gli Umbri occupassero primamente grande estensione di terra italica.

(2) καὶ μεταβαλόντας ἅμα τῷ τόπῳ τοὔνομα καὶ Σαβίνους ἐξ Ὀμβρικῶν προσαγορευθῆναι.

(3) Λευκανοὶ δικάζονται ἀλλήλους ὥσπερ ἄλλου τινὸς ἀδικήματος οὕτω καὶ ἀσωτίας καὶ ἀργίας.

(4) In Erato, cap. 42, ed. Baehr. Lipsiæ, 1834: ἵνα δοσίδικοι εἶεν.

indole ridotto alle proporzioni individuali; e quindi in tempi del medesimo carattere gli uomini poterono logicamente riguardare il successo in questo combattimento come l'espressione di una sentenza di Dio.

Non vi ha sentore che nell'antichità vi fossero altre procedure giudiziarie, siccome per il fuoco, per l'acqua bollente, alla foggia dei giudizj di Dio del nostro medio evo. Se ciò fosse stato, la questione delle prove si trasporterebbe allora in un altro campo, cioè in quello della divinazione. La divinazione nella sua indole, proponendosi di conoscere l'intenzione della divinità, le pone come delle condizioni circa al modo di manifestarla, e questi sono i mezzi che essa adopera nell'interpellarla. Il duello potrebbe pur essere uno di questi mezzi per conoscere il giudizio della divinità intorno al diritto di due contendenti, ed allora svestirebbe il primitivo suo carattere di forza aggiudicante per assumere quello di criterio divinatorio. Nel nostro medio evo, di fatto, il duello trovandosi nella procedura giudiziaria in compagnia cogli altri criterj del fuoco, dell'acqua bollente e simili, pare che assumesse questo ultimo carattere. La facilità della procedura per divinazione, o piuttosto l'incapacità in tempi di barbarie di trovare un sistema probatoriale coi mezzi i più opportuni allo scopo giuridico, fece per avventura rivolgere le menti all'intervento della divinità nei criterj di certezza. Ma tuttavia il duello potè rimanere per sè come un giudizio di Dio in nome della forza che vince, e pare che l'antichità lo usasse secondo questo concetto. Fa meraviglia però come un concetto di questa fatta così conforme alle idee dei tempi di barbarie abbia lasciato così pochi esempi del suo effettuarsi in quei periodi della antichità. Se non che vi hanno traccie nei linguaggi che presso qualche popolo, anche dove non appare il duello nella storia, vi potesse essere praticato in qualche modo in un tempo anteriore, perchè il combattere pare che sia stato tenuto per un criterio di certezza, e quindi per un mezzo di prova. Nella lingua latina di fatto la voce *certum* è della stessa famiglia del *certare* e *certamen*, e nelle lingue germaniche il vocabolo *wahr, vero*, è affine col *wehren, difendersi* anche colle armi nel tedesco, ed è omofono colla parola *war, guerra*, nell'inglese.

Fin qui queste popolazioni furono considerate come che vivessero in società distinte di lignaggi; ma vi ha qualche apparenza che taluna di esse si riunisse in legame permanente di più ampia società, poichè trovansi delle monete, p. e., col nome comune del popolo lucano, e riscontrasi qualche iscrizione che accenna ad una società comune del medesimo popolo (1). A ciò vuolsi

(1) Corcia, *Storia delle due Sicilie*. T. III, p. 26. — Friedländer, *Die oskischen Münzen*. Leipzig, 1850, p. 57. — *Vereias lukanateis* (*reipublicæ lucanatis*) leggesi in una iscrizione di bronzo citata dal Mommsen: *Die unterit. Dialekte*, p. 169, 258.

aggiungere anche l'iscrizione del bronzo di Rapino (1), dove tra le altre leggonsi le parole *totai maroucai lix*, cioè *legge per il popolo marucino*, come viene interpretato; il che potrebbe significare che tutti i lignaggi marucini facessero società comune. Ma dall'altro canto trovasi che anche le monete osche campane portano l'iscrizione *kampano, dei Campani* (non della sola Capua che ha il nome di *Kapfa*), e nondimeno è noto per la storia che le città di quella regione reggevansi per governi distinti. Ciò posto, si può accogliere che taluno di questi popoli riducesse veramente i suoi lignaggi in società comune permanente, come, p. e., il Lucano; ma può anche essere avvenuto, che questi lignaggi si riunissero, oltre al caso che sarà considerato nella federazione, per uno scopo comune accidentale o non permanente, come, p. e., per un atto comune di culto nel caso dei Marucini, che per una specie di legato pio avevano a fare un sagrifizio a Giove di Monte Tarino, ed anche per usare di una zecca comune, la quale di per sè può dare un'apparenza di stabile comunità a siffatte riunioni (2).

Se la società comune era permanente, si ha qui già una formazione o di una federazione permanente di lignaggi o di una città. Presso i Sanniti, i quali sono rappresentati come durassero assai tempo nel regime patriarcale, Livio rammenta pure dei concilj, e qui è da notarsi ch'egli adopera il medesimo nome per indicare certe riunioni in Etruria che noi abbiamo adoperato di dimostrare, che fossero adunanze regolari politiche (3). Tuttavolta per siffatta denominazione non si può escludere ancora al tutto il regime patriarcale, perchè cotesti concilj, se non erano quella assemblea federale che corrispondesse in casa all'atteggiamento dei lignaggi in guerra federale al di fuori, il che non pare che fosse per l'espressione stessa di Livio che accenna a riunioni molte e distinte, potevano pure essere quelle assemblee di capi di

---

(1) Vedi *Memorie dell'I. R. Istituto*, Tomo IV, pag. 227.

(2) In riguardo ai Campani si trovano monete colla iscrizione greca ΚΑΜΠΑΝΩΝ, le quali, secondo il Friedländer, sarebbero state coniate da quelle truppe mercenarie campane che s'impadronirono in Sicilia di Entella, Etna e Nakona. Altre monete campane con iscrizione greca sembrano essere state coniate in qualche città greca della Campania, poichè i tipi accennano a Napoli ed a Cuma. (Friedländer, *Die Osk. Münzen*, p. 33). Anche con questi documenti si avrebbe una conferma che il nome collettivo di Campani non rappresentasse una società unica, permanente, di tutti i popoli campani.

(3) Liv., VIII, 39: « Hoc demum prælium Samnitium res ita infregit, ut omnibus *conciliis* fremerent. » — Della Società Etrusca. Vedi pag. 44 e seg. di questo stesso volume.

famiglia, coi quali il capo di tribù in certi casi gravi prendesse, sia pure in modo consultivo, le sue deliberazioni.

Ma finalmente anche coteste popolazioni, se non appare di tutte in modo evidente, di parte almeno vi ha certezza che passassero in regolare società civile. Gli Umbri primamente, quelli che vissero distinti dagli Etruschi, rendono cenno nelle loro Tavole Eugubine (1) di avere città e fortezza, e però danno a credere che fossero costituiti anche in società civile. Nella Campania parimente pare che l'influenza greca ed i precedenti ordini etruschi abbiano fatto che i Sanniti invasori si costituissero in società civili, nelle quali vissero separatamente per governi distinti, come fu avvertito or ora. Il fatto di società civili costituite da cotesti popoli appare anche da diverse altre indicazioni delle loro lingue. Il vocabolo *Meddis* (2) occorre con diversa modificazione in lingua osca e volsca, e se mai ebbe origine nei tempi patriarcali, mostrasi però nel seguito come la denominazione di magistrato in genere. Ma esso riceve di solito un aggettivo, e allora indica un magistrato determinato. Così il *Meddis tuvtieus* a Capua, ad Ercolano, a Pompei, a Boviano, vorrebbe dire il magistrato, il preside della città o del comune, da *tout, tovt, tuvt, totus,* città, comune, *tuvtieus,* della città. Vi ha a Nola un *meddix decctasius,* il quale si vorrebbe interpretare per un corrispondente dell'edile (3). Presso i Volsci di Anzo occorre un *Meddis* e presso quelli di Velletri un *Meddix sistiatens.*

Assai frequentemente compare a canto al *Meddix* il questore in Pompei *Kuaistur Pumpaiians.* Anche in Abella (4) occorre un *Kvaisturei Abellanui,* dove egli tratta col *Meddix* di Nola. Vuolsi qui anche avvertire che il questore riscontrasi anche nelle iscrizioni umbriche. Gli edili sono soltanto rammentati nel frammento pompejano XVI *Aidi,* nel quale sembra trattarsi di determinazioni di confini. In ogni caso questi magistrati inferiori non sembrano essere stati toccati dalla guerra sociale, la quale pose i duumviri in luogo del *Meddix.*

Oltre i magistrati occorrono alcuni corpi politici. Pare che i senati fossero costituiti in tutte le città osche. Di Capua è noto, e di Nola e di Abella si trova cenno nel Cippo Abellano (5). In Pompei si trova invece del senato il *conventus.* Ma se nei reggimenti di città il senato era un'istituzione che poteva

(1) *Tutaper Jkuvina*, cc., per la città di Gubbio. Aufrecht und Kirchhoff, *Die umbr. Sprachd.* 3 Heft., p. 6, 48, 49.

(2) Festus, *Meddix, Magistratus.*

(3) Il supremo magistrato di Nola chiamasi (ap. Liv., Epit. 75) *prætor.* Mommsen, *Nachträge zu den osckischen Studien.*, p. 65. V. del medesimo anche *Die unterit. Dial.*, p. 254.

(4) Nel Cippo Abellano.

(5) Mommsen, *Oskische Studien*, p. 80.

naturalmente sorgere per sè, il suo nome romano e le altre magistrature pure con nome romano ponno essere indizio di un'influenza romana, la quale era stata già grande in Italia prima della guerra sociale.

Nel Cippo d'Abella inscritto in lingua osca si ha un caso pratico di alcune condizioni inerenti all'esistenza delle città osche della Campania e del loro diritto se non internazionale, almeno pubblico tra le città libere (1). Il tenore di esso dopo l'esordio comincia colla determinazione principale che il tempio di Ercole sul confine col suo territorio e co' suoi frutti debba appartenere in comune ad ambedue le città di Abella e di Nola; che la raccolta debb' essere probabilmente procurata in comune da ambedue. Dopo una lacuna, il cui tenore non è più riconoscibile dai frammenti, segue la disposizione, che dentro dei confini del tempio di Ercole niuno assegno di terreni per parte delle due città debba aver valore, ma sì lo possa al di là di questi confini, di maniera che fin dove arriva il confine proprio nolano, il terreno assegnato, come è assegnato, appartenga ai Nolani, e parimente agli Abellani quello dentro del loro confine; ma dentro dei confini del tempio niun Abellano nè Nolano possa possedere un terreno assegnato. Il tesoro conservato nel tempio possa essere aperto soltanto per deliberazione comune. Quello depostovi da una parte, debba esserle rimesso dall'altra senza processo. Il confine tra Abella e Nola da una parte e dall'altra debb'essere munito di lapidi terminali.

Queste città compajono in questo documento come Stati di egual diritto, coi loro magistrati indigeni e col loro senato; esse hanno un tesoro sociale, il quale è conservato in un tempio comune sopra terreno neutrale, siccome la federazione od alleanza dei Greci aveva il suo tesoro nella neutrale Delo, e le città federate Spina e Cere tenevano il loro tesoro sociale nella lontana Delfo. Queste città strinsero tra loro trattati pubblici, per i quali il senato nomina o fa nominare ambasciatori; esse hanno un agro pubblico, del quale la divisione od il tramutamento in proprietà privata è condizionato, come in Roma, ad un decreto del senato. Vi ha una somiglianza in questa costituzione colla romana, dove l'amministrazione degli affari esteri e delle finanze era attribuita al senato.

L'ordinamento di queste due città era egli la ordinaria naturale indipendente costituzione comune delle città italiche? Lo avrebbe potuto essere per naturali rapporti di coteste città: ma qui la comunanza di costituzione, se c'era, potè essere stata cagionata anche da una influenza esterna. Quivi occorre un senato operante come sovrano, ed il senato in Nola fu investito dai

(1) Momm., *Osk. Stud.*, p. 80. V. anche *Die unt. Dial.* del medesimo.

Romani della suprema autorità nella seconda guerra punica (1). Per ciò si crede che questo trattato non possa essere anteriore alla guerra di Annibale, ed il sistema politico che rappresenta, possa essere già una modificazione romana delle primitive costituzioni italiche; il che, se è vero, può ad un tempo esser comune ad altre città italiche che abbiano sentito l'autorità romana (2). Nondimeno è possibile ancora che i Romani non abbiano fatto che una conferma dei poteri che quel corpo politico da prima possedeva. I Nolani fecero in questa transazione un atto di libertà, donde appare che anche dopo che ebbero sentita la modificazione romana conservassero l'essenza della costituzione comunale.

Vi ha un altro monumento di lingua osca ma scritto in caratteri latini riguardante la materia del diritto, ed è la così detta *Tavola Bantina;* ma il tenore dell'iscrizione accenna troppo evidentemente ai rapporti con Roma ed al diritto romano, siccome è la distribuzione di terreni di *agro pubblico* (3), perchè siffatto monumento non rappresenti quel tempo, in cui il comune italico era già involto nel sistema romano e subordinato al suo diritto, e quindi non abbia ad essere materia del presente discorso.

Le costituzioni italiche più o meno limitate sotto l'autorità romana sussistettero sino alla guerra sociale, in cui parte per la disfatta e parte per un mezzo successo furono abrogate per la introduzione definitiva delle forme della cittadinanza romana. In questa occasione anche la lingua osca, che era stata la lingua ufficiale negli Stati, dove era indigena, cessò di essere tale e fu sostituita dalla latina.

Dopo queste scarse notizie intorno alle costituzioni civili di questi popoli appare che essi avevano una forma repubblicana che poteva essere anche anteriore all'influenza romana: ma vedendo che dei corpi politici non sono esplicitamente ricordati, che i senati od il convento di Pompej che può esserne un equivalente, i quali sogliono essere gli elementi di carattere aristocratico della costituzione, vi sarebbe un argomento negativo per supporre che l'elemento democratico non fosse rappresentato in quelle città. Ciò nonostante riscontrandosi in Livio (4) che i legati o il principe della legazione dei Campani, che fece l'offerta ai Romani della dedizione dello Stato per ottenere soccorso contro i Sanniti, parla in nome del popolo: *Populus nos Campanus,* etc.,

(1) Momm., *Nacht.,* p. 66. Liv. XXIII, 17.
(2) Momm., *Osk. Stud.,* p. 91. Festus, *Municipium.*
(3) *Idem, Osk. Stud.,* p. 107 e 112.
(4) VII, 30 e 31.

comunque questo possa essere il solo popolo politico, pure vi ha un qualche indizio qui dentro che la società civile fosse in mano di molti, o che molti abbiano concorso a questo atto supremo di sovranità, quale è quello della sua abdicazione, e quindi che qualche principio popolare o di una aristocrazia così estesa che sembrasse popolo, fosse in questa costituzione.

Che in Capua vi fosse qualche altro corpo od ente politico, oltre il senato, prima della rovina di questa città nella seconda guerra punica, si può forse inferire da qualche altro indizio. Cicerone, *de Lege agraria*, II, 32, descrivendo ciò che fecero i Romani per tenersi soggetta Capua dopo di averla presa in quell'epoca, dice: *statuerunt homines sapientes, si agrum Campanis ademissent, magistratus, senatum, publicum ex illa urbe consilium sustulissent, imaginem reipublicæ nullam reliquissent, nihil fore, quod Capuam timeremus.* Così leggesi nelle lezioni comuni, e in quella del Lemaire: ma nella seconda edizione di Cicerone dell'Orelli (1) la parola *senatum* è posta tra gli uncini, perchè appoggiata alla sola autorità delle lezioni marginali dell'edizione aldina del 1554 notate da Terenzio Levino senza indicazione di alcuna autorità. Ora se la voce *senatum* deve stare, le parole susseguenti *publicum ex illa urbe consilium* indicano un altro elemento politico, perchè non è ragionevole di supporre che Cicerone sentisse la necessità di svolgere il concetto del senato con altre parole, oltre il suo nome; ma se questa parola deve essere abolita, allora rimangono solo le parole *publicum consilium* ad indicare l'ente politico. Ma dall'altra parte la voce *consilium*, di solito, ha piuttosto il significato morale di *deliberazione*, che il materiale di *radunanza deliberante*, per la quale in latino si usa ordinariamente il vocabolo *concilium!* Per la qual cosa sebbene, mancando la voce *senatum*, l'espressione sola rimasta *publicum consilium* possa più facilmente rappresentare un corpo solo deliberante, pure riguardando al significato morale della parola *consilium* non pare che sia esclusa anche in questo caso la possibile coesistenza di più corpi deliberanti, i quali costituissero o formassero l'azione della deliberazione pubblica o del popolo. Ma inoltre Livio, raccontando l'ultima condizione di Capua, così si esprime (XXIX): *Capua quidem sepulcrum et monumentum Campano populo data, exturri et ejecto ipso populo; superest urbs trunca sine senatu, sine plebe, sine magistratibus prodigium relicta, crudelius habitanda, quam si deleta foret.* Qui la voce *plebe* posta tra *senatu* e *magistratibus*, due enti politici, ed in raffronto ad essi, sembra indicare di preferenza la materia di un corpo politico od un ente politico, anzichè semplicemente un ceto sociale; e con ciò avrebbesi un altro impulso a preferire

(1) Zurigo, 1854.

l'opinione che in Capua vi fossero due corpi politici, senato ed assemblea popolare o concilio, anzichè il solo senato. Da Capua sembra che si possa fare qualche induzione alle costituzioni delle altre città campane. Pare che il popolo che sarebbe stato rappresentato in cotesti due corpi politici fosse il solo popolo d'impero, ed era forse il solo sannitico conquistatore.

Ma nondimeno quella parola *plebe* di sopra ricordata di Livio accennerebbe ad un elemento democratico nella costituzione. Se vi era in Capua una plebe politica, essa procedeva probabilmente in modo principale da quella popolazione che fu da prima assoggettata dai Sanniti, e potè per avventura costituirsi in questa condizione allo stesso modo che adoperò la plebe di Roma; e se la costituzione di Capua conteneva questo elemento democratico, non è improbabile che le altre città campane lo avessero del pari. Ciò non ostante non è escluso il caso che Livio parlasse della plebe di Capua soltanto colle parole della costituzione di Roma, e che col nome di plebe non volesse indicare che il secondo ente politico, il quale in una aristocrazia poteva costituirsi anche di soli nobili, come fu argomentato nella *Società Etrusca*, e come era in Venezia il Maggior Consiglio distinto dal Senato. Ad ogni modo però, quand'anche la plebe in Capua, e per analogia nelle altre città campane, avesse acquistata quella capacità politica preallegata, ogni ragione induce a credere che all'epoca della conquista sannitica sarà stata suddita, cioè che i Sanniti conquistatori avranno costituito il popolo d'impero, e che la popolazione trovata nel paese, od etrusca od anteriore all'etrusca, avrà formata la parte suddita o serva della società, e quindi che il governo sarà stato aristocratico. Non sarebbe forse insussistente la congettura, che le vicende costituzionali che ora si ravviserebbero nelle città campane, avvenissero anche nelle altre città delle stirpi sabine che se ne formarono. Della Sabina propria però non vi ha traccia di ordini civili indigeni, poichè assai per tempo vi penetrò l'elemento romano che la informò a società romana. Del resto, circa al formarsi degli ordini civili di queste società, quei popoli sabini estendendosi colla conquista e passando di poi alla vita della città, perchè erano da prima ordinati in patriarchie, col riunirsi in diversi lignaggi o tribù per formare cotesta città o società civile, facilmente avranno trasformato le prime tribù patriarcali in altrettante tribù o sezioni civili della città, come fu argomentato che fosse avvenuto nella *Società Etrusca*.

Molte di queste società sabino-osche o civili o patriarcali, se ancora di queste sussistevano, furono da poi involte, come già fu accennato, nel sistema romano, e da questo sistema nel seguito si svolsero, e combatterono la celebre guerra sociale contro Roma. Ma sebbene avessero iscritto sulla loro moneta

il nome d'*Italia*, pure il pensiero di quella guerra non era già di una ribellione per farsi indipendenti da Roma, ma di una insurrezione da uno stato di diritto romano imperfetto per ottenere o ricuperare l'ultimo grado di quel diritto, per divenire cittadini romani *optimo jure*. L'ordinamento adunque di quelle città italiche, quando erano già entrate in quel sistema, non può essere argomento della presente trattazione.

Federazione. — La guerra era un'occasione principale della riunione dei diversi lignaggi ovvero delle diverse società di questi popoli, e colla guerra incomincia un tal quale diritto federale. La guerra era deliberata dai capi od aventi imperio, e da essi era eletto il condottiero, il quale nominavasi *imperatore* (1). Al suo comando comparivano tutti gli uomini capaci di portare le armi; pare però che l'ubbidienza fosse alquanto lenta, come doveva avvenire in una società non regolarmente permanente. Ma quando il Sabino od il Sannita era sotto le armi, è asserito che diventasse un altro uomo. Si dice che tutti stassero al cenno del capitano, e formassero un esercito così ubbidiente e disciplinato, quale lo Stato meglio ordinato non avrebbe potuto esibire. Vi erano delle pene per mantenere nel dovere i militi, e se *multa* è voce sabina od anche osca, come pensa Festo (2), poteva forse essere, secondo il parere del Göttling (3), una specie di pegno in bestiame levato sopra i morosi al dovere militare od una pena inflitta dall'imperatore.

Si crede che ad ogni spedizione di guerra, cioè ad ogni convocazione di esercito, i soldati prestassero giuramento al capitano, e ciò è natural cosa. Non si conosce come fossero dentro ordinati questi eserciti nei primi tempi. Soltanto da Livio si sa (4) che vi era in uso la cooptazione dell'un l'altro. Si conosce inoltre da Cesare (5) la qualità delle loro armi, poichè egli dice che i Romani ricevettero le proprie dai Sabini. La qualità delle armi determina i modi di usarle, e fino ad un certo punto anche gli ordini militari. Il modo con cui un uomo di una società è armato, e l'ordine in cui sta nella milizia, è pure un atteggiamento sociale e quindi una espressione di diritti. In Roma

---

(1) Strabo ἐν δὲ τοῖς πολέμοις αἱρεῖται βασιλεὺς ὑπὸ τῶν νεμομένων ἀρχάς

I Sanniti nella guerra sociale erano condotti da un *imperatore*. *Mutil Embratur* (*Mutilio Imperatore*) trovasi nelle monete osche della guerra sociale. Festus, *Imperator*. Livio (IV, 10) nomina un *imperatore* dei Volsci.

(2) *Multam*.

(3) *Geschichte*, etc., p. 10.

(4) X, 38.

(5) Cæsar *ap. Sal. Catil.*: «Majores nostri arma atque tela militaria ab Samnitibus sumpserunt. »

l'esercito urbano dei comizj centuriati colle sue armature era di fatto una espressione di diritti. Ma qui nella ignoranza di notizie positive in proposito devesi invece argomentare dalla organizzazione della società all'organizzazione dell'esercito, dai diritti sociali già conosciuti e presunti alla posizione legale dell'uomo nella milizia. Se le società sabine particolari erano adunque in istato di tribù o di patriarchía, l'ordinamento delle famiglie e delle genti coi loro clienti nella tribù secondo gli uomini di capacità al combattere alla campagna o di difendere la propria terra dal di dentro, forse avrà fornito la disposizione della milizia della tribù, ossia dei singoli componenti dell'esercito federale; il che vorrebbe dire che l'esercito sarà stato di carattere feudale, dove la cooptazione può più facilmente riscontrarsi, ed in questa forma i diritti d'indole politica dei singoli membri della patriarchía sarebbero stati rappresentati nell'esercito. Anche la società civile, se era di carattere aristocratico, avrà fornito i medesimi elementi di milizia.

Pare che i Sabini avessero una città od una terra federale, e se l'oggetto principale delle loro riunioni era la guerra, vorrebbesi credere che quella fosse una piazza d'armi. Questa terra sarebbe stata Cure, ed il suo nome, secondo le etimologie datene, si presterebbe ad esprimere questo significato di guerra, se esso è una modificazione di *quiris*, voce che in lingua sabina significherebbe *lancia* (1). In effetto i Sabini in ordinanza militare erano chiamati *Quiriti* (2), siccome i Romani, quando erano nominati in loro lingua per il rapporto dell'arma che portavano nei canti saliari, che rimontano sino a Numa, chiamavansi *Pilumnoe poploe, il popolo della lancia* (3). Tra i popoli di queste stirpi i Sanniti si presentano pure con un legame politico. Non si conosce di che qualità fosse cotesto legame, e come fossero ordinati nella loro federazione, ma pare che essa pure fosse di carattere accidentale, p. e., per il caso di guerra. Le loro adunanze si componevano pei rappresentanti dei singoli comuni o popoli, ed in esse eleggevano l'imperatore (*embratur*) federale. Non appare in siffatte federazioni che alcun popolo o comune prevalesse su gli altri, e molto meno che vi fosse un punto centrale permanente, come, p. e., Roma, che tenesse insieme i lignaggi sannitici. Pare però che a Boiano, *Bovianum*, e ad Agnone trattassero i loro affari federali.

---

(1) Κύρεις γὰρ οἱ Σαβῖνοι τὰς αἰχμὰς καλοῦσι. Dionys., II, 48. Cures-Castra. Varro, de L. L., V, 51.

(2) Siccome *Arquiti* erano detti i Sagittarii. Fest. s. v.

(3) Festus: *Pilumnoe poploe in carmine saliari Romani, velut pilis uti assueti; vel quia praecipue pellant hostis.*

Un' altra cagione di riunione federale era la spedizione delle colonie. Quando la popolazione cresceva fuori di proporzione coi mezzi di sussistenza che erano somministrati dalla pastorizia e dalla loro agricoltura, ovvero quando per un' imminente guerra volevano rendersi propizj gli dèi, particolarmente gli dèi della guerra, i capi di queste società si radunavano e votavano una *primavera sacra*, cioè determinavano che tutti i nati nella seguente primavera di uomini col bestiame della medesima età, dopo il compimento di un certo numero di anni (1), dovessero in qualità di coloni abbandonare la patria, e simili ad uno sciame di api che muove in primavera (2), armati convenientemente per una spedizione, avessero a procurarsi coll'armi una nuova abitazione. Si dice che a questa gioventù fosse dato il nome di *vernae*, ed i padri che la spedivano in colonie, avevano come sembianza, in nome della potestà patria, di consacrarla alla morte o di esporla (3).

Se la colonia si conquistava il suo territorio, diventava come maggiorenne od emancipata, e non aveva più alcun legame colla madre patria, e questa dal suo canto non si curava più di difenderla, ed anzi talvolta persino la osteggiava (4).

Rapporti esterni.

Diritto delle genti. — Fu detto che i Sabini ed i loro derivati i Sanniti non riconoscevano l'ordine dei Feciali, quei sacerdoti ambasciatori che erano mandati a chiedere soddisfazione delle offese ricevute dai popoli stranieri, ed in caso di rifiuto intimavano la guerra con certe solennità religiose (5). Circa ai Sabini si cita il caso di Tazio, che rifiutandosi di restituire le cose dovute, fosse per ciò ammazzato dai nemici innaspriti (6). Ma in quanto aiSanniti si trova pure in Livio

---

(1) Presso Livio, XXXIII, 44, vi è un cenno ai 21 anno. Appo i Romani, i quali adottarono questo costume al tempo delle guerre puniche, tutta la primavera non aveva rapporto che al bestiame che era nato tra due determinati termini dell'anno, e veniva sagrificato. Liv., XXXIV, 44.

(2) Virg., *Georg.*, IV, 25.

(3) Le medesime cagioni produssero i medesimi effetti, e la *primavera sacra* delle stirpi sabine pastorali promossa dall'eccesso di popolazione rassomiglia alle grandi emigrazioni dei popoli pastori, usciti dall'Asia centrale nei primi tempi dell'era volgare, e dopo sotto al nome di Unni e poi di Turchi, Tartari, ec., i quali da prima urtarono l'impero romano, e da poi invasero le frontiere orientali d'Europa.

(4) Göttling., p. 3.

(5) Dionigi chiama i Feciali εἰρηνοδίκας, Lib. XV, X ex ed. Maj.

(6) Dionys., II, 31.

che nella famosa guerra contro i Romani mandarono i Feciali a portare il cadavere di Papio Brutolo a Roma in soddisfazione delle offese recate ai Romani (1). Ciò nonostante è significato troppo esplicitamente dagli scrittori che i Sanniti facevano la guerra senza il diritto feciale (2), donde erano nominati eziandio perfidi (3), perchè quando nei trattati con essi cade il discorso dei Feciali, nominatamente nel luogo succitato di Livio, non si debba credere che questo caso, secondo la narrazione di questo storico, non sia un fenomeno isolato e senza conseguenze, e che il nome di Feciali dato agl' inviati Sanniti non uscisse per analogia cogli inviati Romani.

Il popolo che introdusse l'ordine dei Feciali colle attribuzioni sopraindicate diede certamente qualche forma al principio di un diritto delle genti razionale, perchè creando una procedura di carattere religioso per ottenere dai popoli stranieri la riparazione delle offese, dichiarò che queste offese erano una violazione di diritti, ed intimando la guerra per il rifiuto, e solo per questo rifiuto di riparazione, escluse la guerra d'assalto senza legittima cagione, ovvero non tenne per giusta che la guerra di difesa. Ma i Sabini, è detto che non avevano questo ordine, e circa ai Sanniti parimente sembra più probabile che ne mancassero (4). Forse oltre i trattati essi pure non riconoscevano alcun diritto tra i popoli reciprocamente stranieri. Riconoscevano in vece il diritto della forza, la legittimità delle cose acquistate con essa (5), di che davano pure una prova evidente colle colonie delle loro primavere sacre, e lasciavano trasparire il senso nei simboli dei loro riti nuziali.

Si dice che il territorio che conquistavano cotesti popoli fosse tenuto di loro proprietà comune, il quale se poi veniva diviso, come pare naturale, tra i diversi cooperatori della conquista, anche la popolazione che da prima vi viveva sopra avrà subito la medesima sorte, e secondo le circostanze diverse di questo fatto, sarà discesa in una servitù più o meno rigorosa, costituendo così quel cumulo di censuali o servi, che sono la materia del sistema feudale.

Tra gl'istituti del diritto delle genti si può annoverare anche l'ospizio privato, ossia quell'uso sancito dalle leggi, per il quale lo straniero è ricevuto

---

(1) VIII, 39. Feciales Romam, ut censuerunt, missi et corpus Brutuli exanime.

(2) Appian. R. II., *de Rebus Samniticis*, III, 5. — Liv., X, 12, dove è detto che i Sanniti minacciassero di ammazzare anche i Feciali.

(3) Perfidus Samnis. Liv., IX, 3.

(4) Liv., IX, 3. X, 12.

(5) ἐν χείρος νόμῳ. Dionys., VI, 26. VII, 35. — Idem ex edit. Maj. VI, C. XII. Polyb., X, 8. — Das Faustrecht.

nella casa di un determinato cittadino, ed ivi è gratuitamente alloggiato ed alimentato. Quest'uso implica reciprocanza di trattamento, e questa reciprocanza non ha luogo, e non è permessa da uno Stato se non per certi popoli esteri e non per certi altri. La qualità di questi rapporti avverte di per sè che essa non può appartenere che al diritto delle genti positivo, fondato sopra una consuetudine o sopra un trattato, perchè il diritto delle genti razionale non può collocare un' ospitalità di questa fatta nel novero rigoroso dei diritti e doveri internazionali. Ma questo atto positivo del diritto d' ospizio, perchè tra alcuni è permesso e tra altri vietato, nega per sè in principio anche quella ospitalità che potrebbero esercitare tutti i popoli tra loro, e quindi per la sua indole tende anche a restringere il diritto delle genti alla condizione di quei rapporti legali che non nascono che per patti espliciti o sottintesi.

Questo diritto si trova primamente esercitato tra popoli della medesima origine, massimamente tra quelli che usavano tra loro l'isopolizia, d' onde appare sempre più che esso tenesse del carattere del diritto delle genti di quei tempi, il quale di solito nasceva, quantunque per patti, tra i popoli della medesima origine espressi o sottintesi, anzichè procedesse da un sentimento generale del rispetto reciproco della personalità delle nazioni.

Questo ospizio potè sussistere anche dopo che le società civili che tra loro lo esercitavano, furono riunite in un corpo politico solo. Allora naturalmente perdè il carattere di diritto delle genti; ma perchè ciò avvenne nella questione concreta per la concentrazione di questa società nel sistema politico romano, così non è qui il luogo della sua trattazione. Invece occorre di produrre la notizia, forse la sola che ce ne rimanga, che siffatto ospizio sussisteva tra i Sanniti ed i Napoletani (1). Oltre l' ospizio vi hanno altri rapporti tra persone di Stati esteri, siccome il connubio, il commercio e la ricuperazione che ponno entrare nella giurisdizione del diritto internazionale tra i privati, ma perchè di essi, sebbene presumibili (2), non occorre però alcun cenno tra i popoli in discorso, così non vi ha qui cagione di farne parola.

---

(1) Dionys., *Excerpta* II, ἰδιόξενοι δέ τινές εἰσι, (scilicet Σαυνῖται) ὡς πυνθανόμεθα, καὶ φίλοι τῶν Νεαπολιτῶν.

(2) Il ragguaglio materiale delle monete italiche è un indizio del commercio dei popoli che le usavano: il che vedrassi da poi al luogo delle società italiche considerate in complesso.

Di alcuni altri elementi che ponno rappresentare indirettamente l'idea del diritto.

Religione. — Oltre all'azione del diritto divino, in cui la religione opera qual legge positiva diretta, la religione, come fu già avvertito nella *Società Etrusca*, supplisce nella parte interiore dell'uomo ad ogni azion di legge che non vi può penetrare, ed esprime, mediante il suo ordine ed i suoi precetti, il senso di morale e di giustizia degli uomini che l'hanno immaginata.

Non vi hanno che notizie frammentarie intorno alla religione delle stirpi sabine, e quindi non si può formare un concetto positivo del loro panteon: ma dalle circostanze di vita di questi popoli (se la religione immaginata dagli uomini non è che un riflesso della loro vita interiore), dai brani che rimangono di questo stesso panteon, dalle notizie che si hanno dei sistemi religiosi dei popoli circostanti, è lecito di fare induzione che il panteon sabino sia stato nei grandi lineamenti il medesimo dei popoli vicini, e che le particolarità non abbiano toccato che le parti non essenziali, perchè somigliante in genere ci appare il modo di vivere dei popoli italici, e le loro distinzioni ci sembrano non riguardare che le parti accessorie, e perchè i frammenti od i sistemi dei loro culti pure si rassomigliano nel loro carattere. Quindi il medesimo panteismo nel politeismo, il dualismo per rappresentare i due principj del bene e del male, il dogma della immortalità dell'anima e le sue conseguenze nella vita avvenire, il medesimo spirito nella divinazione e nella espiazione pare che dovesse pur trovarsi nel sistema religioso di questi popoli, e con ciò le medesime conseguenze morali che furono già accennate nella religione etrusca.

Nel raccogliere ora le reliquie del panteon sabino che ponno riguardare la presente questione occorre principalmente un carattere che non è dissimile da quello che si trova appo altri popoli italici che saranno i Latini ed i Romani, ed è quello delle divinità militari. In un popolo essenzialmente guerriero era natural cosa che il culto degli dèi della guerra tenesse un luogo principale. Vi ha tra le prime divinità di tutto il panteon, si dice, una Giunone Quirite, ossia armata di lancia, ed il suo corrispondente Quirino pure con questa arma. Vi ha ancora tra gli dèi maggiori un Mavorte ed una Neriene (1), nomi che si credono sabini, e significherebbero Marte e Bellona. Questo formarsi degli dèi della guerra e collocarsi in primo grado significa che il popolo voleva essere guerriero, ossia prepotente, e voleva farlo con ragione, cioè coll'approvazione

(1) Gellius., N. A. XIII, 22.

della divinità. Questo processo psicologico è parte di quello, con cui cotesti popoli formarono i loro sistemi religiosi trasportando in cielo il loro genere di vita della terra; esso rassomiglia al processo di chi per argomentazione volendo evincere una data tesi cerca e pone per maggiore una proposizione che serva di base a quella e la giustifichi. I Sabini adunque, e con essi molti altri popoli, volevano la santificazione della forza, e ciò consente col mito della vestale di Cure e coi riti delle nozze sabine.

Risultano da poi le divinità campestri, poichè questi popoli dimorando alla campagna, per *vichi*, avvertivano specialmente ai rapporti della vita campestre. Tra queste divinità vuolsi ricordare per un altro rapporto specialmente la Feronia. Il culto di questa dea ammetteva in una certa sua festa la liberazione degli schiavi (1). È notabile questa ristaurazione di diritti che di tempo in tempo praticavasi dalla divinità colla religione.

Ma se il diritto era restituito all'uomo materialmente, lo era anche nell'intenzione? Non poteva essere cotesta liberazione un atto di generosità, un dono, poichè qui in effetto i meriti del servo sono posti a condizione del riscatto? Lo stato di schiavitù non era la regola, e l'emancipazione non era l'eccezione? Per rispondere a queste domande si richiederebbe di conoscere il concetto che si avevano quegli uomini della condizione dell'uomo e della natura della schiavitù. I costumi sono rozzi o barbari, sono gentili o civili, secondo le idee che si hanno sugli oggetti dei costumi. Qui importa di toccare ancora della questione del diritto delle genti razionale. L'antichità nella sua rozzezza rimota non riconobbe un diritto delle genti oltre i trattati positivi. Questa mancanza significa che gli uomini e le nazioni non si tenevano o non si avvertivano tra loro per eguali. Di fatto, gli uomini, sebbene essenzialmente eguali, mostrano alla prima apparenza alcune diversità, siccome sono l'abito fisico, i linguaggi, il grado d'intelligenza, donde la coltura ed i costumi diversificano. Questi accidenti poterono far credere agli uomini rozzi che la natura umana fosse diversa. Aggiungevasi a mantenere questa opinione, e forse n'era la principal causa, la religione, la quale era di carattere nazionale. L'indole delle religioni nazionali è di essere esclusive; e poichè anche per logica spontanea o non

---

(1) Servius *ad Æn.*, VIII, 564: « *Feronia mater*, nympha Campaniæ, quam... hæc etiam libertorum dea est, in cujus templo raso capite pileum accipiebant... In hujus templo Tarracinæ sedile lapideum fuit, in quo hic versus incisus erat: *Benemeriti servi sedeant, surgent liberi.* Il culto di questa dea era comune anche ai Latini.

Dionigi, III, 32, dice di fatto ἱερὸν ἐστι κοινῇ τιμώμενον ὑπο Σαβίνων τε καὶ Λατίνων, ἄγιον ἐν τοῖς πάνυ, θεᾶς Φερωνείας ὀνομαζομένης, etc.

avvertita, l'uomo naturalmente tende, se altra cagione non interviene, a non ritenere per buona che la religione che professa, così in queste religioni gli uomini avranno inclinato a tenere sè stessi per i soli privilegiati della divinità, e gli stranieri per reprobi. Quanta differenza non dovette introdurre tra gli uomini questa opinione! Non fu che l'esperienza formatasi per le reciproche transazioni tra gli uomini ed i popoli, e non furono che le speculazioni filosofiche, le quali poterono suggerire a Cicerone quella definizione della legge non *nata* nè in Atene nè in Roma, ma ricevuta dalla natura; non furono che questi fatti che suscitarono il principio dell'eguaglianza tra i membri delle famiglie umane; ma quella religione che s'indirizza a tutti gli uomini e li chiama tutti fratelli, pose il suggello della sua autorità a questo principio. Ma gli uomini avevano adunque primitivamente qualche cagione per non tenersi per eguali, e con ciò avevano anche una predisposizione ad ammettere la schiavitù. La schiavitù nacque di solito dalla guerra o da qualche atto di violenza, poichè la schiavitù volontaria non è naturale. Gli uomini e le nazioni si fecero, si fanno tra loro la guerra, sia che si tengano tra loro per eguali, sia che non si tengano; ma quando non si tengono per eguali, si trattano tra loro più atrocemente. La morte del nemico è l'idea semplice, primitiva della guerra tra i popoli barbari; la morte del nemico anche quando ha cessato di essere pericoloso. Ma questa idea del pericolo cessato alla fine si fa strada nel cuore dell'uomo ed i vinti sono conservati in vita. Tuttavolta questo uomo straniero, non eguale, nemico, che ha osato combattere e fu vinto, non deve essere, non è della medesima condizione del vincitore; se gli fu conservata la vita, rimanga in schiavitù. Ma la vita gli fu risparmiata soltanto per l'idea del pericolo cessato? Non vi si mischiò anche la compassione? Nell'ordine logico dovette prevedere l'idea del pericolo cessato, se doveva nascere la compassione, perchè dovevasi riconoscere che la morte del vinto non era necessaria, e quindi non meritata, se doveva nascere il rammarico che avesse a sentirne il dolore. Nata la compassione, si ponga mente al suo carattere, poichè essa segna un'epoca in questo processo psicologico. Il sentimento precorre la riflessione: la compassione è una protesta non avvertita, non riflessa, contro un male patito, indebitamente patito da un essere che c'interessa. La compassione quando è nata, fa il suo cammino, essa accompagna anche i mali della schiavitù, essa suggerisce il dono della libertà dello schiavo; essa può cominciare dal suggerirlo per lo schiavo benemerente. Ma l'aspetto di un uomo che finalmente ci appare nostro simile nell'essenza, ridotto in ischiavitù, è tal cosa così miserabile, che la compassione può estendersi anche alla sola condizione di schiavo. In ogni caso, il bene della libertà non è che la cessazione del

dolore della schiavitù. Questo dono non è dunque una cosa positiva, un di più che si dà; è una dichiarazione implicita, sentimentale, che la schiavitù è un dolore ingiustamente patito. La liberazione dello schiavo, finchè si rimane nelle regioni del sentimento, può anche parere un atto di generosità, un dono: ma il sentimento porge un segnale all'intelletto, il quale, secondo il grado del suo sviluppo, colla riflessione può erigerlo in un principio più o meno esplicito. Così il rito di Feronia nella liberazione degli schiavi potè essere per sè un atto di generosità di padrone, un'abdicazione di dominio; ma potè anche nel seguito essere in qualche modo inteso che velasse un principio di riparazione alla personalità dell'uomo ingiustamente lesa dalla schiavitù, che fosse un atto di giustizia, e di giustizia assoluta, perchè operato dalla religione. Questa riparazione compare, è vero, come una eccezione; ma questa è pure anche la via che i principj sogliono tenere per diventare la regola generale, ed i tempi e le società sabine erano ancora lontane dal trionfo di questa regola.

Ma la schiavitù rimaneva la regola, e la religione che ammetteva questa riparazione, sanciva pure la schiavitù? Donde ciò avveniva? La religione sanciva la schiavitù, perchè santificava la forza e quindi le sue conseguenze, come ne fu ragionato al proposito delle nozze sabine; e la schiavitù rimase la regola, perchè, nata una volta coll'appoggio della religione, l'uomo che ne gode e può goderne, se non è avvertito da qualche elemento contrario, tende a riguardare la questione dal lato subbiettivo, vale a dire, nel caso concreto, egoistico. In assenza di quell'elemento, egli non trova cagione di rinunziare agli effetti della sua potenza. Ma quando quell'elemento contrario sotto qualsivoglia forma si presenta, allora l'attenzione dell'uomo è richiamata anche al lato obbiettivo della questione, e si svolge in proposito quell'ordine d'idee che fu ora accennato circa ai riti di Feronia (1).

Scienze. — Ma si parla sempre di una dottrina sabina severa sia del divino che dell'umano diritto, della quale Numa era consultissimo. Non si conosce propriamente in che consistesse questa scienza, poichè non ci è dato qui di argomentare dirittamente dal nome alla cosa. Ma la costanza ed estensione di questa tradizione, un certo carattere di sapienza che nella leggenda di Numa è attribuito al suo governo, una creazione od introduzione opportuna di certi ordini religiosi per informare o temperare ordini civili o costumanze sociali, fanno supporre di un uomo, il quale, perchè non poteva essere ispirato,

(1) Queste considerazioni si riferiscono anche a ciò che fu accennato nella nota (1) della pagina 436.

doveva avere ricevuto una qualche istituzione in questa materia; o piuttosto, perchè la storia di Numa è una leggenda, lasciano supporre una qualche dottrina nel popolo, d'onde la tradizione fece derivare Numa. Dall'altra parte, se sussisteva quella specie di sacerdoti che erano come in uno stato di permanenza fra le tribù sabine, siccome fu accennato di sopra, questa chiama l'ipotesi che una qualche dottrina professassero, poichè la presenza di un ordine di uomini che deve occuparsi di contemplazione, quali sono i sacerdoti, conduce a credere che un qualche cumulo di cognizioni o di teorie abbiano alla fin fine potuto mettere insieme. Tutte queste indicazioni portano a congetturare adunque che una tal quale riunione di dottrine circa ai rapporti religiosi ed anche del vivere sociale, senza supporre una introduzione di filosofia pitagorica, siasi formata appo i popoli sabini, alle quali potè avvenire che fosse dato da poi il nome di diritto divino ed umano.

Letteratura. — Per dire qualche cosa intorno a ciò che la letteratura può avere espresso circa all'idea del diritto appo questi popoli, occorre primamente di avvertire che di questi popoli si conoscono presentemente, oltre l'umbrico, tre distinti linguaggi o dialetti, e sono il sabino propriamente detto, del quale appena or ora emerse qualche monumento, il volsco, del quale si conosce una breve iscrizione, e l'osco, di cui sussistono molti monumenti. Tra questi linguaggi l'osco debbe avere avuto una qualche letteratura, perchè la sua grammatica è troppo definita nella prosodia e nelle desinenze, annuncia uno sviluppo della lingua troppo avanzato per non avere prodotto qualche frutto letterario (1). Intanto di questo linguaggio è ricordata una produzione che può nominarsi come drammatica, ed è la favola atellana. Fu già avvertito nel discorso intorno alla *Società Etrusca*, come la drammatica, più che ogni altra produzione letteraria, sia atta a rappresentare il diritto. La favola atellana venne in Roma da Atella, città della Campania. Era una specie di farsa burlesca con maschere di carattere, non senza un qualche legame drammatico, nella quale l'argomento pare che fosse somministrato dalla vita campestre in opposizione alla vita cittadina. Essa adoperava di eccitare l'effetto comico mediante il motteggio e lo scherno e grotteschi movimenti di corpo. Se la vita cittadina era corrotta nella Campania, questi scherni potevano valere una protesta contra ciò che non era lecito; ma i motteggi e gli scherni delle Atellane si dice che sapessero di osca oscenità. Forse le Atellane in Roma furono esagerate in questo mal vezzo; ma si dice che tali scurrilità erano

(1) Mommsen, *Die unterit. Dial.*, passim.

secondo l'indole di questo componimento, ed i grammatici troppo facilmente derivano il vocabolo *obscenum* dai costumi degli Osci (1). Al proposito dei versi fescennini nella *Società Etrusca* fu accennato quale significato in rapporto al diritto abbia una letteratura libertina; un teatro di questa specie ha un carattere ancora più dannoso; e se la decenza è un dovere, la violazione di essa è sempre un atto che rivela un poco rispetto alla legge, un senso debole del diritto in generale.

Moralità. — Questo argomento può essere considerato anche per l'aspetto della moralità del popolo e riceve la medesima interpretazione. Questa moralità potrebbe pure essere rappresentata dal diritto delle genti, o piuttosto dall'assenza del diritto delle genti, almeno fuori dei trattati, che fu già osservata appo questi popoli: se non che in questo caso si ha già l'espressione diretta dell'idea di diritto per la soprammentovata mancanza senza cercarne indirettamente l'indizio a traverso della moralità. Invece vorrebbesi indicare che la vita lussureggiante degli abitanti di Capua rappresentando la poca osservanza di diversi doveri morali rende pur cenno per analogia di un sentimento debole dei doveri propriamente chiamati giuridici.

Le società dei popoli sabini ed oschi erano adunque così costituite.

Sotto l'autorità della religione era formata la famiglia e la patriarchia appo i Sabini, e da questa autorità l'una e l'altra era governata. Forse per la natura dei luoghi che abitavano, la quale non permetteva la formazione di grandi centri di popolazione, e per il genere di vita che per conseguenza conducevano, le stirpi del popolo sabino e de' suoi affini durarono assai tempo in regime patriarcale. In questo regime trovansi pure presso di loro quelle specie di uomini, clienti o vassalli o servi che fossero, che aderivano alle singole famiglie e ne formavano la parte subalterna. Ma in questa forma di vivere compare un ordine di persone, quello dei sacerdoti, che non sembra proprio di una società di una forma così primitiva. Nondimeno considerando che le società umane, quando durano assai tempo in un modo, debbono pure accomodarsi a quelle condizioni che il tempo viene a far sorgere, non pare al tutto improbabile che anche il vivere per lignaggi potesse ammettere una qualche forma permanente di sacerdozio. Le patriarchie colle famiglie costituite a clienti risultarono gli elementi della costituzione delle città, quando questi popoli passarono alla società civile. Le patriarchie verosimilmente diventarono le sezioni

---

(1) Schober, *Ueber die atellanischen Schauspiele.* Leipzig, 1825, passim, ed a pag. 32 Festus, *Opicum.*

o le tribù della città. Questo stato di società civile, se formossi in altri luoghi, mostrossi certamente nella Campania. — Queste popolazioni, mentre vivevano per lignaggi o patriarchie, stavano ordinariamente separate, ma la guerra li riuniva sotto un capo solo militare, e la spedizione di colonie, per le quali col nome di *primavere saere* uscivano a costituire altri popoli per l'Italia che vivevano a somiglianza dei primitivi Sabini, n' era pure un' altra cagione. Nasceva dunque per queste imprese una federazione accidentale di lignaggi, la quale costituiva un corpo solo delle stirpi della medesima origine. Qui si manifestava in pratica il loro diritto delle genti, il quale riconosceva la forza per principio, ed è anche detto dei Sanniti che non ammettessero l' ordine dei Feciali. Nelle conquiste fatte per le primavere può scorgersi anche uno di quei modi che il genere umano ha adoperato per iscaricarsi della popolazione che eccede i proprj mezzi di sussistenza, e negli effetti di questa conquista si riscontra la materia per costituire quella popolazione subalterna, che ha formato i clienti o servi o ecusuali delle famiglie dominanti, d' onde emerse una specie di sistema feudale.

In quanto agli elementi che ponno rappresentare indirettamente l' idea del diritto, essi non appajono che per frammenti, e taluni anche mancano al tutto. Della religione, oltre al suo carattere comune circa al diritto, non si può dire altro qui in concreto che, essendo politeistica e panteistica, ha pure avuto quella influenza di favore anche al male, che fu avvertita di già circa al panteon etrusco. Del resto, risaltano le divinità della guerra, perchè il popolo era violento e voleva la santificazione della forza, emergono le divinità campestri, perchè il popolo conduceva la vita dei campi. Il senso di giustizia, che pure sta nel cuore umano, fece introdurre una riparazione dell' offesa fatta alla personalità dell'uomo colla schiavitù nell' emancipazione degli schiavi nelle feste di Feronia. Pare inoltre che vi fosse un cumulo di dottrine religiose e sociali con fondamento religioso professate dai sacerdoti, delle quali la leggenda di Numa può dare un indizio. La letteratura ha una qualche espressione drammatica nelle favole atellane, composte di scherni rusticani ed anche di oscenità, dalle quali però potè forse emergere una specie di protesta della vita rustica contro la corruzione della vita cittadina. La moralità del popolo traspare da questa specie di teatro, ed in qualche città, siccome a Capua, dalle famigerate sue delizie, e l'assenza di un diritto delle genti, fuori dei trattati, depone pure della qualità del senso di giustizia universale che era da essi professato.

DELL'APPARATO VENTRICOLARE DEL SETTO LUCIDO E DELLA VÔLTA A TRE PILASTRI

MEMORIA

DI

ANDREA VERGA

Letta nell'adunanza del giorno 2 Agosto 1855.

(*CON UNA TAVOLA.*)

La conoscenza dei ventricoli laterali del cervello, non meno di quella del terzo e del quarto e delle comunicazioni di queste cavità tra di loro, appartiene ai più antichi anatomici. Poco importandoci di chiarire se, come si afferma, essa appaja già dagli scritti di Erasistrato, diremo che tutte queste cose si trovano così chiaramente descritte nei libri di Galeno, che ci fa maraviglia di vedere segnalato col nome di *aquedutto del Silvio* il canale per cui il ventricolo terzo comunica col quarto, e col nome di *foro di Monro* l'intervallo per cui i ventricoli laterali comunicano col terzo (1).

(1) Nel capo quarto del libro nono *de administrationibus anatomicis*, che tratta della vôlta e dei ventricoli del cervello, Galeno ha il seguente tratto: « Non vulgaris cerebri pars est quæ ab hoc corpore (il plesso coroideo e il conario) contegitur, sed etiam quidam alius ventriculus tertius præter paullo ante prædictos (ventricoli laterali) quos septum separavit ac disjunxit. Itaque illis potissimum locis ipsum nudabis, per quæ venæ tamquam foramina quædam (non sono questi i fori di Monro?) erumpentes, prioribus incidunt ventriculis. Nam media regio simul cum anterioribus ventriculis ad ipsa foramina patescit: ac oportet scalpelli specillum vel latam partem spathorum, uti vocant, vel etiam spathomelæ eandem hanc per foramina utraque leviter submittentem, corpus venis incumbens sursum elatum attollere. Quod ubi feceris, in utroque foramine scalpelli mutuo sibi occurrent, et corpus hoc apparebit, quod incumbit venis, quæ latescentes permeant, ceu quidam ædificii testudinarii fornix. » E poco dopo: « Insuper meatus quidam maximus tertii hujus ventriculi basi (ossia alla parte più larga) subjacet, qui ex prioribus per relata foramina (fori di Monro) superfluitates reci-

I

Ma di data molto più recente è l'apparato ventricolare del setto lucido e del fornice, giacchè bisogna venire fino agli anatomici della seconda metà del secolo XVII per trovarne i primi cenni, essendosi gli anatomici anteriori occupati, anzi che a meglio descrivere il cervello e le sue singole parti, a dissertare se le sue cavità fossero cloache immonde di materia recrementizia o nobili abitacoli di spiriti animali. Bisogna venire fino a Silvio (1), a Duncan (2) e a Vieussens (3) per vedere indicata colle parole *hiatus - petite cavité - parva cavitas,* la cavità del setto lucido, ed è infatti da questi autori che essa viene nominata, quando non si preferisca di chiamarla numericamente *primo* o *quinto* ventricolo.

Chi fra gli scrittori contemporanei o poco posteriori a quelli or nominati, ha descritto diffusamente e bene il ventricolo del setto lucido è Francesco Pourfour du Petit (4). In un' opera pubblicata nel 1710 egli fa anzi rimarcare come

---

pit.... Porro confluunt in ipsum recrementa in quam partem venæ a conario profectæ ingrediuntur. At qui ex toto ventriculum hunc ignorant, merito etiam simul cum eo meatum in posteriora porrectum, quo conarium fulcitur, nesciunt.... Foramen quoddam inibi sublime apparet (aquedutto del Silvio) ceu quoddam, ut dicam planius, infumibulum..... per quem meatum, demisso specillo, deprehendis ipsum in posteriorem ventriculum (ventricolo quarto) terminare. »

(1) Nella seconda parte delle opere del celebre medico olandese Silvio de la Boe, stampate a Parigi nel 1671, ove parla « de spirituum animalium in cerebro cerebelloque confectione », ec. leggi: « Corpus callosum, ubi in septuum pellucidum incipit attenuari, hiatum habere, *ipsum etiam septum quamvis tenuissimum in partes duas nonnunquam dirimentem*, cum admiratione ante annum casu observavimus, et spectatoribus nostris demonstravimus jam aliquoties. »

(2) Duncan nel suo libro *Explication nouvelle et mécanique des actions animales*, ec., stampato a Parigi il 1678, a pag. 69, ove tratta del metodo di sezionare il cervello, così si esprime: « On voit aussi la cloison transparente, dans laquelle une incision délicate découvre une *petite cavité*, que quelques-uns prennent pour la demeure de l'ame. Il y a des anatomistes qui font cette incision sur les côtes de cette cloison, mais je la fais sur la voute en descendant jusqu'à ce qu'on ait trouvé cette cavité; ou bien je souffle doucement avec un tuyau par l'ouverture que j'ai faite. »

(3) Raimondo Vieussens di Montpellier, nella sua *Necrographia universalis*, stampata a Londra nel 1685, indica nella tavola VI del suo libro I.° *de cerebro* le parti anteriori del setto lucido *intra quas*, come egli dice, *parva cavitas, c. c. observatur.*

(4) Quest' autore nato nel 1664 e morto nel 1742 è benemerito per molte opere pregiate d' oculistica, e fu citato anche da Portal nella sua storia dell' anatomia e della chirurgia. L' opera di cui qui si parla, porta per titolo: *Lettres d'un Médecin des hôpitaux du Roy à un autre médecin de ses amis.* Namur, 1710. Le lettere sono tre: una anatomica;

una sua scoperta quell'allargamento in figura di semicanale capovolto che presenta la cavità del setto lucido alla sua parte superiore al di sotto del corpo calloso. « Quel *canale*, come egli lo chiama, ha anteriormente la larghezza d'una linea od una linea e mezza, e qualche volta anche di due linee, e va assottigliandosi sempre più dall'avanti all'indietro, sì che termina in punta. Ha un pollice e mezzo di lunghezza e talvolta 20 linee. Il limpidissimo umore di cui ordinariamente è riempiuto viene senza dubbio dal corpo calloso per quei pertugi, di cui la parte superiore di questo canale è crivellata. Essi sono disposti in due ordini e alternano gli uni cogli altri: pajono punture di spilli, e non si possono vedere in tutti i soggetti; io però (è sempre l'autore che parla) li ho quasi sempre trovati in quelli di cui ho lavato i vasi con acqua calda per riempirli di cera. Due o tre volte osservai a quei piccoli fori degli orli bianchissimi come piccoli sfinteri ».

Prima che mi venisse sott'occhio l'opera di Pourfour aveva anch'io notato che la parete superiore della cavità del setto lucido e del fornice offre molte *foveole* ovali od ellittiche più o meno allungate, coi margini biancheggianti, paragonabili quasi ai butteri lasciati sul viso umano dal vajuolo. Sono esse ulcerette cicatrizzate? Sono una cosa normale? Non lo so dire. So che nei bambini non le ho potuto verificare, e che negli adulti, quando ho osservato attentamente, le ho sempre o quasi sempre trovate, e più copiose nel ventricolo del setto lucido che in quello del fornice. Nè posso credere che quelli sieno i fori, per cui si versa il siero nel ventricolo del setto lucido, come opina Pourfour, potendo esso con maggior fondamento congetturarsi secreto dai vasi che serpeggiano in buon dato sulle pareti di quella cavità. Vicq d'Azyr ha negato

---

l'altra chimica; la terza botanica, e sono segnate P.'' Nella lettera anatomica, a pag. 13, dice: « J'ay decouvert un canal situé dessous le corps calleux, à la partie supérieure du *septum lucidum* et de la voute. Il commence à la partie antérieure du *septum lucidum* par une cavité que l'on a decouvert depuis long-temps et dont on ne connoissoit point l'usage. Cette cavité est large d'une ligne, une ligne et demi, quelquefois deux lignes. Elle est la partie plus large du canal qui va toujours en diminuant de la partie antérieure à la partie postérieure en sorte qu'il se termine en pointe. Il a un pouce et demi de longueur et quelquefois vingt lignes. L'on trouve ordinairement ce canal rempli d'une liqueur très-claire, qui sans doute y vient du corps calleux *par les trous dont la partie supérieure de ce canal est criblée. Ils sont en deux rangs et sont posés alternativement les uns à l'egard des autres, ils ne paroissent que comme des piqûres d'epingles, encore ne peut-on pas les voir dans tous les sujets: mais je les ay presque toujours trouvés dans ceux, dont j'ay nettoyé les vaisseux avec de l'eau chaude pour les remplir de cire. J'ay trouvé deux ou trois fois à ces petits trous des rebords très-blancs, comme ils formoient de petits sphincters.*

apertamente coteste foveole, e credette che Pourfour fosse stato ingannato da vasi sanguigni troncati (1). Ma questa supposizione è del tutto falsa. Io, riflettendo che Pourfour ha trovato quelle foveole particolarmente in que' cadaveri di cui ha puliti i vasi con acqua calda per riempirli di cera, e che io stesso era solito per metterle meglio allo scoperto di far cadere un filo d'acqua tepida su quella parete, entro in sospetto che sieno screpolature dell'epitelio, di cui parlerò più sotto, tanto più che io riscontrava in loro una tal quale somiglianza colle screpolature che si formano nella prima corteccia delle piante.

Fin dai tempi di Santorini si è fatta la questione se quel ventricolo *comunicasse* col terzo, e Santorini lo negò apertamente (2). Negli ultimi tempi questo punto fu di nuovo discusso, e Wenzel e in parte anche Tiedemann e Meckel ammisero che sempre o qualche volta fra i pilastri anteriori del fornice e la commessura anteriore esista un canale di comunicazione col terzo ventricolo, particolarità che Valentin crede aver egualmente osservata in certi casi e che dichiara essere molto verisimile (3). Io ho sempre trovato così indipendente lo stato del ventricolo del setto lucido e del fornice da quello degli altri ventricoli del cervello, che non oserei invocare in favore di questa comunicazione alcuna teoria. D'altra parte posso assicurare che nello stato fisiologico e ordinario un liquido spinto nella cavità del setto lucido non passa senza rottura nel terzo ventricolo, e che anche quando la detta cavità è patologicamente distesa per siero in essa raccolto, non ne trapela goccia da alcun punto nè pure dietro opportuna pressione. E ciò che vi si oppone è una membranella pellucida esilissima chiudente quello spazio che resta tra i pilastri anteriori del fornice, membrana che del resto fu già osservata da Vicq d'Azyr e da altri antichi, e la cui esistenza venne recentemente confermata dal nostro prof. Cortesi (4). .

---

(1) *Traité d'anatomie et physiologie avec des planches coloriées*, etc. Paris, 1786. Explication des planches du cerveau, p. 7.

(2) « Si quando, docente Vieussenio, *pellucida reperitur aqua*, quod in cerebris ea undequaque vel peritissime circumfusis, vix unquam vidisse meminimus, eam *haud dubie in tertium elabi ventriculum*, non quod ipse sentit nos existimamus ». *Observationes anatomicæ*. Venetiis, 1724, Cap. III, § VI.

(3) « Particularité que je *crois avoir également observée dans certains cas*, et que *la théorie rend très-vraisemblable*. » Nota alla *Encyclopédie anatomique*. Tomo 4.° *Nevrologie*. Traduzione di Jourdan. Paris, 1843.

(4) *Degli organi costituenti l'apparato delle sensazioni*. Parte I. Organi centrali p. 108. Padova, 1847.

Fin dai tempi di Sabatier, che appartiene alla seconda metà del secolo passato, si rimarcò che la cavità del setto lucido è tappezzata da una sottilissima *membranella*, e che è lunga dalle 18 alle 20 linee. Anche Meckel asserì che negli adulti essa ha la lunghezza di un pollice e mezzo circa. L'esistenza d'un epitelio che tappezza quel ventricolo come tutti gli altri ventricoli del cervello (*ependima* dei moderni), parmi fuori di dubbio, ed io attribuisco al medesimo la levigatezza delle sue pareti. È lo sceopolarsi di quest'epitelio che forma, a mio parere, quelle foveole che Pourfour ha osservato per il primo nella parte superiore della cavità e di cui io stesso ho confermata l'esistenza.

I moderni hanno fatto molti studi sul corpo calloso, sul setto lucido e sulla vôlta a tre pilastri; ma occupandosi intieramente delle parti solide, non hanno posta molta attenzione ai seni che queste lasciavano tra di loro. Così del corpo calloso descrissero il becco e il ginocchio che limitano inferiormente ed anteriormente il 3.° ventricolo; e della vôlta a tre pilastri notarono che i pilastri anteriori di essa traggono origine dai tubercoli mammillari e sono rappresentati da due grossi cordoni midollari paralleli avvicinati tra loro e per certo tratto velati dalla massa cinerea del talamo olfattorio. E del setto lucido osservarono che consta di due laminette pellucide midollari partenti dai detti due pilastri anteriori del fornice, ai quali si aggiungono, come elementi proprii, delle produzioni midollari della sostanza perforata anteriore, produzioni che, spiegate a ventaglio, s'infiggono nel ginocchio e nel becco testè nominati.

I pilastri anteriori del fornice che fin dalla loro origine sono vicinissimi tra di loro sì che per gli antichi costituivano un pilastro solo (d'onde il nome di vôlta a tre pilastri), ascendendo si accostano sempre più; ma allorchè sono giunti a contatto del corpo calloso, divergono appianandosi in forma di nastro e si ripiegano infuori, indietro ed in basso, rappresentando così gli altri due pilastri o le gambe posteriori del fornice. Nel loro divaricarsi i due nastri lasciano uno spazio od un'area triangolare colla base all'indietro e l'apice all'avanti, che per certe strie bianchicce alcuni anatomici e specialmente Vicq d'Azyr vollero chiamare *lyra*, *corpus psalloides*, *psalterium*.

Ma quello spazio, quell'area triangolare è una cavità? Un tale sospetto deve essere nato fin dai tempi di Silvio de la Boe, perchè quest'autore nell'opera citata ha un paragrafo sui plessi coroidei, in cui nega apertamente che la vôlta formi alcuna cavità o ventricolo là dove essi si espandono a formare la tela coroidea (1). Dal qual fatto si argomenterebbe che a' suoi tempi si fosse da

(1) Ecco il paragrafo: « Plexus choroides in ventriculi lateralis prædicto exortu suam utrinque videtur habere originem plurimis nec nisi in ægris fere observabilibus glandulis

alcuni manifestata l'idea d'una cavità esistente nel bel mezzo della vôlta a tre pilastri e che egli medesimo l'avesse creduta probabile, ma che non fosse mai riuscito a metterla in chiaro. Qualunque ne sia stato il motore, la dichiarazione di Silvio de la Boe dovrebbe rendere più curiosa e gradita la dimostrazione, che io ne ho data non ha molto in un articolo inserito nella *Gazzetta medica Lombarda* (1), e che ora compirò e metterò fuori d'ogni dubbio.

Nel detto articolo ho avvertito:

1.° Che l'angolo acuto posteriore del ventricolo del setto lucido continua in un *canaletto* verticalmente triangolare, colla base rivolta al corpo calloso, canaletto che io chiamai *acquedutto* del quinto ventricolo.

2.° Che quel canaletto dopo un piccolo tratto si allarga in una cavità che prende la forma e la direzione della vôlta, e di cui il fondo resta di contro al tubero, o parte ripiegata del corpo calloso, e i due lati decorrono paralleli ai lati della vôlta.

3.° Che la parte della vôlta che chiamasi *lira* o *corpo psalloide* non è altro che il *pavimento* di questo stesso ventricolo.

4.° Che un tale ventricolo potrebbe chiamarsi numericamente *sesto ventricolo* cerebrale, o per la sua figura *ventricolo triangolare* o *tricorne medio*, o per i suoi rapporti *ventricolo della vôlta* o *del fornice*.

5.° Che esso fa riscontro al terzo ventricolo cui sta di sopra, e comunica anteriormente col ventricolo del setto lucido mediante il suo acquedutto, come il terzo ventricolo comunica posteriormente col quarto mediante l'acquedutto del Silvio.

6.° Finalmente che negli animali domestici non appare alcuna traccia del medesimo, fuorchè nel cervello del bue.

Benchè di questo fatto anatomico molti siansi accertati da sè, e molti abbia avuto io stesso l'onore di far persuasi (2), è però innegabile che non è fre-

---

tenui membrana et arteriolis multis simul contextis constans, et ubi medullæ radicibus per limbum connectitur undique complicata cerebri substantia, iisdem ibidem applicatus et per tenuissimas febrillas vel canaliculos, ut et arteriolis conjunctus, donec sub præfato septo pellucido retrorsum inter contiguum et forte passim utrique radici eodem in loco sibi adunatæ connexum, *nec ullam cavitatem aut ventriculum ibi formantem, fornicem*, callosi corporis propaginem, magis expansus perveniat ad glandulam pincalem, cui, ut et vicinis partibus ita colligatur ut sine sectione aut ruptione, hoc est vi, divelli nequeat ab illis. »

(1) N. 7, luglio 1851. Lettera del dott. Verga al dott. Ercole Ferrario: *Sul ventricolo della vôlta a tre pilastri.*

(2) Tra coloro che furono condotti a verificare l'esistenza di questo ventricolo dalla propria solerzia ed abilità devo citare il sig. dott. Angelo Scarenzio di Pavia, e i sig.ri dottori

quentissima l'occasione di poterlo dimostrare. Nella maggior parte dei cadaveri, per quanto si trovi normale il cervello e sia abile il dissettore, è impossibile di penetrare nel ventricolo della vôlta; e l'angolo acuto posteriore del ventricolo del setto lucido si trova di solito irremediabilmente ostrutto là dove il doppio pilastro della vôlta più si avvicina alla superficie inferiore del corpo calloso, e un pilastro si divide dall'altro ripiegandosi in basso e all'esterno per formare i corpi frangiati e i pilastri posteriori.

Erano dunque necessarie ulteriori osservazioni, ed io le istituii con quella maggiore accuratezza ed abbondanza che mi fu consentita dalle molte mie occupazioni nel grande Ospedale di questa città, ed è appunto il frutto delle medesime che ora intendo di comunicarvi.

a) Nella prima età della vita, come tutti i ventricoli cerebrali, così anche quello della vôlta è assai ampio, ed è appunto in tale età che dovrebbesi cercare, chi amasse di conoscerlo senza molta fatica. Io l'ho verificato anche in un aborto di 4 mesi, ma non consiglierei a nessuno di far segno dei proprii studi un cervello quasi fluente, difficilissimo a maneggiarsi. L'età più opportuna è quella di un neonato. Nei bambini morti appena nati per immaturità o per malattia il ventricolo della vôlta si riscontra d'ordinario non solo ampio, ma tumido per siero in esso raccolto, e balza tanto più chiaro all'occhio in quanto che il siero suole essere colorato.

b) Il modo più spedito e più facile di scoprirlo è il seguente:

Si leva al bambino per mezzo di robuste forbici la calotta del cranio, tagliandola in giro insieme alla dura-madre, cui aderisce tenacemente; poi si rovescia il cervello, il cervello solo, dentro la stessa calotta che gli serve di guscio e lo mantiene raccolto, dopo averlo liberato con colpi di forbici o di bistori dalle sue attaccature naturali colla base del cranio e col cervelletto, il quale resterà in posto con una parte del nodo del cervello. Fatto questo, si prende con due dita l'altra parte del nodo del cervello e tirandola pian piano in avanti si rende palese quell'apertura che sta tra il margine posteriore del corpo calloso e le

---

Dubini, Sangalli e Parravicini di Milano. Tra quelli poi ai quali io stesso ebbi la fortuna di dimostrare quella cavità nel cadavere, mi giova particolarmente di nominare il sig. dottor Federico Hoffmann di Leubus che nel 1851 fu presente ad una mia sezione nella pia Casa alla Senavra, e trovò il fatto altrettanto nuovo che incontrastabile, e il sig. dottor Cesare Tenca di Pavia, il quale dopo aver sostenuto a Padova, fra le diverse tesi inaugurali della sua laurea, che io non avea addotte prove abbastanza convincenti perchè si possa ammettere un sesto ventricolo del cervello, alla vista d'un mio preparato cambiò pensiero e con lealtà che lo onora confessò d'essere convinto dell'esistenza del medesimo.

eminenze bigemine e che mette nel terzo ventricolo. S'introduca allora in questo ventricolo la lama sottile d'un bistori retto a punta ottusa e si tagli e si esporti con colpi laterali quanto sta al di sopra e ai fianchi della vôlta, specialmente i talami dei nervi ottici, avendo cura di non intaccare la vôlta medesima nè il setto trasparente con cui è in continuità. Così ne viene sott'occhio la superficie concava della vôlta, e non ci rimane che di spogliarla, mediante una pinzetta, della tela coroidea e di detergerla mediante un filo d'acqua dal sangue che naturalmente la imbratta, perchè appaja chiarissimo e distintissimo il ventricolo, di cui discorro, sotto forma di un triangolo più o meno allungato e coi lati più o meno convessi. Quando la tela coroidea è in posto, le due grosse vene del Galeno indicano in di grosso i confini e la forma di questo ventricolo e gli fanno quasi da cornice.

c) Come ho già avvertito, d'ordinario il ventricolo è tumido per il siero in esso raccolto, quantunque ben di rado si trovino distesi per siero gli altri ventricoli del cervello; e il siero, quasi a renderlo più evidente, nella maggior parte dei casi è di un color giallo più o meno intenso; in qualche raro caso è rosso per il sangue ad esso commisto. Ma anche quando il siero è limpido si rende abbastanza visibile il ventricolo per la gonfiezza ovale che presenta la vôlta lungo la linea mediana. Quella gonfiezza è pellucida e pare prodotta da aria, non offre quasi mai vasi (vedi la fig. I.ª), là dove ricco suol essere di vasi più o meno appariscenti il contorno. La detta gonfiezza viene a scomparire e a cambiarsi in una infossatura se tagliando di traverso il setto lucido, si dà uscita al siero che la produceva. Perocchè di mano in mano che esce il siero, il pavimento del ventricolo si abbassa e si avvalla sensibilmente. Io ho potuto raccogliere una certa quantità di quel siero, che assaggiato si manifestò di sapore salato, e coi reagenti chimici mostrò di essere composto, come tutti i sieri, di molta albumina e di alcuni sali, tra i quali dei cloruri.

Per una riprova si soffi dell'aria mediante un cannello introdotto nel ventricolo del Silvio, e si vedrà il ventricolo rigonfiarsi di nuovo nella maniera che è rappresentata dalla fig. II.ª (1). Si injetti buonamente, come usavano gli antichi anatomici, dell'inchiostro, e si vedrà il ventricolo rialzarsi e disegnarsi in nero. Vi si faccia invece entrare del mercurio vivo, come ho fatto nel ven-

---

(1) È appunto il ventricolo della vôlta a tre pilastri appartenente ad un feto nato immaturo che io aveva conservato per alcuni giorni nello spirito di vino, in cui ho voluto sostituire dell'aria al siero che prima naturalmente lo distendeva.

tricolo cui si riferisce la figura III.ª (1), e il ventricolo apparirà manifestissimo e prenderà la forma panciuta d'un'ampolla, venendo da quel pesante metallo enormemente disteso.

d) Quando si sono fatte tutte queste prove non si può più dubitare dell'esistenza di questo ventricolo. Se le sue pareti siano state rese consistenti con un poco di macerazione nello spirito di vino, si può rovesciarne il pavimento ed esaminarne la soffitta e i margini, e allora si vede che anche la disposizione dei vasi che si recano a questa parte fanno chiara testimonianza del *nisus* della natura alla formazione d'una cavità. Giacchè i vasi, che in qualche non raro caso appajono naturalmente injettati di sangue, ai lati di questo ventricolo si biforcano, e un ramo dirigesi verso il mezzo della soffitta, e l'altro si smarrisce nel pavimento. Uno di questi vasi parte dal bel mezzo dello splenio del corpo calloso, e giunto all'estremità larga del ventricolo manda un ramo che si rende visibile lungo la linea mediana della soffitta del ventricolo, ed esso prosegue sul pavimento il suo corso serpeggiando lungo la linea mediana ed avanzandosi sino a quella parte stretta che io chiamai *acquedutto del ventricolo del setto al ventricolo della vôlta a tre pilastri* (fig. I.ª).

Il modo con cui si comporta il ventricolo della vôlta quando se ne lascia andare il siero contenuto, mi fornisce un nuovo argomento per ritenerlo un ventricolo a parte, giacchè il ventricolo del setto, anche tagliato di traverso e svotato del siero, per la consistenza delle sue pareti, si mantiene aperto sotto forma di un canale triangolare, laddove il ventricolo della vôlta si accieca perfettamente, essendo così esile e floscio il pavimento da addossarsi alla soffitta e combaciarvisi in tutti i punti.

e) Il pavimento di questo ventricolo, come risulta dal già detto, è una membranella d'apparenza sierosa (2), che si può ritenere una continuazione di quella che chiude posteriormente il ventricolo del Silvio. Essa in qualche caso è traspa-

(1) Appartiene ad un feto che fu estratto col taglio cesareo da una donna morta nel sesto mese di gravidanza. Si conserva nel gabinetto anatomo-patologico dell'Ospitale. Anche questo pezzo era stato previamente indurito con qualche ora di macerazione nell'alcool, altrimenti le molli ed esili pareti del ventricolo non avrebbero forse resistito al peso del mercurio.

(2) Dico *d'apparenza* sierosa, perchè la questione non può essere decisa che dai microscopisti. È una membranella d'ordinario così esile e molle che si lacera alla minima stratta, e per poco che rimanga nell'acqua vi si macera e spappola. Ad un leggiero ingrandimento osservai una rete di vasi sanguigni in un tessuto cellulo-granuloso; ma cosa siano quei granuli non oserei dirlo. So che non sono i corpuscoli amidacei trovati da Virchow negli strati profondi dell'epitelio dei ventricoli cerebrali, perchè al tocco della tintura di jodio e dell'acido solforico diluto non mi hanno presentato il caratteristico cambiamento di colore.

rente, altre volte offre delle strie oblique bianchicce più o meno apparenti che si sospetterebbero composte di elementi nervei. Forse tanto queste strie, come i vasi sanguigni che mi venne fatto di scorgere nel detto pavimento, si trovano tra due pagine epiteliali, delle quali una tappezza la cavità del terzo ventricolo, e l'altra l'apparato ventricolare del fornice e della vôlta a tre pilastri.

f) Ho detto che nel cervello dei neonati il ventricolo della vôlta trovasi d'ordinario visibilissimo; se in qualche caso eccezionale non si vede, vi sono dei casi in cui non si può vedere neppure il ventricolo del setto lucido, come molte volte non si può ben dimostrare la stessa cavità digitale del piccolo piede d'ippocampo. Ma quello che nei neonati è un'eccezione, negli adulti è la regola; voglio dire che il ventricolo della vôlta negli adulti è assai raro che si possa mettere in evidenza. Che cosa accade di esso?

Il siero che mantiene dilatato ed appariscente il ventricolo della vôlta a tre pilastri nei primi momenti della vita, a poco a poco viene a scomparire. In un certo numero di casi il siero essendo scarso, limpido e tenue, viene presto e perfettamente assorbito e il pavimento del ventricolo allora si ritrae e s'incolla equabilmente senza far pieghe o rughe alla soffitta, e la cavità si oblitera e cancella in modo che non ne resta più alcuna traccia, e un abile dissettore si adopererebbe invano a penetrarvi con uno strumento e a divaricarne le pareti.

In altri casi il siero, probabilmente per essere assorbito troppo lentamente e per aver troppo disteso per la sua grande quantità il membranaceo pavimento, è causa che il pavimento stesso, perduta la naturale elasticità, lasci sulla parte longitudinale media, ove corrisponde la maggiore pressione del siero interno e la minor resistenza degli oggetti esterni, una piega più o meno sagliente ed acuta. Io infatti m'abbattei più volte in individui attempati, il cui fornice offriva longitudinalmente, nel mezzo, assai pronunciata una tal piega, accusatrice sola e mal creduta della preesistente cavità.

In altri casi finalmente, essendo il siero troppo denso e quasi gelatinoso e colorato, come dissi, in giallo o in rosso, lascia una sufficiente memoria della cavità che lo conteneva in una macchia triangolare, depressa, di un certo colore che nel bruno gialleggia. In questi casi incidendo la detta macchia non è raro d'incontrare una materia d'aspetto gelatinoso che io considero come residuo solido o capo-morto del siero che già riempiva il ventricolo della vôlta. E mi ricorda d'aver in un caso osservato che non solo la cavità del fornice, ma anche quella del setto lucido e il loro acquedutto di comunicazione erano occupati da una gelatina cinerognola. Forse in tutte cotali maniere di scomparire del ventricolo del fornice, e specialmente nell'ultima, ha parte un processo irritativo subflogistico, ma non è agevole il mettere la cosa fuor d'ogni dubbio. Sempre però l'occhio

solo e il raziocinio ci conduce alla supposizione d'un ventricolo in quella parte, chè non v'è modo di far penetrare in esso uno strumento meccanico o una materia d'injezione senza far guasti.

g) Solitamente la cavità si oblitera dalla parte posteriore alla anteriore. In qualche raro caso però trovai già obliterato l'acquedutto di comunicazione o la cavità del setto lucido, o l'uno o l'altra là dove ancora era visibile il ventricolo della vôlta. Ed è questa per me un'altra prova che essa deve considerarsi veramente come una cavità distinta.

II.

L'apparato ventricolare del setto lucido e del fornice va soggetto all'*idrope* acuto e cronico, come tutti gli altri ventricoli del cervello, ed è appunto in grazia di questa disposizione (che i pazzi hanno probabilmente in maggior grado) che io ho potuto nella pia Casa alla Senavra convincermi sugli adulti dell'esistenza d'un sesto ventricolo cerebrale. Ma se di siero raccolto in gran copia in mezzo alle pagine del setto lucido troviamo numerosi esempi negli annali della patologia, non può dirsi la stessa cosa dell'idrope di tutto l'apparato ventricolare. Il primo e il più bel caso che sia stato fin qui riportato di tale idrope è quello che il mio amico e collega dott. Ercole Ferrario nel principio del 1851 ha descritto nella *Gazzetta Medica lombarda* come una singolarità teratologica (1). Era un individuo soggetto a frequenti cefalee, e morto repentinamente, nel cui cervello al posto del setto lucido e della vôlta a tre pilastri si trovò una cavità lunga due pollici e mezzo contenente della sierosità limpida; la cavità avea la forma di due coni incontrantisi col loro apice: il cono anteriore era il quinto ventricolo; il posteriore, il sesto; l'apice dei due coni era l'acquedutto di comunicazione un po' dilatato anch'esso. La base del cono posteriore in armonia colla figura del ventricolo del fornice avea una larghezza di nove linee, là dove quella del cono anteriore era soltanto di sette. — Un altro caso d'idrope di tutto l'apparato ventricolare fu descritto parimenti come una singolarità teratologica nello stesso anno e nella stessa *Gazzetta* dal sig. dott. Costanzo di Palermo (2), ma il caso riesce meno interessante per la completa mancanza di notizie anamnestiche. — Un terzo caso mi fu gentilmente comunicato dal sig. dott. Dubini, ed è il seguente:

---

(1) N. del 27 gennajo. *Sopra una singolarità rinvenuta nel cervello d'un uomo che non aveva mai sofferto sintomi di alienazione mentale,* lettera al prof. cav. Panizza.

(2) N. del 28 luglio 1851. Lettera al prof. Panizza *Sopra una estraordinaria anomalia della vôlta a tre pilastri e del setto lucido.*

Una gentildonna soggetta a ricorrenti cefalee, specialmente dopo i pasti, era andata scemando, per propria determinazione, l'alimento quotidiano e le bevande in modo da ridursi uno scheletro. Ogni sorta di cibi le cagionava un gran peso al ventricolo, senza destare però nè vomito, nè vera gastralgìa. Vi era di più stitichezza abituale, languore del circolo, raffreddamento delle estremità, tensione dei tendini del poplite, torpore in ogni movimento. Quando la macie, che il prelodato medico amava di chiamare *mummificazione*, giunse ad un certo grado, cessò la cefalea, sicchè gli ultimi due mesi di quella misera e tenuissima vita ne andarono immuni. La morte sopravvenne per pleurite sinistra. Alla sezione si notarono alcune piastrelle stellate dell'aracnoide e un cucchiajo di limpido siero nell'apparato ventricolare della vôlta e del setto lucido, *le cui pagine rimanevano perciò discoste di quasi mezzo pollice l'una dall'altra.* Un mezzo cucchiajo dello stesso liquido in ciascun ventricolo laterale. Due bicchieri di siero sanguinolento nella pleura sinistra, la quale inoltre era injettata e coperta di un sottile strato di fibrina recente. Punteggiamento ardesiaco della mucosa dello stomaco, ove erano anche delle chiazze rosee, e di tutto il tubo intestinale, quant'era lungo. Il tenue, per la sua sottigliezza, sembrava constare della sola membrana peritoneale.

Altri casi da me stesso osservati d'idrope dell'apparato ventricolare del setto lucido e del fornice potrei io qui aggiungere, ma non sono per vero dire della forza di quelli già riportati, nè il lettore avrebbe motivo di dar loro maggior importanza.

Essendo le pareti del ventricolo della vôlta ricche di vasi sanguigni, potrebbe qui aver luogo anche un' *emorragìa*, e il sig. dott. Luigi Ripa di Tregolo riferì un caso (1) di emorragìa cerebrale, prontamente seguita da morte, a cui parrebbe abbia quel ventricolo partecipato.

La stessa abbondanza dei vasi sanguigni della vôlta e della parte del corpo calloso che le corrisponde è causa che nelle *congestioni* e nelle *infiammazioni* cerebrali, sì di lento come di acuto decorso, essa venga ad inzupparsi e a spappolarsi in modo da riescire impossibile ogni indagine sulla medesima.

III.

Riflettendo come l'apparato ventricolare, di cui ho parlato finora, occupa il centro d'un organo nobilissimo destinato alle più sublimi manifestazioni della

---

(1) *Gazzetta Medica lombarda*, 8 settembre 1851. *Ancora sul sesto ventricolo cerebrale.*

vita, non parrebbe possibile che esso venga gravemente offeso senza gravi sconcerti dell'animale economia. Eppure è così, e il fatto che sono per esporre lo prova luminosamente, confermando nello stesso tempo la grande verità che nessuna lesione è essenzialmente mortale, che tutto nell'umano organismo è solidario, e che i fenomeni che si producono per il guasto d'un organo sono subordinati allo stato generale e a quel complesso di circostanze che costituiscono una data individualità.

Tentativo di suicidio con arma da fuoco; palla dimorata 36 giorni nel cervello d'un individuo senza notabile alterazione delle facoltà intellettuali nè della sensibilità: morte per tabe da tubercolosi. — La sera del 2 giugno 1854 veniva trasferito all'Ospitale di Milano un giovine impiegato di Polizia, d'anni 26, per tentativo di suicidio eseguito con arma da fuoco. Da persone degne di fede si raccolse che il giovane, oltre all'andar soggetto per deplorabili rovesci di fortuna a quasi abituale ipocondriasi, era anche già da qualche tempo afflitto da guai agli organi respiratorj e al tubo gastro-intestinale, per la cura dei quali ebbe replicatamente ricorso all'arte salutare, sebbene ad ogni volta poco o nessun vantaggio ne ritraesse. Deluso nei ripetuti tentativi, e perduta col tempo la speranza di riacquistare la pristina salute, onde togliersi ai patimenti fisici e morali da cui era continuamente travagliato, nel suindicato giorno tentò di uccidersi scaricandosi una pistola sotto il mento, come confessava egli stesso in una lettera che gli si ritrovò addosso.

Esaminato al suo ingresso nell'Ospitale si presentò d'abito di corpo gracile, di delicata costituzione, molto emaciato ed affatto prostrato di forze. Offre una ferita lacero-contusa, quasi circolare, di circa mezzo pollice di diametro, alla regione sotto-mentale sinistra a poca distanza dal margine interno dell'osso mascellare inferiore. Il projettile, ledendo tutte le parti molli di questa regione e arrivato alla bocca, aveva trapassato tutto lo spessore della lingua, a sinistra, verso la base, penetrando nella vôlta palatina ossea. Più oltre, anche con la mediata esplorazione, non si potè seguire l'andata della ferita, nè scoprire dove il projettile feritore si fosse innicchiato, il che rese anche inutile qualunque tentativo di estrazione. Del resto, se si eccettui una discreta ecchimosi ai contorni dell'occhio sinistro e alla guancia corrispondente, e poca perdita di sangue dalla narice parimente sinistra, il malato non presenta altra esterna lesione. Non può proferire parole per la gonfiezza della lingua, ma è libero ne' suoi sensi, ed è anche perfettamente padrone delle sue facoltà intellettuali, sebbene abbattuto di forze e di spirito. Fu prescritto un salasso, il bagno d'infusione d'arnica alla guancia e all'occhio ecchimosati, e ghiaccio internamente.

3 detto. Trascorsa la notte tranquilla, non si fece che continuare nell'uso dei suddetti presidii esterni ed interni. Il sangue si mostrò cotennoso.

4 detto. Si sviluppa senso di formicolìo, con dolore nei movimenti, dalla sommità della spalla destra fino all'estremità delle dita: il polso non è molto forte, ma febbrile. Tranquillo del resto l'ammalato, almeno in apparenza; a malincuore risponde alle interpellazioni. — Si prescrive emulsione semplice e ghiaccio. La medicazione locale, oggi e sempre, con semplici unguenti.

5 detto. Notte ancora tranquilla o più precisamente soporosa: continua il doloroso formicolìo all'arto superiore destro. Si manifesta la paralisi perfetta del moto, imperfetta del senso, all'arto inferiore sinistro; la paralisi si estende alla vescica e parti vicine, per cui avvi perdita involontaria di orine e di sperma. L'alvo è chiuso, il respiro difficile, il polso piccolo, febbrile. — Si prescrive infusione lassativa, limonata vegetabile per bevanda, e ghiaccio.

6 e 7 detto. Scariche copiose, ma involontarie, di fecce. Persiste la immobilità perfetta della coscia e della gamba. Un po' di tosse: poca febbre con polsi molli e deboli. — Limonata e ghiaccio.

Le ferite cicatrizzarono dall'8 al 17 detto. Scomparve del tutto l'ecchimosi all'occhio e alla faccia; detumefattasi la lingua, potè il malato ripigliarne l'uso: altrettanto dicasi del braccio, nel quale cessò il formicolìo e il dolore: pienezza e libertà delle facoltà intellettuali: la sensibilità nell'arto inferiore si è resa maggiore: poca tosse con sputi salivari: alvo aperto mediante qualche purgativo; poca febbre, benchè aumenti alquanto nelle ore pomeridiane: si sono formati decubiti ai trocanteri ed al sacro. — La stessa cura in genere: si concepisce la speranza che il projettile non sia penetrato nel cervello e che l'ammalato possa ricuperarsi.

18 detto. Così stando le cose, allo scopo di vincere, se era possibile, la paralisi dell'arto inferiore, della vescica e degli intestini, e giacchè nulla sembrava opporsi all'uso dei rimedi che agiscono sul midollo cerebro-spinale, si preferì l'estratto del *rhus radicans* combinato col calomelano a 4 grani per sorta in 8 pillole: se ne fecero prendere 4 al giorno e si portò poscia nello stesso modo la dose ai 5 ed ai 6 grani ogni due giorni. Dopo quattro giorni il malato cominciava a muovere l'arto inferiore, la sensibilità di esso aumentava, era avvertita l'emissione delle fecce e delle orine benchè non fosse in suo arbitrio il trattenerle a lungo. L'appetito comparve e potè essere soddisfatto con modico e adattato nutrimento, avuto anche riguardo al vistoso deperimento di forze fisiche e all'emaciazione. — Ma col giorno 26 l'alvo si rese diarroico: rinnovatasi più forte la tosse con respiro pesante e sputo sospetto; riaccesasi la febbre più viva con brividi ricorrenti e sensibile esacerbazione vespertina, si vide che le speranze concepite erano precoci, e che l'ammalato, indipendentemente dalla lesione per cui era stato accolto nell'Ospitale, s'incamminava al

suo fine. Le emulsioni gommose, le limonate acide con gomma arabica, col laudano, le polveri del Dower ed altri rimedii furono somministrati a frenare la diarrea, ma inutilmente, poichè unita al sempre crescente affanno di respiro, portò l'infermo al sepolcro il giorno 8 di luglio.

Ecco quanto si rilevò il giorno seguente all'autopsia.

Abito esterno. — Corpo emaciatissimo, rigidità scomparsa, cicatrice circolare alla parte centrale della regione soprajoidea; decubiti ai trocanteri ed al sacro.

Capo. — Poca congestione delle vene meningee: scaglia ossea nel gran seno longitudinale superiore verso la sua metà, scaglia grande quanto una lenticchia, aderente alla parte inferiore del nominato seno che resta per tal modo quasi totalmente obliterato in quella corrispondenza: nessuna effusione sotto gl'inviluppi cerebrali: alla base del lobo frontale dell'emisfero cerebrale sinistro, ed a poca distanza della clava cinerea del nervo olfattorio un'apertura o soluzione di continuità circolare, del diametro di mezzo pollice circa, di color giallo-livido, cinta da una zona di rammollimento bianco-gialliccio: per questa apertura si penetra nei ventricoli laterali, ove *la vôlta a tre pilastri e il setto lucido sono totalmente distrutti,* e si termina alla base del lobo occipitale dell'emisfero cerebrale sinistro, a breve distanza dal tentorio: in corrispondenza di quest'ultimo punto si rileva una palla di piombo del peso di quasi mezz'oncia, mancante in due punti della sua periferia, come se tagliata con coltello, circondata perfettamente dalla polpa cerebrale che offre tutt'all'ingiro un esteso ammollimento giallognolo. — Nel parenchima cerebrale si notano qua e là tubercoli isolati, crudi e circoscritti. — Sulla base del cranio tra l'apofisi cristagalli e la vôlta sopraorbitale sinistra si nota un foro nell'ossatura, il quale ammette l'apice del mignolo e conduce nella sinistra cavità delle narici e nel cavo orale: e questa apertura risponde esattamente a quella notata alla base del lobo frontale dell'encefalo.

Petto. — Tubercoli crudi innumerevoli sparsi in tutti i lobi d'ambo i polmoni e cavernette sparse qua e là nel parenchima di essi; — cuore e pericardio normali.

Ventre. — Alquanto ipertrofica la mucosa del ventricolo e spalmata di catarro viscido aderente; — fegato piuttosto voluminoso e di colore più chiaro del naturale; — injezione arboreggiata sulla mucosa del colon ed ulcerazioni sparse qua e là sulla stessa, in ispecie nei tratti di questo intestino.

Io non credo che il projettile abbia nel cavo del cranio descritta al primo entrare quella curva risentita che venne indicata nel cadavere dall'ammollimento cerebrale. È probabile che il colpo sia invece stato ammorzato dalla cedevolezza delle parti contro cui fu diretto; che la palla, dopo aver traforato

il pavimento della cavità orale, la vôlta palatina, l'angusta via della narice sinistra e la lamina cribrosa dell'etmoide siasi fermata in grembo al lobo frontale dell'emisfero cerebrale sinistro; e che di là poi abbia ripiegato ad angolo retto all'indietro, discendendo lentamente, per la sola forza del proprio peso, durante il lungo decubito supino dell'ammalato nell'Ospedale, sì che entrò nei ventricoli laterali e colla sua presenza v'infiammò e spappolò il setto lucido e la vôlta a tre pilastri, e finì alla base del lobo posteriore dello stesso emisfero cerebrale sinistro. Comunque sia però, la completa distruzione del setto lucido e della vôlta a tre pilastri era avvenuta, e l'individuo non aveva offerte che poche e leggiere lesioni di motilità. Un fratello che lo assistette fino alla morte, notò solo negli ultimi giorni che l'ammalato aveva perduto di quella lucidità di mente e di quella tenacità di proposito che formava il fondo del suo carattere: il che per altro, in qualunque modo si muoja, parmi debba sempre avvenire, massime se il sistema nervoso cerebrale è compromesso. Possiamo dunque conchiudere con sicurezza, che il setto lucido e la vôlta a tre pilastri, e per conseguenza tutto l'apparato loro ventricolare, malgrado che sieno parti centrali ed uniche, non hanno una grandissima influenza sull'esercizio delle facoltà intellettuali e sulla vita stessa. Perocchè il nostro ammalato ebbe sembianza di soccombere piuttosto al marasmo portato dalla tubercolosi polmonare e intestinale, che alle lesioni prodotte dalla palla di piombo nel suo cervello.

La patologia di queste parti ci lascia dunque nella primitiva oscurità quanto al loro vero ufficio.

È inutile il dire che ai ventricoli cerebrali soltanto i Galenisti hanno data importanza. I moderni li considerano come una conseguenza naturale dello incontrarsi delle due metà del cervello nella loro centripeta formazione. Se essi hanno un'influenza sulle funzioni del cervello, questa è affatto indiretta, sia perchè aumentando la superficie della massa encefalica favoriscono l'espansione delle membrane plastiche e la distribuzione del sistema vascolare, sia perchè contengono un vapore od umore il quale agisce colla sua forza espansiva sulle pareti dei ventricoli stessi e sugli organi adjacenti cerebrali.

Ma quale è la funzione che i fisiologi attribuirono al setto lucido e alla vôlta a tre pilastri, ossia alle parti che più immediatamente devono sentire l'influenza del fluido contenuto in questo ventricolo mediano? Gli antichi amavano vedere in essa parte la sede della fantasia. Willis credette che per mezzo della vôlta circolassero gli spiriti da una estremità all'altra del cervello, e per questo movimento circolatorio si compissero i più maravigliosi atti della fantasia. Reil credette che la vôlta mancando di sostanza grigia non fosse un motore della

elettricità, ma un semplice conduttore. Secondo Treviranus, la vôlta contribuisce all'unità di coscienza. Secondo Burdach, essa è una leggiadra espressione della fantasia, perchè mette in relazione le parti anteriori del cervello colle posteriori, le superiori colle inferiori, l'interne coll'esterne, e si tiene in commercio da una parte cogli organi de' sensi, dall'altra cogli organi più immediati dell'anima. Se la vôlta si tende verso il tronco cerebrale e le sue irradiazioni, la fantasia si occupa di imagini sensorie e di desiderii; se si tende verso le commissure, allora la fantasia concorre alle psichiche combinazioni. Ma sono ipotesi cui nessuna esperienza, nessuna vivi-sezione appoggia. L'unica cosa che si può affermare di certo si è, che la ricognizione di una cavità nel bel mezzo del fornice rende sempre più ridicola l'opinione degli antichi, che esso serva, come le vôlte degli edifizii, a sostenere la porzione della massa cerebrale che gli sta al di sopra, e a garantire da ogni pressione gli oggetti che gli si trovano di sotto.

Fine del Volume V.

Fig. 1

Fig. 3

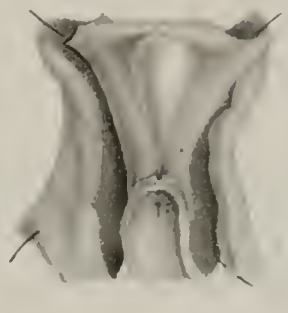
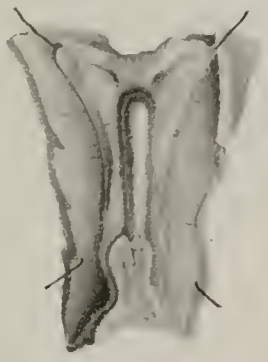


Fig. 2



INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Elenco dei Membri attuali dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . . Pag. v

Intorno al diritto Italico primitivo in genere, e della Società Etrusca in ispecie, di Francesco Rossi . . . . . » 3

Della sistemazione dei laghi di Mantova per liberare la città dalle inondazioni, e per migliorarne l'aria e la navigazione, di Elia Lombardini » 69

Descrizione d'una macchinetta che serve a risolvere il problema di Keplero, ossia a trovare l'anomalia eccentrica data l'anomalia media qualunque sia l'eccentricità, di Francesco Carlini. — *Con una tavola* . . . . » 93

Ricerche sopra alcune serie astronomiche, di Paolo Frisiani . . . . . » 101

Se gli Arabi del medio evo abbiano avuta qualche influenza sui primordj della moderna letteratura, di Andrea Zambelli . . . . . » 147

—— *Continuazione* . . . . . » 235

—— *Continuazione* . . . . . » 397

Della filosofia Aristotelica e delle sue vicende, di Bartolomeo Catena . » 161

Scolasticismo, influenza del suo metodo, sue frivolezze e suoi logici difetti, di Bartolomeo Catena . . . . . » 169

Importanza degli studj sulla statistica dei fiumi, e cenni intorno a quelli finora intrapresi, di Elia Lombardini. — *Con una tavola* . . . . » 177

Melanosi diffusa degli organi digerenti in un melanconico, di Andrea Verga » 211

Sulla prima applicazione del pendolo agli orologi, di Giovanni Veladini. — *Con una tavola* . . . . . » 219

Sulle scuole e sul bisogno di nuovi libri, di Francesco Ambrosoli . . » 249

Nota di geometria analitica, di Antonio Bordoni . . . . . » 265

Sul sistema venoso della fossa media della base del cranio umano, e specialmente su di un nuovo canale osseo od aquedotto per cui esso comunica con quello della fossa posteriore, di Andrea Verga. — *Con due tavole.* Pag. 299
Integrazione delle equazioni alle differenze lineari a coefficienti costanti e complete, di Gaspare Mainardi . . . . . » 305
Sulla successione normale dei diversi membri del terreno triasico nella Lombardia, di Giulio Curioni. — *Con tre tavole* . . . . . » 311
Della gangrena per arteritide, di Luigi Porta . . . . . » 345
Osservazioni sul nervo ottico, di Bartolomeo Panizza. — *Con due tavole* » 375
Breve descrizione anatomica di un vitello ciclope, di Andrea Verga. — *Con una tavola* . . . . . » 391
Intorno alla Memoria di Abel: Sur une propriété générale d'une classe très-étendue des Fonctions transcendantes, di Gaspare Mainardi . . » 417
Le Società Sabino-Osche, di Francesco Rossi . . . . . » 427
Dell'apparato ventricolare del setto lucido, e della vôlta a tre pilastri, di Andrea Verga. — *Con una tavola* . . . . . » 461

BRITISH
NATURAL HISTORY

TIPOGRAFIA BERNARDONI.